



등 등 사람들은 사람들이 가지 않는 것이 없는 것이 없는 것이 없는 것이 없는 것이 없는 것이다.	
BB :	
그리 얼마에 되는 이 이번 때문에 되었다면 되었다. 그 사람이 되었습니다.	
[1] [1] [1] [1] [1] [1] [1] [1] [1] [1]	
18. 18. 18. 18. 18. 18. 18. 18. 18. 18.	
그리고 가는 사람들이 되었다. 내용하는 사람들이 되었다면 하는 사람들이 나가 되었다.	
이 사람들은 경우 이번 발표하다 하면 하는 것이 없는 것이 없다면 하는 것이 없습니다.	
그 사람이 되었다면 하는 사람들은 살아가 있는 것 같아 없었다. 그는 그 없는 것이다.	
그 교육 이 이 경험 경우 전에 되었다면서 가는 사람이 없는 그 그 전에 되었다.	
	100
	1.



Ex.		
	1.	
		-
*		
		+



ACTA

SOCIETATIS SCIENTIARUM

FENNICÆ.

TOMUS I.

LIBRARY NEW YORK BOTANICAL GARDEN.

HELSINGFORSIÆ.

EX OFFICINA TYPOGRAPHICA G. O. WASENII.

MDCCCXLII.

.C765 t.1

SOCIETATUS SCIENTIARUM

FENNICE.

IMPRIMATUR:

Company of the Compan

J. M. AF TENGSTRÖM.

HELSINGFORSLE

WALLEY WILLIAM

of the second section of the second

THE RESERVE AND PROPERTY OF THE PROPERTY OF TH

ARREST FOR STREET

NICOLAI DEN FÖRSTE,

KEJSARE OCH SJELFHERRSKARE öfver hela Ryssland samt STORFURSTE till Finland &c. &c. &c.

VåR ynnest och Nådiga benägenhet, med Gud Allsmäktig: Finska Vettenskaps-Societeten! I anledning af åtskillige Professorers vid VÅRT Alexanders-Universitet i Finland, samt andre Vettenskapsidkares i Helsingfors Stad derom gjorda underdåniga ansökning, hafve VI i Nåder bifallit till stiftande af en litteraire förening under namn af Finska Vettenskaps-Societeten, och varder VÅRT för Eder utfärdade Nådiga Stadfästelse-Bref, jemte de af Eder uppgjorde Provisoriske Stadgar härhos Eder meddelade; Och VI befalle Eder Gud Allsmäktig, Nådeligen! Helsingfors, den 21 Maji 1838.

I HANS KEJSERLIGA MAJESTÄTS Höga Namn,

DESS tillförordnade SENAT för Finland:

A. MELLIN.
HENR. ERVAST.
LARS SACKLEEN.
C. G. HISING.
J. WALHEIM.
ERNST FR. BRANDER

ERNST FR. BRANDER. AUGUST LOHMAN. G. HJÄRNE.
AUGUST RAMSAY.
G. v. KOTHEN.
CARL FREDR. RICHTER.
LARS JÄGERHORN.
B. U. BJÖRKSTEN.

PEHR TÖRNQVIST.

VI NICOLAI DEN FÖRSTE,

med Guds Nåde, KEJSARE OCH SJELFHERRSKARE öfver hela Ryssland, STORFURSTE till Finland, &c. &c. &c.

Göre veterligt: att sedan åtskillige Professorer vid VÅRT Alexanders – Universitet i Finland, samt andre Vettenskapsidkare uti Helsingfors Stad, hos OSS i underdånighet anhållit om tillåtelse att derstädes stifta en förening under namn af Finska Vettenskaps-Bocieteten, i ändamål, att så väl framkalla resultater af dess Medlemmars egne vettenskapliga forskningar, som öppna tillfälle till ömsesidiga meddelanden af de framsteg och upptäckter, hvilka å andra orter blifvit gjorda inom området af de vettenskaper Societeten omfattade, hafve VI, under den ½ April innevarande år, i Nåder velat denne Litteraira Stiftelse bifalla, samt försäkra Finska Vettenskaps-Societeten om VÅRT Nådiga hägn. Det alle, som vederbör, till underdånig efterrättelse länder. Helsingfors, den 21 Maji 1838.

Enligt HANS KEJSERLIGA MAJESTÄTS EGET Beslut och i DESS Höga Namn,

DESS tillförordnade SENAT för Finland:

A. MELLIN.
HENR. ERVAST.
LARS SACKLEEN.
C. G. HISING.
J. WALHEIM.
ERNST FR. BRANDER.
AUGUST LOHMAN.

G. HJÄRNE.
AUGUST RAMSAY.
G. v. KOTHEN.
CARL FREDR. RICHTER.
LARS JÄGERHORN.
B. U. BJÖRKSTÉN.

PEHR TÖRNQVIST.

STADGAR

FÖR

FINSKA VETENSKAPS-SOCIETETEN.

G. 1.

Vetenskaps-Societeten indelas i trenne Sectioner: den Mathematico-Physiska, den Naturalhistoriska och den Historico-Philologiska Sectionen.

§. 2.

Till den Mathematico-Physiska Sectionen höra: Mathematik, Astronomie, Physik, Chemie, Mineralogie, Geologie och Technologie.

§. 3.

Den Naturalhistoriska Sectionen behandlar de vetenskaper, hvilkas föremål är den Organiska Naturens kännedom.

S. 4.

Den Historico-Philologiska Sectionen omfattar de Historiska och Statistiska Vetenskaperne, äfvensom äldre och nyare folkslags Språk och Litteratur.

6. 5.

Vetenskaps-Societeten består af ett bestämdt antal Ordinarie Medlemmar och Heders-Ledamöter.

6. 6.

Till Ordinarie Medlemmar inväljas Män af vetenskaplig förtjenst och i synnerhet de, hvilka, antingen genom utgifne arbeten inom Vetenskaps-Societetens område, eller genom Afhandlingar uppläste inför Societeten enligt hvad här nedan säges, gjort sig kände såsom sjelfståndige Forskare.

6. 7.

Till Heders-Ledamöter inbjudas Män, utmärkte såsom Vetenskapernas Idkare eller Gynnare.

6. 8.

Societetens Ordinarie Medlemmar äga, vid inträffad ledighet, att foreslå ny Ordinarie Ledamot. För att förslaget skall tagas under behörig åtgård, böra tvenne Ledamöter hafva sig derom förenat, och sina skäl skrifteligen uppgifvit. Innan val, i anledning häraf, kan företagas, bör den Section, hvarinom ledigheten intraffat, dessförinnan i afseende å den föreslagne nya Ledamoten höras.

g. 9.

Heders-Ledamot föreslås i enlighet med hvad nästföregående §. om Ordinarie Ledamot stadgar.

6. 10.

Societetens Ordinarie Ledamöter utvälja bland sig, det första året, Ordförande och Vice-Ordförande: och sedan, hvarje år, Vice-Ordförande, hvilken det nästpåföljande, utan vidare val, öfvertager Ordförandens åligganden.

§. 11.

Vice-Ordförande väljes ibland Sectionernas medlemmar, ifrån hvarje Section i sin ordning.

§. 12.

Secreteraren är ständig och väljes ibland Societetens Ordinarie Ledamöter.

J. 13.

Hvar och en Ledamot, som första gången väljes till en befattning inom Societeten, är förbunden att densamma emottaga, derest han ej kan uppgifva giltiga skäl för vägran.

G. 14.

Val af Societetens Embetsmän anställes medelst slutna sedlar. För valets giltighet erfordras minst absolut pluralitet.

J. 15.

Val af Ordinarie och Heders-Ledamöter anställes medelst ballotering. Är blott en person föreslagen att inväljas, erfordras för valets giltighet två-tredjedelar af de väljandes röster. Äro flere på en gång föreslagne, anses den vald, hvilken den absoluta pluraliteten tillfallit.

Val af så väl Ordinarie som Heders-Ledamöter äger rum tvenne gånger om året: den första Måndagen i November månad och vid det sammanträde, som inträffar näst före Societetens Årsoch Hogtilsdag. Förslag af ny Ledamot bör Societeten meddelas sednast på sammanträdet, som närmast föregår det, hvarpå Val fär ske.

6. 17.

Val af Embetsmän företages på Societetens Års- och Hög-tidsdag.

6. 18.

Vetenskaps-Societeten sammanträder den förste Måndagen i livarje månad, med undantag af den i Julii, Augusti och September månader.

g. 19.

På dessa ordinarie sammanträden meddela Ledamöterne Socretetim så väl resultaterne af egna forskningar och observationer, som ock underrättelser om sådane undersökningar, upptäckter och tom i deras Vetenskap, som blifvit dem bekanta antingen genom utkomna Skrifter eller ock genom Correspondance. Vill Ledamot upplass en Afhandling, bör han sådant, jemte uppgift om ämnet, före sammanträdet hos Ordföranden anmäla.

(i. 20.

Utom Societetens Ordinarie och Heders-Ledamöter, må äfven andre, som nitälska för Vetenskaperne, bivista dess sammanträden: Och äger Ordföranden, i sådant afseende, utdela inträdeskort, till det antal, som Societeten särskildt bestämmer.

§. 21.

Vetenskapsidkare, som ej hör till Societeten, är det obetaget, att vid ordinarie sammanträde uppläsa afhandling, författad öfver ämnen, som ligga inom Societetens vetenskapliga område. Dock bör han minst åtta dagar dessförinnan hafva den till Ordföranden aflemnat.

S. 22.

Önskar en till Societeten icke hörande Vetenskaps-idkare erhålla Societetens utlåtande öfver ett af honom författadt och till Societeten inlemnadt arbete, vill Societeten, efter bepröfvande, ett sådant afgifva.

§. 23.

Vid Societetens sammanträden föres Protokoll. Det vigtigaste deraf meddelas Allmänheten genom Offentliga Blad, så framt Societeten, för tillfället, ei annorlunda besluter.

§. 24.

Vetenskaps-Societeten firar en Års- och Högtidsdag, då Societetens Secreterare uppläser en öfver årets arbeten författad Berättelse, hvilken sedan genom trycket offentliggöres. Års- och Högtidsdagen är den 29 April, Hans Kejserliga Höghets, Thronföljaren, Cesarewitsch och Stor-Furstens födelsedag.

ь

Ordföranden, eller, i hans frånvaro, Vice-Ordföranden öppnar Societetens sammantråden, gifver ordet till föredrag, leder öfverlaggningarne, tillser att Societetens beslut verkstållas, och bestammer i utomordentliga fall extra-sammantråden. Frågor rörande
Societetens inre angelägenheter afgöras i sluten session.

6. 26.

Secreteraren förer Protokollet, likväl så, att hvad en föredragande omskar annorlunda, än med få ord, hafva deruti infördt, surskildt skrifteligen meddelas. Secreteraren författar Societetens Arsberattelse, besörjer brefväxlingen och verkställer utgifvandet af alla i Societetens namn utgående handlingar. Societetens penningeangelägenheter åligger det äfven Secreteraren att handhafva.

6. 27.

Är Secreteraren af förfall hindrad att Protokollet föra, bestrides haus befattning för tillfället af någon dertill utsedd närvarande Ledamot.

6. 28.

Val och Beslut i Societeten hafva icke bindande kraft, om cj minst hälften af Ordinarie Ledamöter deruti deltagit.

6. 29.

Når ett tillräckligt antal afhandlingar och uppsattser blifvit till Societeten af dess Ordinarie Ledamöter inlemnade, skola desamma, så fort ske kan, från trycket utgifvas. På Societetens bepröfvande beror, huruvida afhandlingar, som blifvit upplaste och inlemnade af personer, hvilka till Societeten icke höra, komma att i de från trycket utgående Handlingarne intagas.

NICOLAI DEN FÖRSTE,

KEJSARE OCH SJELFHERRSKARE öfver hela Ryssland samt STORFURSTE till Finland &c. &c. &c.

VåR ynnest och Nådiga benägenhet, med Gud Allsmäktig, Tromän och Tjenare, Ledamöter af Finska Vettenskaps-Societeten! För att bereda Eder utväg att af trycket utgifva de vetenskapliga arbeten, som anses tjenliga att ingå uti Societetens Acter, hafve VI i Nåder funnit godt bevilja Societeten en Summa af Ett Tusende Femhundrade Rubel Banco Assignationer om året, att, räknadt ifrån och med nästkommande år 1840, af Finska Statsmedlen utgå: Hvilket Eder härigenom i Nåder meddelas, med tillkännagifvande att VI, uti nu afgående bref, anbefallt Gouverneuren i Nylands Län att sagde anslag, af Stats-Verkets behållningar i härvarande Landt-Ränteri, uppå skeende anmälan, till Eder årligen utbetala. V1 befalle Eder Gud Allsmäktig, Nådeligen. Helsingfors, den 23 October 1839.

Enligt HANS KEJSERLIGA MAJESTÄTS EGET Beslut och i DESS Höga Namn,

DESS tillförordnade SENAT för Finland:

A. THESLEFF.

G. HJÄRNE. AUGUST RAMSAY. CARL FREDR. RICHTER. LARS JÄGERHORN.

W. KLINKOWSTRÖM. LARS SACKLEEN. J. WALHEIM. B. U. BJÖRKSTEN.

A. L. BORN.

Contract Contract Michigan

•

MEMBRES ORDINAIRES

DE LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES DE FINLANDE.

- I. Section des Sciences Mathématiques et Physiques.
- M. Gustave-Gabriel Hallström, Docteur en philosophie et en théologie, Professeur de physique à l'Université d'Alexandre, Agrégé aux Ordres de S:t Vladimir de la 3:me et de S:te Anne de la 2:de classe decoré de la couronne Imp. (Président de la Société depuis le 28 Mai 1838 jusqu'au 29 Avril 1839).
- M. JEAN-JACQUES NERVANDER, Dir en phil., Professeur extraordinaire, Directeur de l'Observatoire magnétique et Professeur-Adjoint de mathématiques et de physique à l'Univ. d'Alexandre.
- M. NICOLAS NORDENSKIÖLD, Dir en phil, Sur-Intendant des mines de Finlande, Chevalier des Ordres de Site Anne et de Sit Stanislas de la 2:de, et de Sit Vladimir de la 4:me classe. (Président actuel de la Société).
- M. NATHANAEL-GÉRARD DE SCHULTÉN, Dir en phil., Professeur de mathématiques à l'Univ. d'Alexandre, Chev. des Ordres de Sit Stanislas de la 2:de et de Sit Vladimir de la 4:me classe. (Secrétaire perpétuel de la Société).

- M. VICTOR HARTVALL, Dir en phil., Juge des mines honoraire, Commissaire des mines. (Élu membre le 8 Avril 1839).
- M. Henri-Gustave Borenius, Dir en phil., Lecteur de la langue allemande et Maître-Enseignant de mathématiques à l'Univ. d'Alexandre. (Élu le 11 Nov. 1839).
- M. CHARLES-GUSTAVE TAVASTSTIERNA, Directeur général de l'Arpentage, Chev. des Ordres de Sit Vladimir de la 4me et de Site Anne de la 3me classe. (Élu le 8 Nov. 1841) *).

II. Section d'Histoire Naturelle.

- M. CHARLES-DANIEL vos HAARTMAN, Dir en phil. et en méd, Directeur-Général des établissements sanitaires de Finlande, Président du Collége de Médecine, Chev. de l'Ordre de Sit Vladimir de la 4:me Classe.
- M. IMMANUEL ILMONI, Dir en phil. et en méd., Professeur de médecine à l'Univ. d'Alexandre, Assesseur du Collége de Médecine, Chev. de l'Ordre de Sit Vladimir de la 4:me classe.
- M. CHARLES-RENAUD SAHLBERG, Dir en phil. et en méd., ci-devant Professeur de zoologie et de botanique à l'Univ.

^{*)} Parmi les membres primitifs de cette Section se trouvait aussi M. von Bonsnorff, Professeur de chimie à l'Université d'Alexandre, décédé le 11 Janvier 1839. L'Éloge de ce membre justement regretté se trouve à la fin de ce volume.

- d'Alexandre, Chev. des Ordres de S:te Anne et de S:t Stanislas de la 2:de, et de S:t Vladimir de la 4:me Classe. (Président de la Société depuis le 29 Avril 1839 jusqu'au 29 Avril 1840).
- M. NICOLAS-ABRAHAM URSIN, Dir en phil. et en méd., Recteur actuel et Professeur de physiologie et d'anatomie à l'Univ. d'Alexandre, Assesseur du Collége de Médecine, Chevalier des Ordres de Site Anne et de Sit Stanislas de la 2:de, et de Sit Vladimir de la 4:me classe. (Vice-Président actuel de la Société).
- M. le Comte Charles-Gustave Mannerheim, Dir en phile et en droit, Président de la Haute Cour de Justice de Vibourg, Chev. des Ordres de Sit Stanislas de la 2ide classe avec la plaque et de Sit Vladimir de la 4ime classe. (Élu le 19 Nov. 1838).
- M. JEAN MAGNUS DE TENGSTRÖM, Dir en phil. et en méd., Professeur de zoologie et de botanique à l'Univ. d'Alexandre, Assesseur du Collége de Médecine. (Elu le 19 Nov. 1838.)
- M. ALEXANDRE von NORDMANN, Dir en phil., Professeur d'histoire naturelle au Lycée-Richelieu à Odessa, Chev. de l'Ordre de Site Anne de la 3:me classe. (Élu le 2 Nov. 1840).
- M. Chrétien Steven, Dir en phil., Conseiller d'État, Inspecteur-Général de la culture de la soie en Russie, Chev. des Ordres de Sit Vladimir de la 3:me et de Site Anne de la 2:de classe décoré de la couronne Imp. (Élu le 2 Nov. 1840).

III. Section d'Histoire et de Philologie.

- M. JEAN-GABRIEL von Bonsdorff, Docteur en phil. et en droit, Conseiller de la Chambre, Camérier au Sénat Impérial de Finlande, Chev. des Ordres de Site Anne et de Sit Stanislas de la 2:de classe.
- M. GUILLAUME-GABRIEL LAGUS, Dir en phil. et en droit, Professeur du droit général de Finlande à l'Univ. d'Alexandre, Chev. des Ordres de Sit Stanislas de la 2:de et de Sit Vladimir de la 4:me classe.
- M. JEAN-GABRIEL LINSÉN, Dir en phil., Professeur d'éloquence et de poésie à l'Univ. d'Alexandre, Chev. des Ordres de Sit Stanislas de la 2:de et de Sit Vladimir de la 4:me classe.
- M. JEAN-JACQUES NORDSTRÖM, Dir en phil et en droit, Professeur de droit des gens et d'économie politique à l'Univ. d'Alexandre.
- M. FRÉDÉRIC-GUILLAUME PIPPING, Dir en phil., Conseiller de Collége, Membre du Sénat Impérial de Finlande, Bibliothécaire et ci-devant Professeur d'histoire littéraire à l'Univ. d'Alexandre, Chev. des Ordres de Site Anne de la 2:de et de Sit Vladimir de la 4:me classe. (Président de la Société depuis le 29 Avril 1840 jusqu'au 29 Avril 1841).
- M. GABRIEL REIN, Dir en phil., Professeur d'histoire à l'Univ. d'Alexandre.

- M. ÉLIE LÖNNROT, Dir en méd., Médecin de l'arrondissement de Kajana. (Élu le 8 Avril 1839).
- M. JEAN-ANDRÉ SJÖGREN, Dir en phil., Couseiller de Collége, Membre extraordinaire de l'Académie Impériale des Sciences de Sit Pétersbourg, Chev. de l'Ordre de Site Anne de la 3ime classe. (Élu le S Avril 1839).
- M. JEAN-ANDRÉ HIPPING, Prevôt, Pasteur de la paroisse de Vichtis, Agrégé à l'Ordre de Site Anne de la 3ime classe. (Élu le 5 Avril 1841).

en Finlande, attestée par celle de son Université, dont la seconde fête séculaire vient d'être célébrée, et, de l'autre, l'isolement de notre pays et la difficulté d'y entretenir des relations actives avec les savants étrangers. Ne nous arrêtant pas
aux causes de ce manque, qui pour paraître singulier n'en doit
pas moins être explicable, nous nous bornerons à observer,
qu'une institution du genre cité, désirable depuis long-temps à
notre patrie, l'est devenue aujourd'hui plus que jamais, par
les progrès immenses des sciences en d'autres pays et la nécessité d'efforts scientifiques plus soutenus qui en est résultée
dans le nôtre.

Par suite de ces considérations, quelques gens de lettres de la capitale de Finlande se sont réunis pour former la Société, dont les premiers travaux sont maintenant offerts aux savants. Ayant, dans quelques assemblées préliminaires, dressé un projet de règlements provisoires pour leur association, ces gens de lettres ont soumis très-humblement à Sa Majesté l'Empereur le plan de l'entreprise, en sollicitant pour elle Sa haute protection. Daignant agréer cette supplique, Sa Majesté Impériale voulut bien, le 14 Avril 1838, permettre l'institution de ce corps scientifique sous le nom de Société des Sciences de Finlande, et, le mois suivant, confirmer les dits Règlements provisoires par des Lettres de Sanction. La haute bienveillance du Souverain envers l'association ne s'est pas restreinte à cette faveur. Informé par Son Excellence M' le Ministre Secrétaire d'État de Finlande de l'impossibilité où se trouvait la Société de subvenir aux frais d'impression de

ses mémoires, Sa Majesté l'Empereur a daigné la doter d'une somme annuelle de 1500 Roubles en assignations de banque, payable sur les fonds du Grand-Duché.*). Pénétrée de la reconnaissance la plus respectueuse pour ces grâces signalées, — preuves nouvelles de la sollicitude infatigable de notre Grand Monarque pour le progrès des lumières, — la Société des sciences de Finlande s'appliquera de son mieux à s'en rendre digne.

L'organisation et le but de la Société sont développés dans ses Règlements. La sanction de l'autorité suprême l'ayant mise à même de commencer ses travaux, elle a tenu sa première séance le 28 Mai 1838, et y a procédé à l'élection d'un Président et d'un Vice-Président pour la première année, ainsi que d'un Secrétaire perpétuel. L'activité de la Société depuis cette époque est exposée dans ses comptes rendus, lus aux anniversaires solennels, que S. M. l'Empereur a daigné lui permettre de célébrer le 29 Avril, jour de naissance de S. A. I. Mer le Césarévitch Grand-Duc Héritier. D'après ces relations, publiées dans la gazette générale de Finlande, le nombre des communications scientifiques adressées à la Société s'élevait à son dernier anniversaire à 81, dont 41 devaient être insérées dans le recueil de ses Actes. Le premier de ces nombres a depuis été augmenté de 22 et le second de 14. Pour ne pas trop retarder la publication de ses travaux, la Société s'est décidée à les faire paraître par cahiers irréguliers dont

^{*)} Les Rescrits Impériaux sur l'institution et la dotation de la Société, ainsi que les règlements provisoires, sont placés en tête de ce volume.

un nombre convenable formera un volume. Le premier de ces cahiers, renfermant les pages 1—192 de ce volume, a paru lors de la fête liséculaire de notre Université, le second a été publié l'autonne dernier et le troisième, mis au jour actuellement, complète ce premier Tome. Les membres primitifs de la Société, au nombre de Quinze, ont été augmentés de Dix, élus dans l'ordre prescrit par les règlements. Les noms des membres et fonctionnaires, avec quelques remarques y relatives, se trouvent dans la liste ci-dessus.

La Société se flatte de l'espérance que les savants accueilleront favorablement ses faibles efforts pour l'accroissement des
connaissances scientifiques. Elle ne se dissimule pas le désavantage de sa position isolée, également défavorable à des
communications actives et suivies avec les savants de l'étranger
et à l'acquisition prompte et complète des ouvrages scientifiques, dont s'enrichit continuellement la littérature d'autres pays.
Prévoyant les difficultés qu'opposera cette circonstance à son
entreprise, elle ne s'en décourage cependant pas, persuadée
que des progrès même moins considérables ne sont pas à dédaigner dans la poursuite du but utile et important, auquel
sont consacrés ses efforts. Helsingfors en Avril 1842.

N. G. DE SCHULTÉN. Secr. perp. de la Soc. des Sciences.

COMMENTATIONES

SOCIETATIS SCIENTIARUM

FENNICÆ.

TOM. I.

	TAXABLE PARTY AND PARTY AN
	400.00
•	

VARIATIONUM PRESSIONIS ATMOSPHÆRÆ TERRESTRIS

IN LOCIS LONGE A SE DISTANTIBUS CONCORDAN.

TIUM EXAMEN PROPONIT

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Societ. exhib. d. 8 Aprilis 1839.)

MUTATIONES illæ atmosphæræ terrestris, quas indicant variationes barometricæ, in periodicas, secundum statas leges recurrentes, & accidentales dispesci solere, notissimum est. Obventitias has, quarum causam non facile poteris exponere, locis a se longe quidem distantibus esse fere easdem & synchronas, quidam utique Scrutatores naturæ contenderunt, alii vero, maximam constituentes partem, negarunt; unde intelligitur, hanc rem sibi tantam nondum, ut plene decideretur, conciliasse attentionem Physicorum. Invenimus namque cl. Dalton anno jam 1801 uti rem cognitam nominasse, variationes barometricas variis quibusvis locis non esse diversas, sed communes & similes per magnam partem superficiei telluris observari *); & Pictet anno 1811 earundem similitudinem Londini, Parisiis & Genevæ ex observationibus annorum 1806

^{*)} Cir. Annalen der Physik, herausgegeben von Gilbert, Vol. 15, p. 197.

& 1807 ostendit *). Deinde quoque synchronismum status barometrici solito depressioris ex occasione procellarum variis locis ortarum interdum esse observatum referunt Brandes **) & Kāmtz **), considerantes illum uti specialibus hisce tantum casibus obventitium, non vero ut universale quoddam, quod quotidie recurrit, phænomenon; nullum autem alium scrutatorem hanc rem tetigisse, multo minus speciali examini subjecisse, invenimus.

Ante quindecim jam annos operæ pretium duximus hanc materiam plenius examinandam suscipere, & qvidem facile nobis persuasimus, opinioni eorum, qui certam inter mutationes aeris locorum a se distantium convenientiam observari contenderant, esse assentiendum. Comparavimus nempe, vestigia prementes cl. Pictet, graphicas variationum barometricarum in Anglia, Dania, Russia Europæa & Siberia observatarum expositiones, quarum mutua convenientia nobis apparuit indubia. Hanc rei rationem paulo post litteris ad cl. Hansteen datis breviter explicavimus, qui nostram de ea assertionem in Ephemeridibus litterariis Christianiæ tum editis Magazin for Naturvidenskaberne) publici juris fecit. Sententiam nostram deinde novis instruximus argumentis, expositionem vero eurum litteris jam consignatam, quam publicæ luci committendam paraveramus, diræ anno 1827 Aboæ consumserunt flammæ. Cum vero, quo diligentius hanc materiam examinaverimus, eo lu-

¹⁾ In citatis Annales der Physik Vol. 41, p. 74 &c.

^{. *)} Beytrage zur Witterungskunde, Leipz. 1820, p. 26 &c.

^{...)} Lebrbuch der Meteorologie, Vol. 3, p. 373 &c.

culentius eam magni esse in phænomenis meteorologicis explicandis momenti, adeoque singularem mereri Physicorum attentionem intelligeremus; non potuimus quin eam denuo investigandam susciperemus, quo facto, quæ sic naturæ phænomeni convenientissima esse judicavimus, publice dijudicanda his jam committimus.

Quicunque observationibus meteorologicis examinandis & ordinandis occupatus fuerit, magnam ex una parte illam, quam parit multitudo numerorum in Ephemeridibus meteorologicis vulgo occurrentium, ex altera autem non minorem e penuria satis frequentium observationum, expertus sine dubio est difficultatem, quando ad justas & accuratas Meteorologiam promoventes conclusiones quærendas animum attenderit. Multitudinis difficultatem vincit naturæ rei conveniens numerorum in summam redactio atque graphica eorum apte instituta expositio; qua enim peracta primo jam intuitu atque uno adspectu universum systema observatorum comprehendere & quid in illis sit cuique loco proprium & speciale, quidve commune, facilius contueri valemus. In eo autem opere simul difficultate defectus sufficientium observationum non raro laboramus. Animus fuisset disquisitionem in certa aliqua serie instituere, versus certam aliquam plagam dirigere, & ad certum finem assequendum proferre; desunt autem non raro observationes, si eam longius extendere vellemus, quod quidem nobis etiam in præsenti scrutatione accidisse dolemus.

Brandes, instituta adumbratione tempestatis anni 1783, animadvertebat, Mercurii in Barometris status solito depressiores

in locis Germaniæ occidentalibus ocius, atque orientalibus serius, observatos fuisse*), unde occasionem sumsimus quærendi, an hoc respectu status quoque solito elevatiores, & forte ctiam mediocres, adeoque in universum omnes, candem indicent rationem. Quo hujusce quæstionis enodationem, qualem utique continent observationes, rite possimus elicere, indicationes Barometrorum pro locis zonæ terrestris, circa gradum latitudinis geographicæ borealis 60mm sitis, nec non ad distantiam fere 5m ab utraque parte ejusdem lineæ parallelæ, examinandas ideo præcipue elegimus, quod majorem illarum copiam in eadem quam in alia quavis collegisse nobis contigerit.

Quando loci cujusdam observationes barometricas ita graphica constructione exhibemus, ut c linea recta ex gr. horizoatali, utut axi abscissarum, divisa in æquales partes, quæ successionem temporis indicant, erigamus lineas rectas normales seu ordinatas orthogonales, quæ vice funguntur observationum barometricarum, hisque sunt proportionales: extremitates harum ordinatarum conjungentes construximus lineam curvam, quæ constitutionem barometricam cujusvis momenti temporis exhibet. Est eadem vulgo undulata, partibus constans elevatioribus & depressioribus, quæ his correspondentes elevationes & depressiones atmosphæræ nostræ aëreæ simul exsistentes, observatasque Barometrorum variationes efficientes indicant. Facile hinc intelligitur quid per undas aëreas

^(*) În citatis Beytrage p. 272

in sequentibus significatas velimus. In ea zona terrestri, quam jam considerandam sumsimus, est aër adeo volubilis, ut quivis dies unam habeat vel plures diversas undas vel ascendentes vel descendentes; & si pro eodem tempore plurium in eadem a nobis considerata zona sitorum locorum curvas barometricas construimus, non possumus quin singularem in illis animadvertamus convenientiam universalem, etiamsi simul cuique propria variatio specialis sese manifestet.

Inter multas talium curvarum comparationes, quas instituimus, duas hic illustrationis causa adnectimus in Tab. I pro mense Februario anni 1828, & Tab. II pro Januario 1835 delineatas, illam quæ observationes exhibet Londini, Petropoli, Archangelopoli, Moscuæ, Casani, Permiæ & Tobolskiæ factas, hanc vero in possessione Russiæ Americana Sitka, nec non Londini, Berolini, Stockholmiæ, Helsingforsiæ & Petropoli institutas sistens *). Duas primo jam intuitu hæ exhibent res memoratu dignas, & adeo evidenter testatas, ut nulla de iis oriri posse videatur controversia, quin legem definitam atque constantem naturæ, si vel hucus-

^{*)} Observationes Londinenses in Philosophic. Transact. habentur; Berolinenses in Annal. Poggendorffii; Stockholmienses in ejusdem urbis plagulis ephemeridum; Petropolitanæ in Actis Academiæ Scientiarum Petropolitanæ; Moscuanæ in Ephemeridibus Dwigubskii; Casanenses in Ephemeridibus quæ Nuntii nomen ferunt; Archangelopolitanas autem, Permienses & Tobolskienses manuscriptas ex Archivo Imp. Societatis Oeconomicæ Feuniæ commodatas accepimus, atque Sitkaenses amicitiæ cl. Kupffer debemus. Tobolskienses semel tantum quovis die sunt factæ.

que incognitam, necessario nexu sequantur. Primo scilicet mox perspicitur, cujusque loci quamcunque undam tam ascendentem quam descendentem suam per totam seriem mensium habere, reliquis locis recognoscendam, sibi correspondentem aliam, quod quidem in majoribus evidentius, in minoribus tamen simul absque omni dubitatione perspicitur, etiamsi quoque omnes sæpe quoad magnitudinem passim mutatæ videantur. In Tabulis adnexis eas, quæ diversis locis sibi correspondentes esse judicavimus, iisdem litteris significavimus, quo facto ratio memorata sese ita evidentissime manifestat, ut per spatia allata satis sane ampla, a Sitka Petropolin usque, quod dimidiam fere telluris in latitudine 60° circumferentiam complet, atque ex Anglia ad Siberiam, quæ dlstantia ejusdem circumferentiæ est pars fere quinta, non nisi duæ minimarum undarum desiderentur, quæ probabiliter aut cum aliis sibi proximis coaluerant, aut etiam tempore nocturno vel alio quodam, quo nullæ instituebantur observationes, observatorum fugerant attentionem.

Similem rationem, qualem in hisce lineis undulatoriis in Tabb. I & II depictis ostendimus, in multis aliis numero pluries centenario, quas in laudata zona 60° examinavimus, experti sumus, unde ad concludendum inducimur, eandem ubique circum terram in eadem saltem zona reperiri. Qvod vero ibidem adeo constanti lege accidere videmus, illud utique in aliis quoque latitudinibus geographicis, si quoque certis conditionibus loco cuique propriis distinctum, exspectare probabiliter possumus, quam quidem rem

Diversa anni tempora in hac re essentialem aliquam afferre mutationem animadvertere non potuimus; ei tamen, qui ex autopsia certiorem sibi de hac re cognitionem comparare cupit, suademus, ut observationes mensium potissimum autumnalium & hibernorum examinandas eligat. Tempore quidem æstivo quoque undæ aereæ non interrupta serie sese subsequuntur, sunt autem eædem sæpe per totum mensem quoad formam & magnitudinem adeo similes, ut dubii interdum hæreamus, quænam earum inter se comparari debeant, atque incerti maneamus, an data quædam unda vel ei proxima, anterior aut posterior, unius loci cum data alterius æquiparanda sit, cum e contrario reliquis anni temporibus undæ majores & minores inter se adeo inæquales subsequi vulgo observantur, ut omne dubium de justa comparatione evanescat. Cavendum tamen est, ne ea re, quod undæ præcipue majores in duas interdum quasi diffindantur, atque aliæ duæ sibi contiguæ in unam pedetentim coalescant, in errorem inducaniur. Sunt hæ mutationes singulares causæ cuidam speciali, quæ loco propria est, adscribendæ, quæ vero non impediunt quominus in universum convenientia conspicua maneat. Si vero jure est exspectandum, minores diversitates pedetentim & ad magnam locorum distantiam posse omnem destruere similitudinem, consultissimum utique erit loca comparationis eligere, quarum longitudines geographicæ gradus 20 vel 25 non excedunt, si modo observationum copia illam

permittit cautelam. Eandem vero in nostra comparatione non potuimus omni ex parte sequi; inter remotissimum scilicet Americæ occidentalis locum Sitka atque Europæa reliqua nullæ nobis ex America orientali vel Islandia ad manus fuerunt observationes *), quæ sine dubio ad rem nostram dilucidandam magni fuissent ponderis. — Ultimo hic adnotasse convenit, observationes remotiorum temporum candem omnino ac recentiorum in hac re præbere rationem, quod adnotationes ex. gr. in Ephemeridibus Meteorologicis Manheimensibus ante dimidium seculi publicatæ satis ostendunt.

Altera, quam allata statuum barometricorum graphica expositio indagat atque confirmat, attentione nostra digna res est, quod eadem unda aërea vel adscendens vel descendens in regionibus occidentalibus tempore sit prior quam in orientalibus. Ita in allatis Tabulis videmus, lineas, quæ pro locis diversis per summitates undarum correspondentium eadem littera designatas ductæ concipiuntur, non fieri parallelas ordinatis curvarum, sed oblique positas, quod aperte ostendit, similes undas, ex. gr. e Sitka egressas, Londinum attigisse circiter post tres, atque Petropolin post quatuor fere dies, & undas inter Londinum & Petropolin consumsisse tempus 16 horarum, adeo ut unda O Tabulæ II in Sitka observata sit noctu inter 15 & 16 Januarii, Londini noctu inter

^{*)} Conatus irritus ex Anglia nanciscendi Collectionem meteorologicam: Meteorological Register, prepared by J. Level, Washingt. 1826, exspectationem nostram frustratus est; neque adhuc observationes Thorstensenii Hainiæ 1839 in Collectaneis Meteorologicis publicatas nobis potuimus comparare.

Variationum pressionis atmosphæræ terrestris examen. 9
18 & 19, Berolini noctu inter 19 & 20, Holmiæ ante meridiem die 20, Helsingforsiæ tempore meridiano die 20, atque tandem Petropoli post meridiem ejusdem dici, & sic fere in ceteris.

Quando in eo versabimur, ut celeritatem, qua undæ aëreæ hac ratione versus plagam orientalem progrediuntur, exactius determinemus, majorem certe copiam observationum consulere debemus. Facile enim perspicitur, quod etiam a volubilitate aëris est exspectandum, inæqualitates in eadem non raro exsistere, quæ difficultates exactissimæ ejus mensuræ assignandæ augent. Observationes semel tantum quovis die factæ sufficiunt quidem ad ostendendum easdem undas aereas diversis locis successive exsistere; quamprimum vero de celeritate progressionis earum quæstio movetur, iisdem pluries quotidie institutis magis est fidendum, quare inter eas, quas examinavimus, Tobolskianæ semel quotidie factæ minimam hoe respectu merentur sidem, etiamsi de cetero, ob distantiam ab Europæis longiorem, majoris utique sint pretii. Sed earum quoque, quæ ter vel pluries sunt adnotatæ, quando media velocitas est accurate exploranda, majori copia adhibenda opus est, quo juncto earum influxu inæqualitates velocitatis possint eliminari. Hanc ob causam tot consulimus plurium locorum observationes, quot usui huic accommodatas esse intelleximus. Binas quasque in lineis undulatis duorum locorum depictas & inter se correspondentes undas comparavimus, adnotatione facta quantum una præcesserit alteram, & sic sequentem nacti sumus expositionem, circa quani

poris momentum, facta, quantum quidem illud permiserint observationes & rei ratio requisiverit, ob differentiam meridianorum reductione, nos respexisse. Fecimus

A = differentiæ longitudinis locorum geographicæ, horis expressæ;

B = numero undarum cujusque loci comparationis;

C = summæ temporum, diebus (24 horarum) expressorum, quibus omnes loci occidentalioris undæ suis correspondentibus orientalioris plagæ præcesserunt;

 $D = \frac{C}{B} = \text{tempori}$, diebus similiter expresso, quod progrediente unda e loco occidentaliori ad orientaliorem labitur;

 $x = \frac{D}{A} =$ tempori, diebus quoque expresso, quod labitur progrediente unda inter duo loca, quorum differentia longitudinis est 15° seu 1½; quibus præparatis sequentia nacti sumus:

Inter Sitkam & Londinum,	1.	B	C	D	x
anno 1829, Januario	9,04	17	57,0	3,35	0,37

Inter Londinum &	A	$B \mid$	C	D	x
Berolinum;	0.00	10			
anno 1829, Januario	0,90	19	,	0,28	
Februario	1	24	12,1	0,50	
Martio		23	10,7	0,46	
Aprili		22	11,8	0,54	

18

22

18

20

24

22

27

15

-21

275

8,5

136,7

13,2 0,63

- 0,49

0,57

anno 1830, Januario.

Februario

Martio

Majo
Julio

Augusto . . .

Novembri . . .

Decembri ...

Summa:

Medium

. 7,8	0,43	
9,8	,0,44	
10,5	/0,58	
, 11,1,	0,55	
11,0	0,46	
10,0	0,45	
14,9	0,55	

0,54

Inter Londinum & Hel-	Λ	B	C	D	x
singforsiam.					
anno 1834, Octobri	1,67.	18.	11,8	0,66	
Novembri		19	14,2	0,75	ŀ
Decembri		- 21	11,5	0,55	
1835, Januario		17_	_ 13,8_	0,81	
Februario		. 17	9,2	0,54	
Martio		15	4,5	0,30	
Aprili		18	12,2	0,68	
Majo		19	4,4	0,23	
Junio		28	5,6	0,20	

anno 1835, Augusto		19	10,4	0,55	
Octobri		23	17,5	0,76	
Novembri		17	13,4	0,79	
Decembri		17	14,8	0,87	
Summa	_	248	143,3		
Medium		-	_	0,58	0,35

Y	1	B	C	D	x
Inter Apenroam & Petropolin.					
anno 1824, Novembri	1,36	33	12,9	0,39	
Decembri		30	15,9	0,53	
1825, Januario		23	6,0	0,26	
Februario		24	12,7	0,53	
Martio		18	10.6	0,59	
Aprili	d d	23	8,5	0,37	1
Summa		151	66,6		•
Medium		_	_	0,44	0.32

Inter Berolinum &	A	В	С	D	x
Helsing forsiam.	0,78	29	13,2	0,46	
Februario		18	6,0	0,34	
Martio		24	8,2	0,33	

Anno 1830, Aprili		23	11,2	0,49	
Majo		26	5,4	0,21	
Junio		18	7,6	0,42	
Julio	4	23	16,0	0,70	
Augusto		25	10,5	0,42	
Septembri		19	8,9	0,33	
Octobri		21	10,4	0,49	
Novembri		21	8,1	0,38	
Decembri		. 24 .	7,8	0,35	
Summa	_	271	113,3		
Medium	-	_		0,42	0,54

Inter Christianiam &	А	В	C	D	x
Aboam.			. (
Anno 1825, Octobri	0,77	19	6,5	0,34	
Novembri		23	11,3	0,50	
Decembri		11	3,3	0,30	
1826, Januario		25	7,3	0,30	
Februario		22	9,8	0,44	
Martio		22	5,4	0,25	
Summa		122	43,6		
Medium		-		0,36	0,47

Inter Holmiam & . A	B	(C	D	x
Petropolin.			1	
Anno 1784, Januario 0.53	14	3,7	0.26	
Februario	24	11,3	0,47	
Martio	26	12,8	0,49	
Aprili	15	3,4	0,23	
Junio	28	12,0	0,43	
Septembri '	17	7,0	0.41	
Octobri	23	2,8	0,12	
Novembri	23	10,3	0,45	
Decembri	22	9,7	0.44	
1834, Decembri	22	6,2	0,28	
1835, Januario	25	7.0	0,28	
Februario !	19	4.7	0,25	
Martio	24	4,6	0,19	
Aprili	25	9,2	0,37	
Summa —	307	104,7		
Medium			0,34	0,41

Inter Aboam & Petro-	A	B	<i>C</i> '	D	х
polin.					
Anno 1825, Januario	0,54	32	10,2	0,32	
Februario		16	4,0	0,25	
Martio		22	2,3	0,10	

Anno 1825, Aprili	27	4,8	-0,18-	
Majo	28	5,0	0,18	
Junio	21	2,5	0,12	i
Julio	19	6,0	0,32	
Augusto	22	5,1	0,24	
Septembri	15	3,6	0,24	
Octobri	26	10,8	0,41	,
Novembri	-26	8,2:	0,31	
Decembri	18	. 2,5	0,14	
1826, Januario	26	8,3	0,32	
Februario	19	6,3	0,33	
Martio	18	4,6	0,26	
Aprili	21	5,0	0,24	
Majo	18	1,9	0,11	
Julio	16	2,4	0,15	
Augusto	27	7,2	0,27	
Septembri	22	3,6	0,17	
Octobri	28-	3,0	0,11	
Novembri	19	2,1	-0,11	
Decembri	31	6,3	0,20	
Summa —	517	115,7		
Medium —			0,22	0,41
	1			

Inter Helsingforsiam &	A	\boldsymbol{B}	C	D	x
Moscuam.					
Anno 1828, Januario	0,84	18	4,3	0,24	
Februario		15	6,2	0,41	
1830, Januario		24	10,3	0,43	
Februario		19	8,0	0,42	
Martio		23	13,3	0,58	
Aprili		24	13,7	0,57	
Majo		27	13,5	0,50	
Junio		22	7,0	0,32	
Julio		29	13,6	0,47	
Augusto		32	9,6	0,30	
Septembri		31	18,6	0,60	
Octobri		23	14,4	0,62	
Novembri		15	9,3	0,62	
Decembri		41	24,2	0,55	
Summa	_	346	166,0		
Medium	_	_	_	0,48	0,57

Inter Petropolin &	1	B	C	D	x
Archangelopolin.	1				
Anno 1827, Octobri	0,68	25	5,8	0,23	
Novembri ·		21	3,9	0,19	
Decembri	į	19	3,4	0,18	

Anno 1828, Februario	20	9,4	.0,47	
Martio	20	7,6	0,38	
Aprili	19	10,3	0,54	
Majo	24	7,7	0,32	
Septembri	21	7,1	0,34	
Octobri	23	9,7	0,42	
Novembri	31	6,8	0,22	
Decembri	18	2,2	0,12	
1829, Januario	18	8,6	0,48	
Februario	22	5,7	0,26	
Martio	21	7,8	0,37	
Aprili	22	6,4	0,29	
Octobri	21	6,8	0,32	
Novembri	23	3,6	0,16	
Decembri	. 18	3,1	0,17	
Summa —	286	1150		
	386	115,9		
Medium	_	_	0,30	0,44

Inter Petropolin &	A	B	C	, D	x
Casanum.					
Anno 1830, Januario	1,25	21	5,3	0,25	
Februario		17	7,5	0,44	
Martio		14	10,5	0,75	
Aprili ;		20	9,2	0,46	1

Anno 1830, Majo	30	17,1	0,57	1 1
Septembri	16	9,0	0.56	
Octobri	27	20,5	0,75	1
Novembri	21	15.7	0,75	
Decembri	29	16.8	0.58	1
1831, Januario	30	13.5	0.45	
Februario	15	9.0	0.60	
Martio	16	16,0	1,00	
Septembri	20	12.4	0,62	1
Octobri	23	14,9	0,65	
Novembri	23	4,4	0.19	
Decembri	23	12.4	0.54	
Summa	345	194.2		
Medium	- -	_	0,56	0.45

Inter Petropolin & Permiam.	_4	В	С	D	2
Anno 1825, Octobri	1,74	18	14.7	0.62	
Novembri		24	20.7	0.86	
Decembri		14	8.8	0.63	
1826, Januario		16	13.6	0,85	
Februario		20	12.5	0,62	
Martio		19	11.5	0.61	
Aprili		13	10,6	0.51	

Anno 1827, Octobri		22	17,8	0,81	1
Novembri		20	16,3	0,81	
Decembri		12	11,9	0,99	
Summa		178	138,3		
Medium	_		_	0,78	0,45

Inter Casanum &	A	B	\boldsymbol{C}	D	x
Permiam.					
Anno 1827, Octobri	0,49	17	6,0	0,35	
Novembri		14	3,6	0,26	
Decembri		25	3,7	0,15	
1828, Januario		22	3,8	0,18	
Februario		24	4,7	0,19	
Martio		30	6,3	0,21	
Aprili		25	1,5	0,06	
Summa		157	29,6		
Medium			_	0,19	0,39

Medium arithmeticum horum sic determinatorum valorum est quidem x = 0,439; cum vero singuli particulares valores eadem non gaudeant certitudinis gradu, qui tam a numero observationum quam a distantia mutua locorum pendet, & hæ utræque res in determinationibus supra allatis diversæ fuerint, postulat scientifica quæstionis tractatio, ut hujus diversitatis ratio juste habeatur, quod

quidem fit attendendo ad originarium valorem $x = \frac{D}{A} = \frac{C}{AB}$, unde habetur C = ABx. Si singuli jam valores particulares quantitatum A, B & C rite & successive substituuntur, oriuntur sequentes æquationes:

$$57,0 = 9,04$$
. $17 \cdot x = 153,68 \cdot x$;
 $136,7 = 0,90 \cdot 275 \cdot x = 247,50 \cdot x$;
 $143,3 = 1,67 \cdot 248 \cdot x = 414,16 \cdot x$;
 $66,6 = 1,36 \cdot 151 \cdot x = 205,36 \cdot x$;
 $113,3 = 0,78 \cdot 271 \cdot x = 211,38 \cdot x$;
 $43,6 = 0,77 \cdot 122 \cdot x = 93,94 \cdot x$;
 $104,7 = 0,83 \cdot 307 \cdot x = 254,81 \cdot x$;
 $115,7 = 0,54 \cdot 517 \cdot x = 279,18 \cdot x$;
 $166,0 = 0,84 \cdot 346 \cdot x = 290,64 \cdot x$;
 $115,9 = 0,68 \cdot 386 \cdot x = 262,48 \cdot x$;
 $194,2 = 1,25 \cdot 345 \cdot x = 431,25 \cdot x$;
 $138,3 = 1,74 \cdot 178 \cdot x = 309,72 \cdot x$;
 $29,6 = 0,49 \cdot 157 \cdot x = 76,93 \cdot x$;

quæ methodo quadratorum minimorum tractatæ verisimillimum determinant valorem

$$x = 0.438 \pm 0.05$$

qui igitur cum medio arithmetico supra invento omnino convenit. Apparet vero simul intra fines ± 0,05 hanc determinationem pro-habiliter contineri, seu quantitate ± 13 horæ eandem a vera aberrare posse.

Quoniam quivis gradus longitudinis geographicæ in latitudine 60° est = $7\frac{1}{2}$ milliar. geograph., distantia inter duo loca, quorum differentia meridianorum est 15° , crit = $7\frac{1}{2}$. $15 = 112\frac{1}{2}$ milliar. geograph., quæ ab undis tempore 0.44 ± 0.05 diei, seu 10.6 ± 1.2 horarum, percurritur. Habebitur itaque media undarum velocitas, qua versus orientem feruntur, = 10.65 ± 1.54 milliar. geogr. tempore unius horæ, seu $67\frac{1}{2}$ pedum Parisinorum tempore 1", qua quidem velocitatem puncti cujusdam, in superficie telluris ad latitudinem 60° siti, a rotatione quotidiana circa axem terræ ortam superat.

Variabilitas hujus velocitatis mediæ, qualem calculus determinat, & quæ ad partem † totius exsurgit, a duabus videtur esse profecta causis, quarum una, si operæ pretium foret, magna ex parte removeri posset, alteram vero mutare non est humanarum virium. Illa nempe inde pendet, quod observationes ter tantummedo quovis die sunt institutæ, unde fit, ut mutationes, quæ in undis perspiciuntur, ad hæc eadem tempora observationum referri debeant, etiamsi medio quodam momento exsistere potuerint. Major certe observationum copia accuratiores præberet determinationes, nisi altera hæc causa, mutabilitas scilicet ventorum, tanta esset, ut maximæ variationes velocitatum inde derivari posse videantur.

Perspicua est certo respectu analogia inter undas aëris sonoras & undas hic consideratas; propagantur illæ si ventus vel secundus vel adversus fuerit, vel summan vel differentiam celeritatis

suæ propriæ & venti secutæ, & simile quid in his exsistere indubium videtur, quarum celeritatem venti vel augent vel minuunt. Simul vero oritur quastio, an prater illam vim ventorum propria quoque iude non pendens hisce undis competat celeritas, vel num phænomenon hic examinatum totum quantum a ventis sit derivandum, ad quam solvendam momenta ex experientia desumta consulantur. Examinandum scilicet est, an in observationibus diversorum mensium valores D cam sequantur rationem, quæ a directionibus ventorum simul spirantium exspectaretur. In eum finem convenit ex Ephemeridibus meteorologicis separatim collegisse numerum omnium ventorum, qui e plaga occidentali spirant, nempe africi, favonii & cauri (quos Germani litteris SW, W & NW nobiscum significant), & qui ex orientali flant, aquilouis, subsolani & euri (NO, O & SO), factaque illorum summa = H, horum = O, ratio W: O cum valoribus D est comparanda, quæ si inverso ordine proportionem valorum D sequitur, apertam ostendit vim ventorum ad observatam undarum velocitatem mutandam; alioquin non. Sequentes comparationes illustrationis causa attulisse juvabit

Inter Aboam &	D supra	Sun	nma 1a ci		orun ındis					Ratio
Petropolin.	inventus.	S	SIV	W	NIV	N	NO	0	so	W: 0
1825, Junio	0,12	25	38	13	19	2	1	3	7	6,4:1
Julio	0,32	50	16	16	26	9	17	8	_	2,3:1
Aug	0,24	13	12	14	24	4	8	13	8	1,7:1
Sept	0,24	8	6	14	10	16	7	9	10	1,2:1
Octob	0,41	45	32	5	9	4		6	9	3,1:1
Nov	0,31	30	42	1	3	17	3	3	7	3,5:1
Dec	0,14	32	12	5	_	8	13	4	25	0,4:1
1826, Jan	0,32	47	22	16	3	15	7	4	4	2,5:1
Febr	0,33	40	5	_	1	5	2	1	43	0,1:1
Mart	0,26	43	15	10	12	9	4	1	5	3,7:1
Aprili	0,24	28	10	9	9	20	4	6	11	1,3:1
Majo	0,11	16	7	15	6	17	28	3	8	0,7:1
Julio	0,15	9	16	6	7	11	13	6	6	1,2:1
Aug	0,27	29	26	15	7	3	10	6	6	2,2:1
Sept	0,17	11	22	17	15	13	15	1	5	2,3:1
Octob	0,11	23	18	7	9	5	5	1	14	1,7:1
Nov	0,11	34	20	7	3	9	8	_	6	2,1:1
Dec	0,20	16	27	17	5	10	3	_	1	12,2:1

Hæc expositio plura præbet testimonia ejus rei, rationem valorum D aliam esse quam quæ e directione ventorum exspectatur. Quando nimirum tempore mensis cujusdam numerum ventorum

occidentalium magnum & orientalium parvum observanus, illos progressionem undarum accelerasse judicaremus, quæ ratio valorem temporis præterlapsi D parvum redderet. Hoc revera accidit mense Junio anni 1825. Similiter parva fuit celeritas undarum mensis Februarii 1826, quando venti orientales decies plures quam occidentales fuere. Contrarium vero observabatur mensibus Decembri 1825 atque Majo, Octobri & Novembri 1826, præterquam quod plures aliæ anomaliæ occurrant. Ita mense Decembri 1826 duplo major quam Octobri 1825 erat celeritas undarum, etiamsi venti occidentales hoc mense quodruplo plures quam illo fuere, qualia etiam alia contraria argumenta ex aliorum locorum observationibus proferri possunt. Est ex. gr. inter

$$Londinum \& Helsing for siam \begin{cases} 1825, Jan., D=0.81, \& W: O=2.8:1 \\ - Jun., D=0.20, ...W: O=1.5:1 \end{cases}$$

$$Berolinum \& Helsing for siam \begin{cases} 1830, Maj., D=0.21, ...W: O=1.5:1 \\ - Oct., D=0.49, ...W: O=2.4:1 \end{cases}$$

$$Holmiam \& Petropolin ... \begin{cases} 1784, Mart, D=0.49, ...W: O=1.3:1 \\ 1825, Mart, D=0.12, ...W: O=1.1:1 \end{cases}$$

quæ omnia exempla ei contrariam rei rationem indicant, quæ a directione ventorum derivaretur. Etiamsi igitar venti occidentales in universum augere debeant undarum versus orientem progressiones, orientales vero minuere, quod multis quoque casibus factum esse apparet, hinc tamen ad concludendum inducimur, eandem regulam sæpe non fuisse observatam, unde sequitur, aliam quandam causam simul adfuisse, quæ fortiore non raro vi ad undas has propellen-

Variationum pressionis atmosphæræ terrestris examen. 25 das coaduxit. Si præter directionem ventorum simul quoque eorum celeritatem cognosceremus, nova inde & sine dulio multi pretii argumenta ad rem illustrandam forte naucisceremur.

Si vero hoc modo intelligimus, laudatam versus orientem factam progressionem omni ex parte rationi ventorum inferiorum. quos vulgo proxime ad superficiem telluris quotidie observamus. non convenire: quæri tamen poterit, annon hoc phænomenon quodam modo pendeat a ratione illorum ventorum, qui in superioribus atmosphæræ regionibus fiant, quique igitur in hoc examine specialem mereri videntur attentionem. Notum namque est, universalem supra Europam aeris atmosphærici progressionem e plaga occidentali versus orientalem observatam esse, etiamsi eam venti inferiores sæpe occultent. Eandem hanc rationem testari videtur partim calculus de ea re secundum regulam Lamberti institutus, partim quoque peregrinatorum in cacumiques montium altissimorum facta experientia. Sic docent Humboldt & Buch alique, qui montem altissimum Teneriffæ visitarunt, favonium ibi perpetuum, & quidem adeo vehementem s; irare, ut ille pedibus suis vix instare potuerit, contrario vento ad superficiem maris flante *). Ita etiam aeronautæ testantur, in superioribus atmosphæræ regionibus ventos illis occurrisse & vehementes & aliorsum directos, quam quos prope terram paulo ante observaverant, quare a re certe non erit alienum assumere, universalem illam undarum aë-

^{*)} Clr. Dove, Meteorologische Untersuchungen, Berlin 1837, p. 270.

rearum a Barometris indicatam progressionem versus occidentem a superioris aëris transmigratione versus caudem plagam determinari. Inferiores scilicet venti non valent impedire, quominus superioris massæ aëreæ, quæ quoque inferiore multo major supponitur, mutationes in Barometris animadvertendæ veniant. Restat tantum, ut examinetur, an celeritas observata undarum cum velocitate ventorum superiorum conveniat.

In determinanda ventorum velocitate discrepant inter se Physici, quod quidem indicat, rem difficultate sua non carere. Antiquiores, ut Mariotte, & cum eo plures etiam recentissimi *), parvum nimis valorem ei assignant, statuentes procellam jam appellandum esse ventum celeritate 22 pedum Parisinorum tempore 1" motum. Derham æstimat procellæ cujusdam celeritatem fuisse 66 pedum, & aliæ 83 pedum. Smeaton vero **) non nisi illum inter procellas refert, cujus velocitas est 73 pedum, & Gilbert ***), qui e cognitis antiquioribus observationibus, Parisiis ad determinandam velocitatem soni institutis, celeritatem venti computavit, æstimat celeritatem 55 pedum vehementi quidem vento, qui tamen procellæ nomen nondum merebat, competiisse, addens hos valores justo forte esse minores, cum contra Muncke; asserit procellæ velocitatem esse tantum 50 pedum. Pleniorem collectit procellæ velocitatem esse tantum 50 pedum.

^{*)} Cfr. Traité de Meteorologie par Garnier, Bruxelles 1837, p. 208.

^{**)} In Philosophic. Transact. Vol. LI, Part. I, p. 165.

^{***)} In Annal. der Physik., V. 44, p. 203.

^{†)} Gehlers physikal. Wörterbuch, Vol. IV, p. 1352.

Variationum pressionis almosphæræ terrestris examen. tionem valorum velocitatis ventorum, ad celeritatem usque 182 pcdum extensam, proponit Brewster *). Si quidem omni ex parte inter se non conveniunt hæ assertiones variæ, ostendunt tamen ventum celeritatis 67 pedum, quæ erat media undarum aërearum, etiamsi vehementem, forsitan talem, qualem expertus est Humboldt in monte Tenerissæ, in medio sere esse ventorum observatorum, unde sententia illa, undarum aërearum a Barometris indicatam progressionem versus orientem a ventorum superioris atmosphæræ versus candem plagam directione pendere, multam sibi vindicat verisimilitudinem. Et si quidem eandem hanc sententiam in natura rei esse sundatam jam affirmaremus, inde inverso ordine, si quoque circulum in demonstrando committentes, contendere possemus, universalem ventorum in Europa versus orientem flantium directionem in Tobolskia quoque esse observandam. Novum hinc oritur relationes ventorum & status barometrici investigandi incitamentum.

Eas hucusque consideravimus undas aëreas, quæ supra zonam terræ 10 circiter graduum amplitudinis intra latitudines geographicas 55° & 65° boreales exsistunt & versus orientem progrediuntur. Non est gratis assumendum, eandem rei rationem ad utramque hujus zonæ partem indefinite sese extendere, nec etiam illam omniuo sejunctam a nexu cum reliqua atmosphæra ibidem permanere. Ita forte igitur naturæ indicia a nobis esse potissimum

¹⁾ The Edinburgh Encyclopadia, conducted by D. Breuster, Vol. II, Part. I, pag. 76.

æstinanda & interpretanda putamus, ut assumamus, si mutatio adest, eam pedetentim ad utramque partem progredi, cum nulla se offerre videatur ratio celerem admittendi transitum phænomeni adeo universalioris, quod si juste factum esse censeatur, observationes barometricæ sedulo examinatæ indicabunt.

In directione a septentrione versus austrum, & in codem fere meridiano, aliæ nobis ad manus non fuere tales observationes, quam quæ in Ephemeridibus Societatis meteorologicæ Palatinæ collectæ habentur, in linea nempe per Holmiam, Havniam, Berolinum, Erfordiam, Ratisbonam, Monachium, Patavium & Roman ducta, hæcque maxime sere est completa series Europæa, quam laudato respectu consulere possumus. Constructionum graphicarum status Barometrorum in cadem observatorum pro Januario & Decembri anni 1784 Tabulæ adnexæ III & IV præbent specimina. Harum illa similitudinem adeo in universum invariatam retinet, ut pro Patavia & Roma fere omnes & singulas animadvertere possimus undas & ascendentes & descendentes, quæ Holmiæ quoque & Havniæ competunt, ctiamsi simul quivis locus suas ostendat particulares diversitates. Apparet tamen mutationes pedetentim efficiendas præparari, quod præcipue de priore parte mensis valet. Tabula vero IV celeriorem transitum ita indicat, ut nisi adessent locorum intermediorum observationes, similitudo inter undas Holmiæ & Romæ difficilime cognoscerctur.

In summa hine igitur concludere posse videmur, undas aëreas, quas ostendunt variationes Barometrorum, partiales non esse, Variationum pressionis atmosphæræ terrestris examen 29 nec regionibus arcte limitatis proprias, sed versus orientem super magnas superficiei terræ partes progredi, atque versus septentrionalem & australem plagam pedetentim transmutari. Quo vero universaliora hæc sunt phænomena, eo difficiliora explicatu habebuntur, usque eo saltem, quo ex novis recollectis observationibus ulteriorem rei illustrationem haurire liceat.



MÉMOIRE

SUP

LES PRINCIPES FONDAMENTAUX DE L'ALGÈBRE

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 8 Avril 1839.)

La déduction des règles fondamentales du calcul algébrique se faisant dans tous les traités d'Algèbre par la simple généralisation des règles prouvées dans l'Arithmétique pour des nombres entiers et fractionnaires, il m'a paru depuis long-temps que les principes mêmes de cette partie des Mathématiques, lesquels, comme on sait, sont ceux de toute l'Analyse, avaient besoin de quelque révision. En effet, pour que l'Analyse puisse être appliquée rigoureusement à la Géométrie, elle devra n'être pas moins générale que celle-ci, ce qui aurait cependant lieu si les lettres sur lesquelles s'opèrent les calculs algébriques ne représentaient que des nombres quelconques entiers ou fractionnaires, ces lettres ne pouvant alors désigner des quantités géométriques quelconques, parmi lesquelles il y a, comme on sait, aussi d'incommensurables. Il ne paraît donc pas douteux que les règles de l'Algèbre doivent être

démontrées d'une manière plus complète qu'on ne l'a fait jusqu'à présent, savoir non seulement pour des valeurs quelconques rationnelles des leures y employées, mais encore pour toutes les valeurs possibles irrationnelles (ce mot étant pris dans son acception la plus étendue) des mêmes lettres, comme par ex. $\sqrt{2}$, 12, Sin 2, etc. C'est ce complément des principes de l'Algèbre qui sera l'objet du Mémoire que j'ai l'honneur d'offiir à la Société.

La tâche que je me suis imposée m'obligeant à faire usage de quelques définitions nouvelles, je commencerai par celles de multiplication et division par des nombres irrationnels. Je poserai donc que

A) Le résultat de la multiplication d'un nombre quelconque *, α par un nombre irrationnel α, ou le produit αα **), n'est

Par nombre quelconque s'entends ici et dans ce qui suit un nombre arbitraire rationnel ou irrationnel, l'existence générale des nombres irrationnels, que des considérations géométriques très-élémentaires mettent hors de doute, étant présupposée. Du reste il n'est presque pas besoin de remarquer que les nombres sont ici regardés en eux-mêmes, sans la notion de signes différents, qui ne se présente que plus tard, comme une suite même des résultats qu'on obtiendra.

^{**)} Dans un produit à deux facteurs celui qui occupe la première place est partout ici censé être le multiplicateur. Pareillement, dans un produit à plus de deux facteurs qui se succèdent immédiatement, chaque facteur sera supposé le multiplicateur de tout ce qui le suit dans le produit total. Il en sera de même d'un produit composé de puissances ou de produits partiels isolés par des points ou parenthèses: chacun de ces moindres produits sera regardé comme le multiplicateur de tout ce qui

autre chose que le nombre constamment plus grand ou plus petit que $\frac{m}{n}a$ (m, n) étant des nombres entiers quelconques) *), suivant que α est respectivement plus grand ou plus petit que $\frac{m}{n}$.

B) Le résultat de la division d'un nombre quelconque a par un nombre quelconque a, on le quotient $\frac{a}{u}$, n'est que le nombre dont la multiplication par le diviseur α reproduit le dividende a.

Ceci observé, pour établir d'une manière rigoureuse la théorie de la multiplication et division dans le cas de multiplicateurs et diviseurs irrationnels, nous prouverons préalablement les deux théorèmes suivants, dont le premier est essentiellement le même que la proposition 8:e du Livre 5:e des Élémens d'Euclide.

I) Si p, q, r sont des nombres quelconques dont p>q, il existe des nombres entiers m et n tels que $p>\frac{m}{n}r$ et $q<\frac{m}{n}r$.

lui succède dans le produit général. D'après cela on concevra sur-lechamp l'ordre de la multiplication dans des produits tels que

*) La notation $\frac{m}{n}a$ est ici employée dans son sens ordinaire et exprime par conséquent, si n=1, le nombre a pris m fois et, si n>1, la n^e partie de a prise m fois.

Les q et p-q pouvant être pris un nombre de fois qui les fasse tous deux surpasser r, soit n ce nombre. On aura donc

$$nq > r$$
, $n(p-q) > r$,

et par conséquent

$$q > \frac{r}{n}, \quad p - q > \frac{r}{n}.$$

Le nombre $\frac{r}{n}$, qui est moindre que q, pouvant de même être pris un nombre de fois qui le fasse surpasser q, soit m le nombre entier le plus petit qui produise cet effet, ensorte que

$$m \cdot \frac{r}{n} > q$$
, $(m-1) \cdot \frac{r}{n} = < q$.

L'inégalité $p-q>\frac{r}{n}$ donnant

$$p>\frac{r}{n}+q$$
,

et q étant $>=(m-1)\frac{r}{n}$, on aura évidemment

$$p > \frac{r}{n} + (m-1) \cdot \frac{r}{n}$$

c'est-à-dire $p > m \cdot \frac{r}{n}$, ou

$$p > \frac{m}{n}r$$
.

Or, d'après ce qui précède, $m \cdot \frac{r}{n} > q$ ou

$$q < \frac{m}{n}r$$
.

Donc les nombres entiers m et n, que nous venous de considérer, satisfont à l'énoncé du théorème. II) Si p, q, r sont des nombres quelconques dont la relation est telle, que, pour des nombres entiers quelconques m et n, on ait en même temps

$$\begin{array}{ccc}
p > \frac{m}{n}r \\
q > \frac{m}{n}r
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc}
ou \\
q < \frac{m}{n}r
\end{array},$$

p sera égal à q.

Car, si p>q, il y aurait par le théorème précédent des nombres entiers m et n tels que $p>\frac{m}{n}r$, $q<\frac{m}{n}r$, ce qui répugnerait à l'hypothèse.

De la même manière se prouve l'impossibilité de p < q. Donc p = q.

Ces préliminaires établis, la théorie générale de la multiplication pourra être développée comme il suit.

III) Si a, b, c, d sont des nombres quelconques dont a=b, c=d, on aura ac=bd.

1:0 Si les multiplicateurs égaux a, b sont rationnels, le théorème n'a pas besoin de démonstration, sa vérité étant évidente par les définitions connues de multiplication par un nombre entier ou fractionnaire.

2:0 Soit a=b=p, p étant un nombre irrationnel.

Si m, n désignent des nombres entiers quelconques, on aura par la définition A)

$$\begin{vmatrix}
pc > \frac{m}{n}c \\
pd > \frac{m}{n}d
\end{vmatrix}, \quad \text{si } p > \frac{m}{n},$$

et

$$\begin{array}{c}
pc < \frac{m}{n}c \\
pd < \frac{m}{n}d
\end{array}, \quad \text{si } p < \frac{m}{n}.$$

Or, en vertu du premier cas de ce théorème,

$$\frac{m}{n}c = \frac{m}{n}d.$$

Donc

$$\left. \begin{array}{l}
 pc > \frac{m}{n}c \\
 pd > \frac{m}{n}c
 \end{array} \right\}, \quad \text{si } p > \frac{m}{n},$$

ct

$$\begin{array}{c}
pc < \frac{m}{n}c \\
pd < \frac{m}{n}c
\end{array}, \quad \text{si } p < \frac{m}{n};$$

d'où il est évident que pc et pd seront en même temps plus grands ou plus petits que $\frac{m}{n}c$ pour tous les nombres entiers m et n, et que par conséquent, d'après II),

$$pc=pd$$
,

c'est-à-dire

$$ac=bd$$
.

La proposition que nous venons de prouver conduit à la conclusion importante que le produit d'un nombre quelconque dé-

terminé par un nombre quelconque déterminé est de même un nombre déterminé *). Il en résulte de plus que

1) L'égalité $\frac{a}{h} = c$ donne a = bc.

Car de $\frac{a}{b} = c$ résulte $b \cdot \frac{a}{b} = bc$ (III), c'est-à-dire a = bc (Déf. B).

- L'égalité a=b conduit à aⁿ=bⁿ, m étant un nombre entier quelconque plus grand que l'unité.
- 3) Les égalités a=b, c=d, e=f, etc. donnent ace..=bdf.

IV) Si a, b, c sont des nombres quelconques, on aura a(b+c)=ab+ac.

1:0 Le multiplicateur a pourra être rationnel.

Ce cas, traité dans tous les élémens d'Algèbre, n'a pas besoin d'être considéré ici.

^{*)} Il est évident que cette propriété du produit de deux nombres quelconques n'est pas une preuve de la véritable existence de ce produit lorsque le multiplicateur est irrationnel. Ce n'est que par des considérations géométriques qu'on pourra mettre hors de doute l'existence d'un produit tel que le détermine la définition A), comme on ne peut pas se passer de ces considérations pour s'assurer de l'existence même des nombres irrationnels. Il en est de la théorie analytique proposée dans ce Mémoire, comme de la théorie des proportions du Livre 5:e des Elémens d'Euclide: partant de la définition 5:e de ce Livre on pourra, au moyen des propositions 11:e et 9:e, prouver rigoureusement, dans le cas même d'incommensurables, que deux grandeurs inégales ne sauraient être toutes deux les quatrièmes proportionnelles de trois grandeurs données; mais la véritable existence d'une quatrième proportionnelle ne pourra, dans le cas en question, être évidemment établie sans le secours de la Géométrie.

2:0 Le multiplicateur a pourra être irrationnel.

Désignant par m, n des nombres entiers quelconques, on aura par la définition A)

$$ab > < \frac{m}{n}b, \quad ac > < \frac{m}{n}c,$$

suivant que

$$a > < \frac{\pi}{n}$$
.

Donc, suivant que $a > < \frac{m}{n}$, on aura

$$ab+ac><\frac{m}{n}b+\frac{m}{n}c,$$

c'est-à-dire, par le premier cas de ce théorème,

$$ab+ac><\frac{m}{n}(b+c)$$
.

Or, par la définition A) on aura aussi

$$a(b+c) > < \frac{m}{n}(b+c),$$

suivant que

$$a><\frac{m}{n}$$
.

Donc, quels que soient les nombres entiers m et n, a(b+c) et ab+ac seront en même temps plus grands on plus petits que $\frac{m}{n}(b+c)$, d'où (II)

$$a(b+c) = ab + ac.$$

Du théorème précédent résultent les conséquences suivantes. ayant lieu pour des nombres quelconques a, b, c, d, etc.:

1)
$$a(b+c+d)=a(b+c)+ad=ab+ac+ad$$

 $a(b+c+d+e)=a(b+c+d)+ac=ab+ac+ad+ae$,
et ainsi de suite.

2)
$$a(b-c)$$
 (où $b > c$) = $a(b-c) + ac - ac = a(b-c+c) - ac$
= $ab - ac$
 $a(b-c+d)$ (où $b > c$) = $a(b-c) + ad = ab - ac + ad$
 $a(b-c-d)$ (où $b > c+d$) = $a(b-c) - ad = ab - ac - ad$
 $a(b-c+d-e)$ (où $b > c, b-c+d > e$) = $a(b-c+d) - ae$
= $ab - ac + ad - ae$, et ainsi de suite.

- 3) Si a=b, c>d, on aura ac>bd. Car, posant c=d+e, on aura ac=b(d+e) (III) =bd+be, d'où ac>bd.
- 4) Si a=b et ac=bd, on aura c=d. Car si c>< d, on aurait ac>< bd (IV, 3), ce qui serait contraire à l'hypothèse.
- 5) Si a=b et ac>bd, on aura c>d. Car si c=<d, on aurait ac=<bd (III et IV, 3), contre l'hypothèse.
- 6) Si a=b, c=d, on aura $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$.

 Car $c.\frac{a}{c}=a$, $d.\frac{b}{d}=b$ (Déf. B) et par conséquent $c.\frac{a}{c}=d.\frac{b}{d}$.

 Or c=d; donc $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ (IV, 4).
- 7) Si a=b, c>d, on aura $\frac{c}{a}>\frac{d}{v}$.

 Car $a.\frac{c}{a}=c$, $b.\frac{d}{b}=d$ (Déf. B), d'où $a.\frac{c}{a}>b.\frac{d}{b}$. Or a=b; donc $\frac{c}{a}>\frac{d}{b}$ (IV, 5).

- 8) Si a=bc, on aura $\frac{a}{b}=c$. Car $b \cdot \frac{a}{b}=a$ (Def. B) =bc, d'où $\frac{a}{b}=c$ (IV, 4).
- 9) $\frac{ab}{a} = b$. Cav ab = ab, d'où $\frac{ab}{a} = b$ (IV, 8).
- V) Si a, b désignent des nombres quelconques, on aura ab = ba.
- 1:0 Les a, b pourront être tous deux rationnels.

Dans ce cas-là le théorème dont il s'agit se trouve établi dans l'Arithmétique ordinaire.

2:0 L'un des a, b, par exemple a, pourra être rationnel et l'autre b irrationnel.

Si m, n désignent des nombres entiers quelconques, on aura par IV, 3

$$ab > \langle a.\frac{m}{n},$$

suivant que

$$b><\frac{m}{n}$$
.

Or, d'après le premier cas du théorème actuel,

$$a \cdot \frac{m}{n} = \frac{m}{n}a$$
.

Donc, suivant que $b > < \frac{m}{n}$, on aura

$$ab > < \frac{m}{n}a$$
.

Mais, par la définition A), suivant que $b > < \frac{m}{n}$ ou aura aussi $ba > < \frac{m}{n}a$.

Donc ab et ba seront en nième temps plus grands ou plus petits que $\frac{m}{n}a$, pour des nombres entiers quelconques m et n, d'ou (II)

$$ab = ba$$
.

3:0 Les a, b peuvent être tous deux irrationnels.

Des nombres entiers quelconques étant désignés par m et n, on aura par IV, 3

$$ab > \langle a, \frac{m}{n},$$

suivant que

$$b > < \frac{m}{n}$$
.

Or, d'après le second cas de ce théorème,

$$a.\frac{m}{n}=\frac{m}{n}a.$$

Donc, suivant que $b > < \frac{m}{n}$, on aura

$$ab > < \frac{m}{R}a$$
.

Mais, par la définition A), selon que $b > < \frac{m}{n}$ on aura aussi

$$ba><\frac{m}{n}a$$
.

Donc, comme auparavant,

$$ab = ba$$

Du théorème V) résultent, pour des nombres quelconques a, b, c, d, etc., les conséquences suivantes:

1)
$$(a+b)(c+d) = (a+b)c + (a+b)d$$
 (IV)
= $c(a+b) + d(a+b)$ (V)
= $ca + cb + da + db$ (IV)
= $ac + ad + bc + bd$ (V).

$$(a-b)(c+d)(où a>b) = (a-b)c+(a-b)d$$
 (IV)
= $c(a-b)+d(a-b)$ (V)
= $ca-cb+da-db$ (IV, 2)
= $ac+ad-bc-bd$ (V).

$$\begin{aligned} (a-b) & (c-d) (où a > b, c > d) = (a-b) c - (a-b) d & (IV, 2) \\ & = c (a-b) - d (a-b) & (V) \\ & = ca - cb - (da - db) & (IV, 2) \\ & = ac - bc - (ad - bd) & (V), \end{aligned}$$

d'où (a-b)(c-d)+ad-bd=ac-bc, et par conséquent (a-b)(c-d)=ac-ad-bc+bd.

$$a-b-c) (d-e+f) (ou a>b+c, d>e)$$

$$= (a-b-c) d - (a-b-c) e + (a-b-c) f (IV, 2)$$

$$= d (a-b-c) - e (a-b-c) + f (a-b-c) (V)$$

$$= da-db-dc - (ea-eb-ec) + fa-fb-fc (IV, 2)$$

$$= ad-bd-cd - (ae-be-ce) + af-bf-cf (V),$$

d'ou (a-b-c)(d-e+f)+ae-be-ce=ad-bd-cd+af-bf-cf, et par conséquent

(a-b-c)(d-e+f)=ad-ae+af-bd+be-bf-cd+ce-cf.Et ainsi de suite.

2) Si a>b, c=d, on aura ac>bd. Car ca>db (IV, 3), et par conséquent ac>bd (V) *).

^{*)} On pourra remarquer que cette vérité aurait pu, au besoin, s'établir d'une manière plus immédiate par la définition A) et le théorème l).

- 3) Si a>b, c>d, on aura ac>bd. Car ac>ad (IV, 3) et ad>bd (V, 2), d'où ac>bd.
- 4) Si a>b, on aura $a^m>b^n$, m étant un nombre entier quelconque plus grand que l'unité (V, 3).
- 5) Si a=b, on aura $\sqrt[n]{a}=\sqrt[n]{b}$.

Car si $\sqrt[n]{a} > < \sqrt[n]{b}$, on aurait $(\sqrt[n]{a})^n > < (\sqrt[n]{b})^n$ (V, 4), ou a > < b, ce qui répugnerait à l'hypothèse.

Il en résulte que la racine d'un nombre déterminé, quel que soit son dégré, est aussi un nombre déterminé.

6) Si a>b, on aura $\sqrt[m]{a}>\sqrt[m]{b}$.

Car si $\sqrt[m]{a} = < \sqrt[m]{b}$, on aurait $(\sqrt[m]{a})^m = < (\sqrt[m]{b})^m$ (III, 2 et V, 4) ou a = < b, contre l'hypothèse.

- 7) Suivant que a>=< b, on aura respectivement $\sqrt[n]{a^n}>=<\sqrt[n]{b^n}$, m et n étant des nombres entiers quelconques, dont n>1 (III, 2 et V, 4, 5, 6).
- 8) D'après que a>=<1 on aura respectivement $a^m>=<1$, $\sqrt[m]{a}>=<1$ et $\sqrt[m]{a^n}>=<1$, m et n étant des nombres entiers quelconques plus grands que l'unité (III, 2; V, 4 et V, 7).
- 9) $a_1 = a$ et $\frac{a}{a} = 1$.

Car a.1=1. a(V)=a et l'égalité a=a.1 donne $\frac{a}{a}=1$ (IV, 8).

VI) Si a, b, c sont des nombres quelconques, on aura ab.c=a.bc.

1:0 Soit le nombre a rationnel.

A) Si m désigne un nombre entier quelconque, on aura mb.c=c.mb(V)=c(b+b+...b)=cb+cb+...cb (IV, 1), =bc+bc+...bc (V),

le nombre des termes étant m; d'où

$$mb.c = m.bc.$$

B) Si m, n sont des nombres entiers quelconques, on aura $\frac{m}{n}b.c = \left(m.\frac{b}{n}\right)c = m.\frac{b}{n}c \text{ (cas précédent)}.$

Or
$$n \cdot \frac{b}{n} c = (n \cdot \frac{b}{n})c$$
 (cas prec.) = bc , d'où $\frac{b}{n} c = \frac{bc}{n}$.

Donc

$$\frac{m}{n}b.c\left(=m.\frac{b}{n}c=m.\frac{b}{n}\right)=\frac{m}{n}.bc.$$

2:0 Soit le nombre a irrationnel.

Si m, n sont des nombres entiers quelconques, on aura par la définition A)

$$ab > < \frac{m}{n}b$$
,

suivant que

$$a><\frac{m}{n}$$

Or, d'après que $ab > < \frac{m}{n}b$, on aura (V, 2)

$$ab.c > < \frac{m}{n}b.c$$
,

c'est-à-dire

$$ab.c > < \frac{\pi}{n}.bc$$
 (cas préc.).

Donc, suivant que $a > < \frac{m}{n}$, on aura

$$ab.c><\frac{\pi}{n}.bc.$$

Mais, suivant que $a > < \frac{m}{n}$, on aura aussi, par la définition A),

$$a.bc><\frac{m}{n}.bc.$$

Donc ab.c et a.bc seront en même temps plus grands ou plus petits que $\frac{m}{n}$.bc, quels que soient les nombres entiers m et n, d'où (Π)

$$ab.c = a.bc.$$

VII) Si a, b, c, d, etc. sont des nombres quelconques, en tel nombre qu'on voudra, leur produit restera le même quel que soit l'ordre de leur multiplication.

Pour démontrer cette proposition qui, à cause de son importance, doit être établie avec plus de soin qu'on ne le trouve dans les traités ordinaires d'Algèbre, nous commencerons par prouver que, si le produit d'un nombre quelconque de facteurs moindre que n reste le même, quel que soit l'ordre de leur multiplication, le produit de n facteurs restera encore le même, dans quel ordre que se fasse leur multiplication.

Si

sont les n facteurs en question, il est aisé de voir que tous les produits possibles de ces facteurs se réduisent aux formes suivantes:

dont les 1) sont au nombre de 2n, les 2) au nombre de $2 \cdot \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$, les 3) au nombre de $2 \cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$, et ainsi de suite, les formes

$$(bcd..k)$$
, $(acd..k)$, $..(abc..i)$

représentant tous les produits possibles des b, c, d, ...k, des a, c, d, ...k, etc. jusqu'à a, b, c, ...i, les formes

$$(cde..k)$$
, $(bde..k)$, ... $(abc..h)$

tous ceux possibles des c, d, e, ...k, des b, d, e, ...k, etc. jusqu'à a, b, c, ...h, et ainsi de suite, de même que les

$$(ab), (ac), \ldots (ik)$$

tous les produits possibles des a, b, des a, c, etc. jusqu'à i, k, les

$$(abc), (abd) \dots (hik)$$

tous ceux possibles des a, b, c, des a, b, d, etc. jusqu'à h, i, k, et ainsi de suite. Les formes 1), 2), 3), etc. doivent du reste être continuées jusqu'à celles de $\frac{n}{2}$) inclusivement, si le nombre n est pair (dans quel cas on remarquera que la seconde suite des formes $\frac{n}{2}$) ne sera qu'une répétition de la première), et jusqu'à celles de $\frac{n-1}{2}$) inclusivement, si n est impair *).

Cela posé, puisque, par l'hypothèse, tous les produits représentés par

sont égaux entre eux, tous ceux représentés par

*) De la règle précédente pour former tous les produits possibles de n facteurs au moyen de ceux de $2, 3, \ldots n-1$ facteurs, résulte tout de suite, qu'en désignant en général par m_p le nombre des multiplications différentes possibles de p facteurs, on aura

$$\begin{split} m_n &= 2 \left(n m_{n-1} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} \, m_2 m_{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \, m_3 m_{n-3} \right. \\ &+ \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \, m_4 m_{n-4} + \text{ etc.} \right), \end{split}$$

jusqu'à $\frac{n}{2}$ termes inclusivement si n est pair, et jusqu'à $\frac{n-1}{2}$ termes inclusivement si n est impair, le dernier terme devant, dans le premier cas, n'être pris qu'à moitié. De cette relation assez compliquée entre $m_2, m_3, \dots m_n$ pourra être tirée la formule extrêmement simple

$$m_n = 2.6.10.14..(4n - 6)$$

(Voyez le Journal de Mathématiques de M. Liouville pour Octobre 1838, p. 515), qui donne sur-le-champ

$$m_2 = 2$$
, $m_3 = 12$, $m_4 = 120$, $m_5 = 1680$, $m_6 = 30240$, etc.,

d'où l'on voit avec quelle rapidité croît le nombre des multiplications différentes possibles par l'augmentation du nombre des facteurs.

(acd..k)

égaux entre eux, et ainsi de suite, et que de même, en vertu du théorème V), les secondes suites des formes 1), 2), 3), etc. sont identiques avec les premières, il est évident que l'égalité de tous les produits possibles des n facteurs a, b, $c \dots k$ sera complétement établie, des qu'on aura prouvé qu'un produit quelconque entre ceux représentés par

a(bcd..k)

est égal à un produit quelconque entre ceux que représentent les formes

$$b (acd..k) .. k (abc..i)$$

 $(ab) (cde..k) .. (ik) (abc..h)$
 $(abc) (def..k) .. (hik) (abc..g)$

jusqu'aux dernières inclusivement.

Or c'est ce qui résulte très-simplement des théorèmes V) et VI). Car, si p désigne un produit quelconque des facteurs c, d, ...k, a.bp sera un produit compris dans la forme a(bcd...k), et b.ap un compris dans la forme b(acd...k), et il est évident que

$$a.bp = b.ap$$
,

en vertu des théorèmes cités (a.bp étant = ab.p (VI) = ba.p (V) = b.ap (VI). De la même manière se prouve l'égalité d'autres produits de la forme a(bcd..k) avec des produits se rapportant aux formes c(abd..k)..k(abc..i).

L'égalité d'un produit de la forme a(bcd..k) avec un produit de la forme (ab)(cde..k) se prouve d'une manière analogue. Car, p ayant la même signification qu'auparavant, on aura visiblement

$$a.bp = ab.p$$
.

De la même manière on prouvera l'égalité de tout autre produit contenu dans la première suite des 2) avec quelque produit appartenant à la première suite des 1), et par conséquent avec ceux de la forme a(bcd..k).

L'égalité d'un produit de la forme (ab) (cde..k) avec un produit de la forme (abc) (def..k) s'établit de la même manière. Car, désignant par q un produit des facteurs a, b et par r un autre dont les facteurs sont d, e,..k, q.cr sera un produit de la forme (ab) (cde..k) et qc.r un de la forme (abc) (def..k), et il est évident que

$$q.cr = qc.r.$$

Par la même méthode se prouve l'égalité des autres produits appartenant à la première suite des 3) avec d'autres produits contenus dans la première suite des 2), et par conséquent avec ceux de la forme a(bcd..k).

Il est visible que rien n'empêche de continuer ainsi de chacune des suites 1), 2), 3), etc. à celle qui la suit immédiatement, et qu'ainsi la vérité qu'il s'agissait de prouver est en effet mise hors de doute. L'invariabilité de la valeur du produit de n facteurs étant ainsi prouvée, admise celle des produits d'un nombre quelconque de facteurs au dessous de n, il est évident que, si le théorème actuel a lieu pour deux facteurs, il aura lieu pour trois, s'il a lieu pour deux et trois facteurs, il aura lieu pour quatre, et ainsi de suite. La vérité de ce théorème pour un nombre quelconque de facteurs se réduit donc en dernier lieu à l'invariabilité de la valeur du produit de deux facteurs, ou à l'égalité

ab = ba

Or cette égalité est prouvée ci-dessus (V); donc le théorême général dont il s'agit est prouvé anssi.

Des principes généraux de multiplication que nous venons d'établir, se déduisent sans difficulté toutes les règles ordinaires de l'Algèbre pour les calculs des Quotients, des Puissances et des Racines. Malgré la simplicité de cette déduction, nous allons l'entreprendre, pour moutrer sa liaison étroite avec ce qui précède.

1:0 Pour le calcul des quotients ou, comme les appellent assez improprement quelques auteurs, fractions algébriques, on aura ces sept égalités fondamentales, ayant lieu pour des nombres quelconques a, b, c, d, etc.:

1)
$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$$
.

Car, posant $\frac{a}{b} = q$, on aura a = bq (III, 1), d'où $ac = bq \cdot c$ (III) = $bc \cdot q$ (VII) et $\frac{ac}{bc} = q$ (IV, 8) = $\frac{a}{b}$.

2)
$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}$$
.

Car $\frac{a}{b} = \frac{c \cdot \frac{a}{c}}{\frac{b}{c} \cdot \frac{b}{c}}$ (Déf. B) $= \frac{\frac{a}{c} \cdot c}{\frac{b}{c} \cdot c}$ (VII) $= \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}$ (égalité précédente).

3) $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$ (où, en cas de signe —, $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$, et par conséquent $c \cdot \frac{a}{c} > c \cdot \frac{b}{c}$ (IV, 3), ou a > b (Déf. B)).

Posant $\frac{a}{c} = q$, $\frac{b}{c} = r$, on aura a = cq, b = cr. Donc $a \pm b$ $= cq \pm cr = c(q \pm r)$ (IV et IV, 2) et $\frac{a \pm b}{c} = q \pm r$ (IV, 8) $= \frac{a}{c} \pm \frac{b}{c}$.

4)
$$\frac{a}{v} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$
.

Posant $\frac{a}{b} = q$, $\frac{c}{d} = r$, on aura a = bq, c = dr, d'où ac = bq. dr $= bd. qr \text{ (VII) et } \frac{ac}{bd} = qr = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}.$

5)
$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$$
 et $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{ac}{b}$.
Car $a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \cdot \frac{b}{c}$ (a étant = 1. $\frac{a}{1} = \frac{a}{1}$) = $\frac{ab}{1 \cdot c}$ (4:e égalité) = $\frac{ab}{c}$, et $\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{1} = \frac{ac}{b+1} = \frac{ac}{b}$ (V , 9).

6)
$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}.$$

$$\operatorname{Car} \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{\frac{a}{b} \cdot bd}{\frac{c}{d} \cdot bd} \text{ (1:e 'égalité')} = \frac{\frac{a \cdot bd}{b}}{\frac{c \cdot bd}{d}} \text{ (5:e 'égal.)} = \frac{\frac{b \cdot ad}{b}}{\frac{d \cdot bc}{d}} \text{ (VII)}$$

$$= \frac{ad}{bc} \text{ (IV, 9)}.$$

7)
$$\frac{a}{b} = \frac{a}{bc}$$
 et $\frac{a}{b} = \frac{ac}{b}$.

Car
$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{c}} = \frac{a.1}{bc}$$
 (6:e égal.) $= \frac{a}{bc}$, et $\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{\frac{a}{1}}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{1.b}$ (6:e égal.) $= \frac{ac}{b}$.

2:0 Le calcul des *puissances* pourra être réduit aux cinq égalités suivantes, où a, b, c, etc. représentent des nombres quelconques et m, n, p, etc. des nombres quelconques entiers:

1) $a^{m}a^{n}a^{n} = a^{m+n+p+\cdots}$

Car par ex. a^4 . a^3 . a^2 . a^4 = aaaa. aaa. aa. a = aaaaaaaaaaa (VII) = a^{10} .

- 2) $\frac{a^m}{a^n}$ (où m > n) = a^{m-n} Car p. ex $\frac{a^5}{a^2} = \frac{a^2 \cdot a^3}{a^2}$ (1:e égalité) = a^3 (IV, 9).
- 3) $(a^n)^n = a^{nn}$ Car p. ex. $(a^3)^4 = a^3 \cdot a^3 \cdot a^3 = a^{3+3+3+3+3}$ (1:e égal.) = $a^{4\cdot 3} = a^3 \cdot a^4$
- 4) $(abc..)^m = a^m b^m c^m$. Car p. ex. $(abc)^3 = abc.abc.abc = aaa.bbb.ccc$ (VII) = $a^3b^3c^3$.
- 5) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$. Car $a^m = \left(b, \frac{a}{b}\right)^m = b^m \left(\frac{a}{b}\right)^m$ (4:e égalité), d'où $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$.

3:0 Le calcul des racines s'appuie sur les sept égalités suivantes, dans lesquelles a, b, c, etc. sont des nombres quelconques et m, n, p des nombres quelconques entiers plus grands que l'unité.

1)
$$\sqrt[5]{a} \cdot \sqrt[5]{c} \cdot = \sqrt[5]{abc} \cdot = \sqrt[5$$

Car $\sqrt[m]{a}$. $\sqrt[m]{b}$. $\sqrt[m]{c}$. $=\sqrt[m]{(\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b}} \sqrt[m]{c}$.) $=\sqrt[m]{(\sqrt[m]{a})^m} \cdot (\sqrt[m]{b})^m \cdot (\sqrt[m]{c})^m \cdot (\sqrt[$

$$2' \quad \frac{\nabla^2 a}{\nabla^2 b} = \nabla^2 \frac{a}{b}.$$

 $\operatorname{Car}_{\frac{\pi}{V}b}^{\frac{\pi}{V}a} = \sqrt[n]{\left(\frac{\pi}{V}a\right)^m} = \sqrt[n]{\left(\frac{\pi}{V}a\right)^m} \quad \text{(5:e egal. calc. des puissances}$ $= \sqrt[n]{a}.$

$$3_j \quad (\sqrt[\pi]{a})^z = \sqrt[\pi]{a^z}.$$

Car
$$(\sqrt[m]{a})^n = \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{a$$

Posant $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = r$ on aura $(\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}})^m = r^m$ (III, 2) ou $\sqrt[n]{a} = r^m$. De plus $(\sqrt[n]{a})^n = (r^m)^n = r^{mn}$ (3:e égal. calc. des puiss.), ou $a = r^{nn}$. Donc $\sqrt[mn]{a} = \sqrt[mn]{r^{mn}}$ (V, 5) = $r = \sqrt[n]{\sqrt[n]{a}}$.

$$5) \quad \sqrt[n]{a^{mn}} = a^n.$$

Car $\sqrt[n]{a^{nn}} = \sqrt[n]{(a^n)^n}$ (3:e égal. calc. des puiss.) = a^n .

6)
$$\sqrt[n]{a^n} = \sqrt[n]{a}$$
.

Car $\sqrt[mn]{a^n} = \sqrt[mn]{\sqrt[n]{a^n}}$ (4:e égalité) = $\sqrt[mn]{a}$.

7)
$$\sqrt[n]{a^n} = \sqrt[mp]{a^{np}}$$
.

Car $\sqrt[n]{a^n} = \sqrt[np]{(a^n)^p}$ (6:e égalité) = $\sqrt[np]{a^{np}}$ (3:e égal. calc. des puissances).

Pour établir la théorie des *Proportions*, nous partirons des définitions suivantes, qui nous paraissent les plus conformes aux idées naturelles sur ce sujet:

- C) Les nombres a, b étant commensurables et c, d de même commensurables, a a la même proportion à b que c à d, s'il y a des nombres entiers m, n tels qu'en même temps $b = m \cdot \frac{a}{n}$ et $d = m \cdot \frac{c}{n}$.
- D) Les nombres a, b étant incommensurables et c, d de même incommensurables, a a la même proportion à b que c à d, si, pour des nombres entiers quelconques m et n, on a en même temps $b > m \cdot \frac{a}{n}$ ou $b < m \cdot \frac{a}{n}$ $d < m \cdot \frac{c}{n}$.
- E) Si a, b, c, d sout des nombres quelconques, a a une plus grande proportion a b que c a d, s'il y a des nombres entiers m, n tels que $b < m \cdot \frac{a}{n}$ $d > m \cdot \frac{c}{n}$.

F) Si a, b, c, d sont des nombres quelconques, a a une moindre proportion a b que c a d, s'il y a des nombres entiers m, n tels que $b > m \cdot \frac{a}{n}$ $d < m \cdot \frac{c}{n}$

La définition C) conduit à

$$b=\frac{m}{n}a$$
, $d=\frac{m}{n}c$,

d'où (III)

$$bc = \frac{m}{n}a.c$$
, $ad = a.\frac{m}{n}c$.

Or
$$\frac{m}{n}a.c = a.\frac{m}{n}c$$
 (VII). Donc $ad = bc$.

finitions conduirait à ad > bc, et la seconde à ad < bc, exactement comme les E) et F), et de ad > bc et $b = m \cdot \frac{a}{n}$ résulterait $b = \frac{m}{n}a$, $bc = \frac{m}{n}a$. c (III), $ad > \frac{m}{n}a \cdot c$, $ad > a \cdot \frac{m}{n}c$ (VII), $d > \frac{m}{n}c$ (IV, 5), $d > m \cdot \frac{c}{n}$, et par consequent a:b>c:d. De la même manière ad < bc conduirait à a:b < c:d.

^{*)} Les définitions E), F) ont les avantages essentiels de s'étendre à des nombres quelconques, de s'accorder avec les idées naturelles de plus grande et moindre proportion et de conduire immédiatement à la conséquence que a:b>c:d amène c:d< a:b, et réciproquement. Cependant, dans une théorie de proportions restreinte à des nombres commensurables, comme p. ex. celle de l'Arithmétique, il serait un peu plus simple de définir les notions de plus grande et moiadre proportion respectivement par $b=m,\frac{a}{n}$ et $b=m,\frac{a}{n}$. La première de ces dédom. $\frac{c}{n}$

De la définition D) résulte

$$b > \frac{m}{n} a \qquad b < \frac{m}{n} a$$
ou
$$d > \frac{m}{n} c \qquad d < \frac{m}{n} c \qquad ,$$

d'où (V, 2 et IV, 3)

$$bc > \frac{m}{n}a.c$$

$$ad > a.\frac{m}{n}c$$

$$bc < \frac{m}{n}a.c$$

$$ad < a.\frac{m}{n}c$$

$$ad < a.\frac{m}{n}c$$

c'est-à-dire (VII)

et par conséquent (II)

$$ad = bc$$
.

La définition E) donne

$$\left. \begin{array}{c} b < \frac{m}{n} a \\ d > \frac{m}{n} c \end{array} \right\}$$

d'où (V, 2 et IV, 3)

$$bc < \frac{m}{n}a.c \\ ad > a.\frac{m}{n}c$$
.

Or
$$\frac{m}{n}a \cdot c = a \cdot \frac{m}{n}c$$
 (VII). Douc $ad > bc$.

Enfin la définition F) donne

$$b > \frac{m}{n} a$$

$$d < \frac{m}{n} c$$

d'où (V, 2 et IV, 3)

$$\left. \begin{array}{c} bc > \frac{m}{n} a. \ c \\ ad < a. \frac{m}{n} c \end{array} \right).$$

Or $\frac{m}{n}a.c=a.\frac{m}{n}c$ (VII). Par conséquent ad < bc.

Il est donc généralement prouvé que, quels que soient les nombres a, b, c, d, les relations

$$a:b>=$$

amenent respectivement

$$ad > = < bc.$$

Au contraire, sì ad=bc et $b=m\cdot\frac{a}{n}=\frac{m}{n}a$, on aura ad(=bc) $=\frac{m}{n}a\cdot c=a\cdot\frac{m}{n}c$ (VII), d'où $d=\frac{m}{n}c$ (IV, 4). Si ad=bc et $b>m\cdot\frac{a}{n}$, c'est-à-dire $b>\frac{m}{n}a$, on aura $bc>\frac{m}{n}a\cdot c$ (V, 2), et par conséquent $ad>\frac{m}{n}a\cdot c$, $ad>a\cdot\frac{m}{n}c$ (VII) et $d>\frac{m}{n}c$ (IV, 5), ou $d>m\cdot\frac{c}{n}$. De la même manière on prouvera que la supposition de ad=bc et $b< m\cdot\frac{a}{n}$ conduit à $d< m\cdot\frac{c}{n}$.

Donc, si

ad=bc

et a, b sont commensurables, c, d seront aussi commensurables et l'on aura

a:b=c:d.

De même, si

ad = bc

et a, b sont incommensurables, c, d seront aussi incommensurables (tous les nombres entiers m et n sans exception rendant d > ou $< m \cdot \frac{c}{n}$, comme ils rendent b > ou $< m \cdot \frac{a}{n}$) et l'on aura a: b = c: d.

Si ad > bc, il y aura, en vertu du théor. I), des nombres entiers m, n tels que $bc < \frac{m}{n} \cdot ac$, c'est-à-dire $cb < c \cdot \frac{m}{n} \cdot a$ (VII), $ad > \frac{m}{n} \cdot ac$ ad $ad > a \cdot \frac{m}{n} \cdot c$

 $b < \frac{m}{n}a$ (IV, 5) ou $b < m \cdot \frac{a}{n}$. Donc, si $d > \frac{m}{n}c$

ad > bc,

on aura

a:b>c:d.

Enfin, si

ad < bc,

on prouvera de la même manière que

a:b < c:d.

Donc, si

ad > = < bc

on aura respectivement

$$a:b>=\langle c:d^{-\star}\rangle$$
.

^{*)} Si, an lieu des définitions précédentes C), D), E), quelqu'un préférait de partir des définitions 5:e et 7:e du Livre 5:e d'Euclide, il en pour-

Les deux résultats généraux que nous venons d'obtenir, conduisent si facilement à toutes les propriétés connues des proportions, qu'il n'est pas besoin de nous y arrêter. Ainsi, par exemple, pour démontrer que

a:b>=< c:d

amène respectivement

$$a+b:b> = < c+d:d,$$

il n'y aura qu'à remarquer que a:b>=< c:d donne respectivement

rait tirer de la même manière les relations respectives ad = bc et ad>bc, et, au contraire, de ces relations respectivement celles de a:b=c:d et a:b>c:d. En effet la 5:e définition du Livre 5:e d'Euclide, appliquée aux nombres, pourra s'exprimer ainsi:

a) Les lettres a, b, c, d désignant des nombres quelconques, a a la même proportion à b que c à d, si, pour des nombres entiers quelconques p, q plus grands que l'unité, on a en même temps pa > qb, ou pc > qd,

pa = qb, ou pa < qb, pc = qd.

Et la 7:e du même Livre ainsi:

β) Les a, b, c, d représentant des nombres quelconques, a a une plus grande proportion à b que c à d, s'il y a des nombres entiers p, q plus grands que l'unité, tels que pa > qb pc = < qd.

Mais je ne m'arrêterai pas à cette déduction, qui, d'après ce qui précède, n'offre aucune difficulté.

Il serait encore facile de prouver l'identité de nos définitions C), D), prises ensemble, avec la 5:e du Livre 5:e d'Euclide, et celle de notre définition E) avec la 7:e du même Livre; mais ces détails seraient étrangers à notre sujet.

$$ad > = < bc$$

$$ad + bd > = < bc + bd$$

$$(a+b)d > = < b(c+d)$$

$$a+b:b > = < c+d:d;$$

et ainsi de suite.

Pour la théorie des Exponentielles nous serons usage des définitions suivantes:

- G) Si m est un nombre entier quelconque, n un nombre entier quelconque qui n'est pas diviseur de m, et a un nombre quelconque, l'exponentielle $a^{\frac{n}{n}}$ est la même chose que $\sqrt[n]{a^n}$.
- H) Si p est un nombre quelconque irrationnel et a un nombre quelconque plus grand que l'unité, l'exponentielle a' est le nombre constamment plus grand ou plus petit que $a^{\frac{m}{n}}(m, n)$ étant des nombres entiers quelconques), suivant que p est respectivement plus grand ou plus petit que $\frac{m}{n}$.
- I) Si p est un nombre quelconque irrationnel et a un nombre quelconque moindre que l'unité, a^r est le nombre constamment plus grand ou plus petit que $a^{\frac{m}{r}}$ (m, n) désignant des nombres entiers

Oue $a^{\frac{m}{n}}$ est encore identique avec $\sqrt[n]{a^m}$ si n est un diviseur de m plus grand que l'unité, résulte de l'égalité 5:e du calcul des racines, d'où il est évident que $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ pour des nombres entiers quelconques m et n, dont n > 1. Si n = 1, il est évident que $a^{\frac{m}{n}} = a^n$.

quelconques), suivant que p est respectivement plus petit ou plus grand que $\frac{m}{n}$.

K) Si p est un nombre quelconque irrationnel et a=1, a^p est la même chose que $a^{\frac{m}{n}}$, m et n étant des nombres entiers quelconques.

Au moyen de ces définitions la théorie dont il s'agit pourra être développée par les théorèmes suivants, d'une manière analogue à celle que nous avons employée pour la multiplication.

VIII) Si p, q sont des nombres quelconques plus grands que l'unité, il existe des nombres entiers m, tels que $p^m > q$.

1:0 Si p>q, tous les nombres entiers, et, si p=q, tous les nombres entiers plus grands que l'unité, satisferont à l'énoncé du théorème (V, 3, 2).

2:0 Si p < q, on aura $\frac{q}{p} > 1$ (IV, 7 et V, 9). Soit n un nombre entier tel que

$$n(p-1)>\frac{q}{p}-1.$$

Le nombre p étant >1, on aura (V, 8)

$$p^2 > 1, p^3 > 1, ...p^{n-1} > 1,$$

doù

$$p^{n-1}+p^{n-2}+..p+1>n$$

ct par conséquent (V, 2)

$$(p^{n-1}+p^{n-2}+..p+1)(p-1)>n(p-1),$$

ou (V, 1)

$$p^{*}-1>n(p-1).$$

Donc, aussi

$$p^{n}-1>\frac{q}{p}-1$$

d'où

$$p^n > \frac{q}{\mu}$$

et par suite (IV, 3)

$$p^{n+1} > q$$

Prenant donc m=n+1, on aura $p^m > q$.

IX) Si p, q, r sont des nombres quelconques, tous trois plus grands ou tous trois plus petits que l'unité, dont p > q, il existe des nombres entiers m et n tels que $p > r^{\frac{m}{n}}$ et $q < r^{\frac{m}{n}}$.

1:0 Soient d'abord p, q, r > 1.

Puisque
$$p>q$$
, on a (IV, 7 et V, 9) $\frac{p}{q}>1$.

Donc par le théorème VIII) il existe des nombres entiers n plus grands que l'unité tels, qu'en même temps

$$q^n > r$$
, $\left(\frac{p}{q}\right)^n > r$

(car, en vertu de ce théorème, il y a un nombre entier n' plus grand que l'unité tel que par ex. $q^{n'} > r$ et, si ce nombre donne $\left(\frac{p}{q}\right)^{n'} = < r$, une valeur augmentée de n' pourra évidenment donner $\left(\frac{p}{q}\right)^{n} > r$, et, à plus forte raison, encore $q^{n} > r$ (V, 3), et par conséquent (V, 6)

$$q > \sqrt[n]{r}, \quad \frac{p}{q} > \sqrt[n]{r}.$$

Le nombre $\sqrt[n]{r}$ étant plus grand que, l'unité (V, 8), il y aura des nombres entiers m' tels que $(\sqrt[n]{r})^{m'} > q$ (VIII). De plus, $\sqrt[n]{r}$ étant moindre que q, ces nombres m' seront plus grands que l'unité. Désignant par m le plus petit de ces nombres entiers, on aura donc

$$(\sqrt[n]{r})^m > q$$
, $(\sqrt[n]{r})^{m-1} = < q$,

c'est-à-dire (III, IV, 3 et VII)

$$(\sqrt[n]{r})^m > q$$
, $(\sqrt[n]{r})^m = < q\sqrt[n]{r}$,

ou (3:e égal. calc. des racines)

$$\sqrt[n]{r^m} > q$$
, $\sqrt[n]{r^m} = \langle q\sqrt[n]{r}$.

Or, l'inégalité $\frac{p}{q} > \sqrt[n]{r}$ donne (IV, 3)

$$p>q\sqrt[n]{r}$$
.

Donc aussi

$$p > \sqrt[n]{r^n}$$

Mais, d'après ce qui précède,

$$q < \sqrt[n]{r^n}$$

Donc (Déf. G et la note y jointe)

$$p > r^{\frac{m}{n}}, \quad q < r^{\frac{m}{n}}$$

Les nombres entiers m et n, déterminés comme nous venons de voir, satisfont donc à l'énoncé du théorème.

2:0 Soient p, q, r < 1.

Dans ce cas $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{q}$, $\frac{1}{r}$ seront > 1 (IV, 7 et V, 9) et, puisque p > q, on aura $\frac{p}{pq} > \frac{q}{pq}$ (IV, 7), c'est-à-dire $\frac{1}{q} > \frac{1}{p}$ (VII et 1:e égal. calc. des quotients).

Donc par le premier cas de ce théorème il existe des nombres entiers m, n tels que

$$\frac{1}{g} > \sqrt[n]{\left(\frac{1}{r}\right)^n}, \quad \frac{1}{p} < \sqrt[n]{\left(\frac{1}{r}\right)^n}.$$

Or

$$\sqrt[n]{\left(\frac{1}{r}\right)^n} = \sqrt[n]{\frac{1}{r^n}}$$
 (5:e égal. calc. des puiss.)
$$= \frac{1}{\sqrt[n]{r^n}}$$
 (2:e égal. calc. des racines)
$$= \frac{1}{r^n}.$$

Donc

$$\frac{1}{q} > \frac{1}{\frac{n}{p}}, \quad \frac{1}{p} < \frac{1}{\frac{n}{p}},$$

c'est-à-dire (IV, 3)

$$qr^{\frac{n}{s}} \frac{1}{q} > qr^{\frac{n}{s}} \frac{1}{\frac{n}{s}}, \quad pr^{\frac{n}{s}} \frac{1}{r} < rr^{\frac{n}{s}} \frac{1}{r}$$

ou (51e égal calc des quotients, VII et IV, 9)

$$p > r^{\frac{\alpha}{\alpha}}, q < r^{\frac{\alpha}{\alpha}}$$

N) Si p, q, r sont des nombres quelconques, tous trois plus grands ou tous trois plus petits que l'unité, et, pour des nombres entiers quelconques m et n, on a en même temps

$$\begin{array}{c} p > r^{\frac{n}{\delta}} \\ q > r^{\frac{n}{\delta}} \end{array} \quad \text{ou} \quad p < r^{\frac{n}{\delta}} \\ q < r^{\frac{n}{\delta}} \end{array} \right\},$$

p sera égal à q.

Car si p>q, il y aurait, par le théorème précédent, des nombres entiers m, n tels que $p>r^{\frac{m}{n}}$, $q< r^{\frac{m}{n}}$, ce qui serait contraire à l'hypothèse.

De la même manière se prouve que non plus p < q. Donc p = q.

XI) Si a, b sont des nombres quelconques, on aura, suivant que a>=<1, respectivement $a^b>=<1$.

1:0 Si le nombre b est rationnel, la vérité du théorème est manifeste par V, 8.

2:0 Si b est irrationnel et a><1, soit n un nombre entier qui rende nb>1, d'où $b>\frac{1}{n}$. Si maintenant a>1, on aura $a^b>a^{\frac{1}{n}}$ (Déf. H). Or $a^{\frac{1}{n}}>1$ (cas précédent); donc, à plus forte raison, $a^b>1$. Si a<1, on aura $a^b<a^{\frac{1}{n}}$ (Déf. I). Or $a^{\frac{1}{n}}<1$ (cas préc.); donc aussi $a^b<1$.

Si b est irrationnel et a=1, on aura, pour des nombres entiers quelconques m et n, $a^{\frac{m}{n}}=1$ (cas préc.). Donc $a^b=a^{\frac{m}{n}}$ (Déf. K) = 1.

Du théorème précédent résulte qu'au contraire:

1) Suivant que $a^b > = <1$, on aura respectivement a > = <1.

XII) Si a, b, c, d sont des nombres quelconques dont a=b, c=d, on aura $a^c=b^d$.

1:0 Soient les exposants égaux c, d rationnels.

Dans ce cas $c = d = \frac{m}{n}$, m et n étant des nombres entiers quelconques, dont n pourra être supposé plus grand que l'unité (supposition, par laquelle nous simplifions la démonstration, sans en diminuer la généralité, puisqu'il est évident que tout nombre rationnel pourra être réduit à cette forme). Cela posé, l'égalité a = b donnera visiblement $\sqrt[n]{a^n} = \sqrt[n]{b^n} / V$, $7/\sqrt{n}$, c'est-à-dire $a^n = b^n$: d'où $a^n = b^n$.

2:0 Soit c=d=p, p étant un nombre irrationnel.

Si a>1 on aura b>1, d'où $a^p>1$, $b^p>1$ (XI). Donc a^p , b^p et a seront tous trois plus grands que l'unité. Or, pour des nombres entiers quelconques m et n on aura (Dés. II)

$$\begin{vmatrix} a^{r} > a^{\frac{n}{r}} \\ b^{p} > b^{\frac{n}{n}} \end{vmatrix}, \text{ si } p > \frac{m}{n},$$

et

$$\begin{vmatrix} a^{p} < a^{\frac{m}{n}} \\ b^{p} < b^{\frac{m}{n}} \end{vmatrix}, \text{ si } p < \frac{n}{n},$$

c'est-à-dire, puisque

$$a^{\frac{m}{n}} = b^{\frac{m}{n}}$$
 (cas préc.),

dans le cas de $p > \frac{m}{n}$,

$$\begin{vmatrix} a^{\mathfrak{p}} > a^{\frac{\mathfrak{q}}{n}} \\ b^{\mathfrak{p}} > a^{\frac{\mathfrak{q}}{n}} \end{vmatrix},$$

et, dans le cas de $p < \frac{m}{n}$,

$$\left. \begin{array}{l} a^{p} < a^{\frac{m}{n}} \\ b^{p} < a^{\frac{m}{n}} \end{array} \right\}.$$

Donc, quels que soient les nombres entiers m et n, a^p et b^p seront en même temps tous deux plus grands ou plus petits que $a^{\frac{m}{n}}$, d'où (X)

 $a^p = b^p$

c'est-à-dire

 $a^c = b^d$

Si a < 1, on prouvera de la même manière, au moyen de la définition I), que $a^p = b^p$ ou $a^c = b^d$.

Si a=1, on aura b=1, d'où $a^p=1$, $b^p=1$ (XI) et par conséquent $a^p=b^p$ ou $a^c=b^d$.

Du théorème que nous venons de démontrer résulte la conséquence digne d'attention, qu'une quantité exponentielle quelconque est toujours un nombre fixe et déterminé *).

XIII) Si a, b, c sont des nombres quelconques dont b>c, on aura $a^b>< a^c$ suivant que a><1.

1:0 Soient b, c tous deux rationnels.

Dans ce cas $b = \frac{m}{n}$, $c = \frac{p}{q}$, où m, n, p, q sont des nombres entiers quelconques, dont nous supposerons comme auparavant n > 1, q > 1. On aura donc

^{*)} Il est évident que la remarque insérée à la note p. 37 trouve son application ici.

$$a^b = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nq]{a^{mq}}$$
 (7:e égal. calc. des racines)
= $(\sqrt[nq]{a})^{mq}$ (3:e égal. calc. des rac.),

et

$$a^{c} = a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^{p}} = \sqrt[nq]{a^{np}} = (\sqrt[nq]{a})^{np}$$

Or $\frac{m}{n}$ étant, par l'hypothèse, plus grand que $\frac{p}{q}$, on aura, suivant que a > < 1,

$$a^{\frac{m}{n} - \frac{p}{q}} > < 1 \text{ (XI)}$$

$$a^{\frac{mq - np}{nq}} > < 1$$

$$\sqrt[nq]{a^{mq - np}} > < 1$$

$$(\sqrt[nq]{a})^{mq - np} > < 1$$

$$(\sqrt[nq]{a})^{mq - np} > < 1$$

$$(\sqrt[nq]{a})^{mq - np} (\sqrt[nq]{a})^{np} > < (\sqrt[nq]{a})^{np} \text{ (V, 2)}$$

$$(\sqrt[nq]{a})^{mq} > < (\sqrt[nq]{a})^{np} \text{ (1:e égal. calc. des puiss.)}.$$

Donc, suivant que a > < 1, aussi $a^b > < a^c$.

2:0 Soit l'un des b, c rationnel et l'autre irrationnel.

- A) Si $b = \frac{m}{n}$ (m, n étant des nombres entiers quelconques) et c irrationnel, on aura, puisque $\frac{m}{n} > c$, par la définition II), $a^{\frac{m}{n}} > a^c$ si a > 1, et, par la définition I), $a^{\frac{m}{n}} < a^c$ si a < 1; d'où $a^b > < a^c$ suivant que a > < 1.
- B) Si b est irrationnel et $c = \frac{m}{n}$, m et n étant des nombres entiers quelconques, on aura de même, à cause de $b > \frac{m}{n}$, par la

définition H), $a^b > a^{\frac{m}{n}}$ si a > 1, et, par la définition I), $a^b < a^{\frac{m}{n}}$ si a < 1. Donc $a^b > < a^c$, suivant que a > < 1. 3:0 Soient b, c tous deux irrationnels.

Puisque b>c, il y a des nombres entiers m, n tels que $b>\frac{m}{n}$. 1, $c<\frac{m}{n}$. 1 (I), c'est-à-dire $b>\frac{m}{n}$, $c<\frac{m}{n}$. Donc, si a>1, on aura, par la définition H), $a^b>a^{\frac{m}{n}}$, $a^c< a^{\frac{m}{n}}$, d'où $a^b>a^c$; et, si a<1, par la définition I), $a^b< a^{\frac{m}{n}}$, $a^c> a^{\frac{m}{n}}$, d'où $a^b< a^c$.

Du théorème précédent résultent les conséquences suivantes:

- 1) Si $a^b > a^c$, on aura au contraire b > < c suivant que a > < 1. Car si a > 1 et b = < c, on aurait $a^b = < a^c$, et, si a < 1 et b > = c, on aurait $a^b < = a^c$, l'un et l'autre contre l'hypothèse.
- 2) Si a, b, c, d désignent des nombres quelconques dont a > < 1, les égalités a = b, $a^c = b^d$ ameneront c = d.

Car si c>< d, on aurait $a^c>< a^d$ on $a^c<> a^d$ suivant que a>1 ou a<1, c'est-à-dire $a^c>< b^d$ ou $a^c<> b^d$ suivant que a>1 ou a<1, ce qui serait contraire à l'hypothèse.

XIV) Si a, b, c sont des nombres quelconques, on aura a^b . $a^c = a^{b+c}$

1:0 Soient b, c tous deux rationnels.

Posons $b=\frac{m}{n}$, $c=\frac{p}{q}$, où m, n, p, q sont des nombres entiers quelconques dont n>1, q>1 (supposition qui embrasse les cas où n, q seraient égaux à l'unité). On aura

$$a^{t} \cdot a^{r} = a^{\frac{m}{a}} a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[n]{a^{m}} \sqrt[q]{a^{p}} = \sqrt[nq]{a^{mq}} \sqrt[nq]{a^{np}} = \sqrt[nq]{a^{mq}} \sqrt[q]{a^{np}} = a^{\frac{mq + np}{nq}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{p}{q}} = a^{\frac{p+p}{n}}$$

2:0 Soit l'un des b, c, par ex. b, rationnel et c irrationnel.

Si a>1, on aura, pour des nombres entiers quelconques m et n,

 $a^{\epsilon}>< a^{\frac{\kappa}{n}}$

suivant que

$$c > < \frac{m}{n}$$
 (Def. II).

Or, suivant que
$$c><\frac{m}{n}$$
, on aura aussi $b+c>< b+\frac{m}{n}$, $a^{b+c}>< a^{b+\frac{m}{n}}$ (XIII) $a^{b+c}>< a^{b}$. $a^{\frac{m}{n}}$ (cas préc.) $\frac{a^{b+c}}{a^{b}}>< a^{\frac{m}{n}}$ (IV, 7, 9).

Il est donc évident que, quels que soient les nombres entiers m et n, a^c et $\frac{a^{\frac{b+c}{a}}}{a^b}$ seront tous deux en même temps plus grands ou plus petits que $a^{\frac{m}{a}}$. Les a^c , $\frac{a^{\frac{b+c}{a}}}{a^b}$ et a sont aussi tous trois plus grands que l'unité (a^c en vertu de XI) et $\frac{a^{\frac{b+c}{a}}}{a^b}$ puisque, par XIII), $a^{\frac{b+c}{a}} > a^t$). Par conséquent (X)

$$a' = \frac{a^{l+c}}{a^{l}},$$

c'est-à-dire

$$a^{t}a^{c}=a^{t+c}$$

Si a < 1, on aura, pour des nombres entiers quelconques m et n,

$$a'>< a^{\frac{n}{\epsilon}}$$

selon que

$$c < > \frac{\pi}{n}$$
 (Def. I).

Or, selon que $c < > \frac{m}{n}$, on aura aussi

$$b+c < > b + \frac{\pi}{\pi}$$

$$a^{i+\varepsilon} > < a^{i+\frac{n}{\varepsilon}}$$
 (XIII)

$$a^{\frac{\pi}{4}} > < a^{\frac{\pi}{4}}$$
 (cas préc.)

$$\frac{a}{b} > < a^{\frac{\pi}{b}}$$

Les a', $\frac{a^{i+\epsilon}}{a^2}$ et a étant, en vertu de XI) et XIII), tous moindres que l'unité, on aura donc, comme auparavant, par X)

$$a^{i} = \frac{a^{i+1}}{a^{i}}$$

ou

$$a^{i} \cdot a^{c} = a^{i+c}$$

Si a=1, on aura $a^t=1$, $a^c=1$ (XI), d'où a^t $a^c=1$. Or, de même, $a^{t+c}=1$ (XI). Donc

$$a^{5} \cdot a^{c} = a^{5+c}$$

3:0 Soient b, c tous deux irrationnels.

La démonstration du théorème dans ce cas est exactement la même que dans le second cas, excepté que la réduction de $a^{i+\frac{n}{n}}$ à $a^{i}.a^{\frac{n}{n}}$ se fait maintenant en vertu de ce cas-ci, au lieu du cas premier.

Du théorème précédent s'ensuit, pour des nombres quelconques a, b, c, d, etc.:

1)
$$a^{i}.a^{c}.a^{d}..=a^{i+c+d+..}$$

Car
$$a^b$$
. a^c . $a^d = a^b$. $a^{c+d} = a^{b+c+d}$
 a^b . a^c . a^d . $a^c = a^b$. $a^{c+d+c} = a^{b+c+d+c}$

Et ainsi de suite.

2)
$$\frac{a^b}{a^c}$$
 (où $b > c$) = a^{b-c} .

Car $a^b = a^{b-c+c} = a^{b-c}$ a^c , d'où $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$

XV) Si a, b, c sont des nombres quelconques, on aura $(ab)^c = a^c b^c$.

1:0 Soit le nombre c rationnel.

Posant $c=\frac{m}{n}$, où m, n sont des nombres entiers quelconques dont n>1 (hypothèse qui comprend le cas où n serait égal à l'unité), on aura

$$(ab)^{\circ} = (ab)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{(ab)^{m}} = \sqrt[n]{a^{m}b^{m}} = \sqrt[n]{a^{m}} \cdot \sqrt[n]{b^{m}} = a^{\frac{m}{n}} \cdot b^{\frac{m}{n}} = a^{n}b^{n}.$$

2:0 Soit c irrationnel.

A) Si a>1, b>1, on aura ab>1 (V, 3). Done, pour des nombres entiers quelconques m et n,

$$(ab)^{\circ} > < (ab)^{\frac{n}{\alpha}}$$

suivant que

$$c > < \frac{m}{n}$$
 (Déf. H).

Or, selon que $c > < \frac{m}{n}$, on aura aussi

$$a^{c} > < a^{\frac{m}{n}}$$
 (Def. H)
 $b^{c} > < b^{\frac{m}{n}}$ (Def. H)
 $a^{c}b^{c} > < a^{\frac{m}{n}}b^{\frac{m}{n}}$ (V, 3)
 $a^{c}b^{c} > < (ab)^{\frac{m}{n}}$ (cas prec.).

Donc $(ab)^c$ et a^cb^c seront en même temps plus grands ou plus petits que $(ab)^{\frac{m}{n}}$, quels que soient les nombres entiers m et n. Les $(ab)^c$, a^cb^c et ab sont aussi, à cause de a>1, b>1, tous trois plus grands que l'unité (V, 3 et XI). On aura donc (X)

$$(ab)^c = a^c b^c$$
.

B) Si a < 1, b < 1, on prouvera de la même manière, au moyen de la définition I), que

$$(ab)^e = a^e b^e.$$

C) Si l'un des a, b, par ex. a, >1 et l'autre b < 1, on aura a > b et $\frac{a}{b} > 1$ (IV, 7 et V, 9). Donc, pour des nombres entiers quelconques m et n,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{c} > < \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{a}}$$

suivant que

$$c > < \frac{m}{n}$$
 (Def. H).

Or, d'après que $c > < \frac{\pi}{a}$, on aura aussi $a^c > < a^{\frac{\pi}{a}}$ (Déf. H) $b^c < > b^{\frac{\pi}{a}}$ (Déf. I) $\frac{b^c}{b^c b^{\frac{\pi}{a}}} < > \frac{b^{\frac{\pi}{a}}}{b^c b^{\frac{\pi}{a}}}$ (IV, 7) $\frac{1}{b^c} > < \frac{1}{a^{\frac{\pi}{a}}}$ (VII et 1:e égal. calc. des quot.) $a^c \cdot \frac{1}{b^c} > < a^{\frac{\pi}{a}} \cdot \frac{1}{a^{\frac{\pi}{a}}}$ (V, 3) $\frac{a^c}{b^c} > < \frac{a^{\frac{\pi}{a}}}{b^{\frac{\pi}{a}}}$ '5:e égal. calc. des quot. et V, 9) $\frac{a^c}{b^c} > < (\frac{a}{b})^{\frac{\pi}{a}}$

 $\left(\frac{a^{\frac{n}{a}}}{b^{\frac{n}{a}}} \text{ étant, si } n=1, = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{n}{a}}$ par la 5:e égalité du calcul des puissances, et, en général, si n>1, $=\frac{\sqrt[n]{a^n}}{\sqrt[n]{b^n}} = \sqrt[n]{\frac{a^n}{b^n}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$.

Donc $(\frac{a}{b})'$ et $\frac{a'}{b'}$ sont en même temps plus grands ou plus petits que $(\frac{a}{b})^{\frac{a}{b'}}$ pour des nombres entiers quelconques m et n, d'où, $(\frac{a}{b})'$, $\frac{a'}{b'}$ et $\frac{a}{b}$ étant aussi tous trois plus grands que l'unité $((\frac{a}{b})')$ par XI) et $\frac{a'}{b'}$ puisque a>1, b<1, d'où a'>1, b'<1 et a'>b', on aura en vertu de X)

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$$
.

Pareillement, puisque a>b, on aura $\frac{b}{a}<1$, et, pour des nombres entiers quelconques m, n,

$$\left(\frac{b}{a}\right)^{c} > < \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{m}{a}}$$

suivant que

$$c < > \frac{m}{n}$$
 (Déf. I).

Or, d'après que $c < > \frac{m}{n}$ on aura de même

$$b^c > < b^{\frac{m}{n}}$$
 (Def. I)
$$a^c < > a^{\frac{m}{n}}$$
 (Def. H)
$$\frac{1}{a^c} > < \frac{1}{\frac{m}{a^n}}$$

$$\frac{b^c}{a} > < \frac{b^{\frac{m}{n}}}{a^{\frac{m}{n}}}$$

$$\frac{b^c}{a} > < (\frac{b}{a})^{\frac{m}{n}}$$

d'où, comme auparavant,

$$\left(\frac{b}{a}\right)^c = \frac{b^c}{a^c}$$
.

Ceci établi, puisque, dans le cas actuel de a > 1, b < 1, on pourra avoir ab > 1, ab < 1 ou ab = 1, soit d'abord ab > 1. L'équation précédente $(\frac{a}{b})^c = \frac{a^c}{b^c}$ ayant lieu pour des valeurs quelconques de a, b, pourvu que a > 1, b < 1, il est évident que,

dans la supposition présente de ab > 1, elle aura encore lieu si l'on y substitue ab au lieu de a. Donc

$$\left(\frac{ab}{b}\right)^c = \frac{(ab)^c}{b^c}$$
$$a^c = \frac{(ab)^c}{b^c}$$
$$(ab)^c = a^c b^c.$$

Parcillement, si ab < 1, on aura, en vertu de l'équation $(\frac{b}{a})' = \frac{b'}{a'}$,

$$\left(\frac{ab}{a}\right)^{c} = \frac{(ab)^{c}}{a^{c}}$$

$$b^{c} = \frac{(ab)^{c}}{a^{c}}$$

$$(ab)^{c} = a^{c}b^{c}.$$

Enfin, pour ab=1, l'équation $\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$, c'est-à-dire $\left(\frac{aa}{ab}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$, donnera

$$(aa)^{c} = \frac{a^{c}}{b^{c}}$$

$$a^{c}a^{c} = \frac{a^{c}}{b^{c}} \quad (cas préc. A)$$

$$a^{c} = \frac{1}{b^{c}}$$

$$a^{c}b^{c} = 1.$$

Or, l'égalité ab = 1 donne immédiatement $(ab)^c = 1$ (XI).

Donc

$$(ab)^e = a^e b^e$$
.

D) Enfin, si l'un des a, b, par ex. a, =1, l'autre b étant un nombre quelconque, on aura

$$(ab)^{\circ} = (1.b)^{\circ} = b^{\circ}$$

et

$$a^c b^c = 1. b^c (XI) = b^c$$

d'où

$$(ab)^{\circ} = a^{\circ}b^{\circ}.$$

Le théorème précédent conduit aux égalités suivantes, ayant lieu pour des nombres quelconques a, b, c, d, etc. et p:

1) $(abcd..)^p = a^p b^p c^p d^p..$

Car
$$(abc)^p = a^p (bc)^p = a^p b^p c^p$$
,
 $(abcd)^p = a^p (bcd)^p = a^p b^p c^p d^p$,

et ainsi de suite.

 $2) \left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}.$

Car
$$a^c = (b \cdot \frac{a}{b}) = b^c (\frac{a}{b})^c$$
, d'où $(\frac{a}{b})^c = \frac{a^c}{b^c}$.

3)
$$\left(\frac{1}{a}\right)^{c} = \frac{1^{c}}{a^{c}} = \frac{1}{a^{c}}$$
.

4) Si a > b, on aura $a^c > b^c$, et, si $a^c > b^c$, au contraire a > b.

Car
$$a > b$$
 conduit à $\frac{a}{b} > 1$, $\left(\frac{a}{b}\right)^c > 1$ (XI), $\frac{a^c}{b^c} > 1$ (XV, 2),

$$a' > b^c$$
; et $a^c > b^c$ à $\frac{a^c}{b^c} > 1$, $(\frac{a}{b})^c > 1$, $\frac{a}{b} > 1$ (XI, 1), $a > b$.

5) Si $a^c = b^d$ et c = d, on aura a = b.

Car si a > < b, on aurait $a^c > < b^c$ (XV, 4), c'est-à-dire $a' > < b^c$ (XII), contre l'hypothèse.

XVI) Si a, b, c sont des nombres quelconques, on aura $(a^b)^c = a^{bc}$.

1:0 Soient b, c tous deux rationnels.

Posons $b = \frac{m}{n}$, $c = \frac{p}{q}$, où m, n, p, q sont des nombres entiers quelconques dont n > 1, q > 1, hypothèse qui comprend aussi les cas où n, q seraient = 1. Donc

$$(a^{b})^{c} = (a^{\frac{m}{n}})^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{(\sqrt[q]{a^{m}})^{r}} = \sqrt[q]{\sqrt[q]{(a^{m})^{r}}} = \sqrt[q]{\sqrt[q]{a^{mp}}} = \sqrt[q]{a^{mp}} = a^{\frac{mp}{nq}} = a^{\frac{m}{n}} \cdot \frac{p}{q}$$
$$= a^{tc}.$$

2:0 Soit b rationnel, c irrationnel.

Si a > 1, d'où $a^b > 1$, on aura, pour des nombres entiers quelconques m et n,

 $(a^{i})^{\epsilon} > < (a^{i})^{\frac{n}{n}}$

suivant que

$$c > < \frac{m}{n}$$
.

Or, suivant que $c > < \frac{m}{n}$ on aura aussi $bc > < \frac{bm}{n}$ $a^{lc} > < a^{\frac{lm}{n}}$ (XIII) $a^{lc} > < (a^{l})^{\frac{m}{n}}$ (cas préc.).

Donc $(a^b)^c$ et a^{bc} sont en même temps plus grands ou plus petits que $(a^b)^{\frac{m}{n}}$, quels que soient les nombres entiers m et n, et $(a^b)^c$, a^{bc} , a^b sont aussi tous trois plus grands que l'unité (XI), ce qui conduit à (X)

 $(a^b)^c = a^{bc}.$

Si a < 1, la démonstration pourrait se faire de la même manière, mais elle s'abrège et prend une forme applicable à d'autres cas de ce théorème, par la considération que a < 1 donne $\frac{1}{a} > 1$, d'où, par le cas précédent,

$$\left(\left(\frac{1}{a}\right)^{b}\right)^{c} = \left(\frac{1}{a}\right)^{bc}.$$

Or (XV, 3)

$$\left(\left(\frac{1}{a}\right)^{b}\right)^{c} = \left(\frac{1}{a^{b}}\right) = \frac{1}{\left(a^{b}\right)^{c}}$$

et

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{bc} = \frac{1}{a^{bc}}$$
.

Donc

$$\frac{1}{(a^b)^c} = \frac{1}{a^{bc}},$$

ou

$$(a^b)^c = a^{bc}$$

Si a = 1, on aura $a^b = 1$, $(a^b)^c = 1$, $a^{bc} = 1$ (XI); d'où $(a^b)^c = a^{bc}$.

3:0 Soit b irrationnel, c rationnel.

Si a > 1, on aura, pour des nombres entiers quelconques m et n, suivant que $b > < \frac{m}{n}$,

$$a^{b} > < a^{\frac{m}{n}}$$

$$(a^{b})^{c} > < (a^{\frac{m}{n}})^{c} \text{ (XV, 4)}$$

$$(a^{b})^{c} > < a^{\frac{m}{n}} \text{ (cas préc. 1}^{r}\text{)}$$

$$(a^{b})^{c} > < (a^{c})^{\frac{m}{n}} \text{ (le même cas)}.$$

Or, suivant que $b><\frac{m}{n}$ on aura aussi

$$bc > < \frac{m}{n}c$$
 $a^{bc} > < a^{\frac{m}{n}-c}$ (XIII)
 $a^{bc} > < (a^c)^{\frac{m}{n}}$ (cas préc. 1°).

Donc, $(a^b)^c$, a^{bc} et a^c étant tous trois plus grands que l'unité, on aura, comme auparavant, par X)

$$(a^b)^c = a^{bc}.$$

Si a < 1 et a = 1, les démonstrations seront exactement les mêmes qu'au second cas de ce théorème.

4:0 Soient b, c tous deux irrationnels.

Si a > 1, on aura $a^b > 1$, et par suite, pour des nombres entiers quelconques m et n,

$$(a^t)^c > < (a^t)^{\frac{m}{n}}$$

selon que

$$c > < \frac{m}{n}$$

Mais, selon que $c > < \frac{m}{n}$ on aura aussi

$$bc > < \frac{bm}{n}$$
 $a^{bc} > < a^{\frac{bm}{n}}$ (XIII)
 $a^{bc} > < (a^b)^{\frac{m}{n}}$ (cas préc. 3°).

Donc, comme ci-dessus,

$$(a^b)^c = a^{bc}$$

Les démonstrations relatives aux cas de a < 1 et a = 1 seront encore ici les mêmes qu'au second cas de ce théorème.

De la proposition précédente résulte l'égalité

$$\sqrt[m]{a^b} = a^{\frac{b}{m}}$$

a, b étant des nombres quelconques et m un nombre quelconque entier plus grand que l'unité.

Car
$$\sqrt[m]{a^b} = (a^b)^{\frac{1}{m}}$$
 (Déf. G) = $a^{\frac{b \cdot \frac{1}{m}}{m}} = a^{\frac{b}{m}}$

La théorie des Exponentielles que nous venons de développer, conduit à ce résultat général digne d'une attention particulière, que les règles du calcul des exponentielles sont entièrement les mêmes que celles du calcul des puissances. En effet les égalités principales prouvées ci-dessus pour les exponentielles, savoir celles de XIV, 1, 2, XVI et XV, 1, 2, ne sont que les cinq relations fondamentales du calcul des puissances, étendues à des exposants quelconques. La théorie des Logarithmes dérive immédiatement de celle des exponentielles. Aiusi, par exemple, pour déduire les égalités

$$Lab = La + Lb$$

$$L_{\overline{b}}^{a} = La - Lb$$

$$La' = cLa$$

$$L_{\overline{b}}^{a} = \frac{La}{a}$$

où le signe logarithmique L se rapporte à un système quelconque dont la base soit β , les lettres a, b, c désignent des nombres quelconques et m est un nombre entier quelconque plus grand que l'unité, on n'a qu'à former les égalités

$$\beta^{Li} = a, \quad \beta^{Li} = b,$$

et d'en tirer, d'après ce qui précède, celles de

$$\beta^{L_a + L_b} = ab \text{ (XIV)}$$

$$\beta^{L_a - L_b} = \frac{a}{b} \text{ (XIV, 2)}$$

$$\beta^{L_a} = a^c \text{ (XVI)}$$

$$\beta^{\frac{L_a}{a}} = \sqrt[a]{a} \text{ (XVI, 1)},$$

pour avoir sur-le-champ celles dont il s'agit, mises seulement sous une forme un peu différente.

On pourra encore remarquer que la propriété d'un logarithme quelconque d'être un nombre fixe et déterminé, est contenue dans la vérité prouvée plus haut XIII, 2. Ce qui précède renferme une déduction parfaitement rigourcuse des règles les plus importantes de l'Algèbre, tant qu'on
ne s'y attache pas à la notion de signes différents. L'extension
nécessaire de ces résultats aux valeurs quelconques des lettres,
dont les différences y entreraient soit arbitrairement, soit engagées
sous des radicaux de dégré pair, conduirait d'une manière naturelle aux règles du calcul des nombres négatifs et des expressions
imaginaires; mais je ne m'occuperai pas ici de cette déduction,
laquelle, ainsi que plusieurs autres relatives à la métaphysique de
l'Algèbre, sera plus convenablement l'objet d'un travail séparé.



CICADÆ* TRES NOVÆ FENNICÆ,

DESCRIPTÆ

CAROLO REGIN. SAHLBERG.

(Societ. exhib. d. 4 Martii 1839.)

Ediderat Celeberrimus, dum viveret, ad Universitatem Lundensem Historiæ Naturalis Professor Carolus Fredricus Fallén in Actis Regiæ Academiæ Scientiarum Holmiensis novis, Tomis nempe XXVI^{to} et XXVII^{mo}, Periculum Cicadas (Linnæi) Svecicas disponendi et describendi, ditaveratque hoc suo opere Faunam Scandinaviæ quinquaginta circiter Cicadariarum speciebus, vel omnino novis, vel saltem in Fauna immortalis Linnæi non recensitis. Quem quidem numerum, post positam ulteriorem in Cicadariis cæterisque Sveciæ meridionalis Hemipteris colligendis et

^{*)} Qvamvis præstantiam denominationum Genericarum, quibus in Conspectu Generum Cicadariarum usus est Celeberr. Germar, facile agnosco; nomenclaturam tamen a Celeberr. Fallén, in opere suo, Hemiptera Sveciæ sistente, adhibitam, eo potius reservare necesse duxi. cum species a me infra descriptæ ut additamentum operis laudati censeri possint.

perite examinandis industriam, indefessam æque ac per multos aunos continuatam, postque acceptas Collectiones horum animalculorum, in Westrogothia ab oculatissimo Insectorum scrutatore, Entomologorum Svecicorum jam viventium Seniori, Nobilissimo Gyllenhal, et in variis Scandinaviæ regionibus ab aliis factas, ejusque examini oblatas, haud parum auxit, cum Hemiptera Sveciæ, Dissertationibus Academicis, Lundæ ante decennium et quod excurrit editis, denuo disposita et descripta proponeret. His porro in australi imprimis atque media Sveciæ parte lectis Generis Cicadæ Speciebus, undecim insuper addidit novas inclytus Entomologus Lundensis Celeberrimus Professor Joh. Wilh. Zetterstedt, quas sub itinere per Lapponiam instituto detexit, et in Fauna Insectorum Lapponica a semet 1828 edita egregie descripsit. Quum diversissimas sic Regni vicini, nostræque patriæ tam solo quam coelo simillimi, plagas, Cicadarias investigaturi, diu felicissimoque cum successu perlustraverint landati Triumviri, cumque demum et ego, commercio litterario Entomologico cum Celeb. Fallén ab eo usque junctus tempore, quo primam suam Cicadarum Sveciæ dispositionem typis divulgasset, omnem, quam ex hac familia in Finlaudia seceram messem, quotannis sere ejusdem usui transmiserim; haud multum novi ex hac Hemipterorum stirpe apud nos inventum iri, facili perspiciet negotio quicumque in recentioribus operibus Falleniauis, Hemiptera Sveciæ describentibus, non eas tantum viderit species enumeratas, quas, communiter cum Svecica, nostra alit terra, verum etiam cas, quas non nisi in Fennia captas

esse indicat auctor. Exhauriri autem nequeunt divitiæ, quas in suis thesauris condit alma Natura. Quantumvis etenim easdem, ubique et uberrime expansas, cuique sponte offert sua, quamvis ad sua adyta nemini præcludit aditum, sed potius insigni non minus et multiplici abundantia rerumque copia, quam splendore gazarum suarum et pretio, quemque in sui studium vehementer allicit et invitat, multas tamen imo innumeras opes insimul oculis hominum licet sagacissimorum callide subducit, ut scrutatoribus cujusvis ævi quasdam semper reservet res novitias detegendas nondumque visas, amorem sui hoc facto in perpetuum sibi præmuniens, industriamque in sua supellectili investiganda collocatam indies remunerans. Restarunt itaque et restaut sine dubio adhuc haud pauca Hemiptera etiam in Septentrionis nostri regionibus, quæ oculos fugerunt Celeberrimi Fallén aliorumque, et ex quibus post edita opera supra recensita quædam tam in Svecia quam in Finlandia jam quoque sunt detecta. Triadem ejusmodi specicrum, nondum, quantum mihi innotuit, cognitarum, Generi Cicadæ subjungendarum, et a me in prædio meo, Yläne Nygård, in Paroecia Pöytis sito, lectarum describere conatus sum. Quod conamen, cum ad Entomologiam Fennicam illustrandam aliquid saltem emolumenti conferre mihi videatur, Fennicæ Scientiarum Societati non omnino displiciturum fore speraverim.

Cicada lutea.

Long. 2 lin. Latit. 2 lin.

Lutescens, elytris flavo-pellucidis, capite punctis quatuor minutioribus, thoraceque duobus majoribus nigris.

Var. b. punctis capitis obsoletis vel omnino nullis, punctis thoracis minutissimis.

Habitat in gramine pratorum, imprimis in vicinia silvarum ustarum, haud frequens.

C. abietinæ magnitudine et statura similis, a qua tameu, ut a cæteris affinibus speciebus, differt colore et capitis pictura. Caput antice subrotundatum, crassiusculum, luteum, punctis quatuor minutioribus nigris, duobus scilicet in fronte mox supra insertionem antenuarum minutissimis a se invicem remotis, duobusque in vertice paullo majoribus magis approximatis transversim positis, læve; in fronte oculo acute armato vestigia striarum transversarum apparent. Antenuæ capitis cum thorace longitudine, basi lutea, apice suscescentes. Oculi susco-brunnei, parum prominuli. Thorax transversus, glaber, subtiliter transversim strigosus, luteus. punctis majoribus, vel potius maculis subrotundis duabus, remotis, prope marginem baseos collocatis nigris. Scutellum triangulare. flavum, læve, ante apicem, ut in congeneribus, linea transversa impressum. Elytra flavescentia, subpellucida, nitida, subdeflexa, apice obtuse rotundata. Alæ pellucidæ, apice interdum metallicosplendentes. Corpus supra nigrum, lateribus flavum, subtus flavum, segmentis abdominis ad marginem deflexum nigrescentibus, vel interdum plus minus nigrum vel nigro-variegatum, lateribus et ano tantum flavis. Pedes flavi, tibiis posticis ad basin spinularum sat crebre nigropunctatis.

In var. b. color abdominis plerumque immaculatus, flavescens.

Mares, qui feminis paullo minores sunt, plerumque ad typum descriptum punctis capitis distinctis pertinent. Varietatem vero b. femineam sæpissime esse, observavi.

Cicada picturata.

Long. $1\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}$ lin. Latit. $\frac{3}{4}$ lin.

Breviuscula, pallida, capite maculis et punctis plurimis nigris variegato, thorace maculis quinque scutelloque una, itidem nigris, elytris lineis longitudinalibus quatuor nigro-fuscis, femoribusque annulo nigro.

Habitat in pratis et frutetis, passim.

Statura C. plebejæ, ejusque varietatibus minoribus magnitudine æqualis. Caput antice subrotundatum, crassiusculum, læve, striolis frontis valde obsoletis, flavescenti-pallidum, maculis punctisque plurimis nigris vel nigro-fuscis variegatum; maculis scilicet in rostro tribus, duabus ad apicem minoribus, longitudinaliter po-

sitis, lincola augusta junctis, tertia ad basin majori, interdum in duas divisa, in genis maculis utrinque duabus, altera prope insertionem pedum auticorum annuliformi, altera sub oculis irregulari; maculis in apice capitis quatuor, subrotundis, majoribus, quadratim dispositis, duabus nempe in apice frontis, duabus in vertice, punctaque duo minuta transversim collocata intra se includentibus, atque punctis insuper ad marginem oculorum internum utrinque duobus, remotius et longitudinaliter positis, nec non macula demum una subtriangulari in medio marginis posterioris. Thorax subtilissime transversim strigosus, subnitidus, pallidus, maculis quinque nigris, duabus nempe ad marginem anticum, interdum lineola angusta connexis, tribusque, quarum intermedia maxima, intra marginem posticum, in fasciam transversam sæpe confluentibus. Scutellum triangulare, pallidum, macula in medio baseos sat magna nigro-fusca. Elytra incumbentia, apice obtuse rotundata, pallida, submitida, lineis longitudinalibus quatuor susco-nigris, quarum prima seu interior a basi juxta scutellum ad medium marginis interni oblique descendit, secunda et tertia itidem a basi ex eodem puncto communiter exeunt, paullatim a se invicem descendendo discedunt et paullo ante apicem denno conjunguntur lincolam denique quartam, brevem, ex ipsa flexura sursum versus emittentes. Linea tertia, in medio dilatata, lineam pallidam plerumque includit. Corpus subtus, in mare nigrum, lateribus segmentorum abdominis anguste pallidis, in femina plus minus pallido-nigroque va-, riegatum. Abdomen supra in utroque sexu nigrescens. Pedes pallido-nigroque variegati; femoribus scilicet pallidis, macula ad basin annuloque versus apicem nigro-fuscis; tibiis pallidis, nigro sublineatis; tarsis fuscescentibus.

Cicada adumbrata.

Long. 11 lin. Latit. 1 lin.

Angustior, pallide flavescens, capite punctis subquinis nigris, thorace lineola longitudinali antice abbreviata postice in scutellum continuata elytrisque sutura et vitta longitudinali postice abbreviata nigro-fuscis.

Habitat in pratis paludosis, rarius.

C. 4-notatæ habitu et magnitudine æqualis. Caput antice rotundatum, crassiusculum, pallide flavum, maculis nigris, una scilicet in vertice ad marginem posticum, tribusque in apice capitis transversim positis, quarum intermedia deorsum dupplicata et interdum obsolete in rostrum continuata. Præterea ad suturam inter genas et rostrum, infra insertionem antennarum, macula utrinque conspicitur. Striæ frontis obsoletissimæ. Oculi subrotundi, brunnei. Antennæ basi flavescentes, apice fuscescentes. Thorax pallide flavus, subritidus, subtilissime transversim strigosus, lineola vel fascia longitudinali, marginem anticum non attingente in scutellum transeunte fusca. Scutellum triangulare, pallide flavum, fasciola media longitudinali, ad apicem fere extensa et cum fascia thoracis juncta, fusca

Elytra deflexa, apice rotundata, cinereo-pellucida, margine laterali augustius nervisque albidis, vitta longitudinali a basi ultra medium extensa, sutura, interdum etiam margine apicali fuscis. Corpus subtus pallide flavum, segmentis abdominis, in femina basalibus, in mare fere omnibus, medio nigris. Abdomen supra nigrum, lateribus et in femina etiam linea media pallide flavis. Pedes pallidi, nigro-punetati.

DESCRIPTION D'UNE NOUVELLE ESPÈCE DU GENRE

PHYSODACTYLUS,

PAR

M. LE COMTE MANNERHEIM.

(Lu à la Société, le 25 Avril 1839.)

Ce fut en 1824 que M. Fischer de Waldheim, à l'occasion d'un court séjour à S:t Pétersbourg, remarqua dans la belle collection de M. le Docteur Henning, un insecte coléoptère d'une conformation assez paradoxe, dont la place dans le système ne se trouvoit pas encore déterminée par une description quelconque, puisque cet insecte étoit alors entièrement nouveau et inconnu aux entomologistes. Ce célèbre savant le fit connoître bientôt après, dans une lettre imprimée et adressée à M. Henning *), en dédiant à celui-ci l'unique espèce de ce nouveau genre, si remarquable surtout par ses tarses garnis de grandes vessies ou de pe-

^{*)} Lettre sur le Physodactyle, nouveau genre de coléoptère élatéroïde, par G. Fischer de Waldheim. Moscou 1824. 8:0.

lutes membraneuses. Presqu'à la même époque, M. Fischer sit inserer, dans le Tome VI des Mémoires de la Société Impériale des naturalistes de Moscou, un article en latin *) sur le genre susmentionné, et quoique ce Volume des Mémoires porte sur le titre l'an 1823 comme année de publication, la lettre citée plus hant est en effet de date antérieure. La même planche coloriée qui accompagne ces deux publications fut exécutée d'après le dessin que je sis alors: elle représente l'insecte de grandeur naturelle ainsi que l'analyse de ses caractères les plus essentiels. Cette coopération qui ne se restreignit point à la planche seulement, à ce qu'on peut voir dans la lettre précitée, me fit toujours conserver un intérêt particulier pour le Physoductylus, mais de longues années s'écoulerent avant que je pusse me le procurer pour ma propre collection, car ce genre paroit être un des plus rares dans l'ordre des insectes coléoptères. Le riche musée de M. le Comte Dejean, d'après le dernier catalogue **), dont le total porte le chiffre énorme de 22,899 espèces de coléoptères, ne contient aucune espèce de Physodactylus. Les deux individus que j'ai en occasion de voir du Ph. Henningii se trouvent l'un dans la collection de seu M. le Docteur Henning, achetée pour l'Université Impériale d'Alexandre à Helsingfors, et le second dans le musée

^{*} Physodictylus, genus novum Elateridum propositum atque descriptum a G. Fischer, p. 301.

Catalogue des coléoptères de la collection de M. le Comte Dejean 3:ème édition. Paris 1837. 8:0.

de l'Académie Impériale des Sciences de S:t Pétersbourg, où il a été envoyé par M. de Langsdorff, ci-devant Consul-Général de Russie au Brésil. D'après ce que j'ai lieu de eroire, le Ph. Henningii a été trouvé aux environs de Rio Janeiro ou près de l'établissement Leopoldinia, par M. Freyreiss, car la découverte de cet intéressant coléoptère date du temps que celui-ci collectoit des insectes pour M. de Langsdorff, et M. Henning devoit aussi son exemplaire à M. Freyreiss. Les entomologistes qui ont publié depuis des ouvrages sur l'ordre des coléoptères, ne paroissent pas avoir vu le Physodactylus en nature; ils semblent seulement avoir suivis les caractères indiqués dans la description de M. Fischer, pour signaler la place de ce genre dans le systême. - Le célèbre Latreille dit dans son ouvrage Familles naturelles du Règne animal *) p. 249: "je ne connois le genre "physodactylus de M. Fischer, que par son Mémoire; il paroît "tenir des cébrionites et des élatérides, et se rapprocher surtout "de celui d'anelaste de M. Kirby" **), et en conséquence il le place à la fin de la tribu des Elatérides auxquels alors il réunissoit aussi les Eucnémides. Puis, dans la seconde édition du Règne

^{*)} Familles naturelles du règne animal, exposées succinctement et dans un ordre analytique, avec l'indication de leurs genres, par M. Latreille. Paris 1825. 8:0.

^{**)} Transactions of the Linnean Society. Vol. XII. Century of insects by M. William Kirby, N:o 15. Bibliothèque entomologique, par Lequien; Centurie d'insectes par G. Kirby. Paris 1834. 8:o. Page 10, pl. 1, fig. 2.

animal de M. Cuvier *), M. Latreille l'a rangé dans la tribu des Cébrionites et en fait même un sous-genre du genre Cébrion, ce qui nous paroit fort étonnant. La figure donnée par M. Guérin, dans l'Iconographie de ce même Règne animal, fasc. 6, pl. 13, fig. 1, est vraisemblablement copiée du Mémoire de M. Fischer. Dans l'ouvrage posthume sur les Serricornes de M. Latreille **) le Physodactylus, caractérisé en genre distinct et particulier, se trouve encore placé dans la tribu des Cébrionites, entre les genres Oxysternus Latr. et Anelastes Kirby. Enfin M. de Laporte, Comte de Castelnau, range aussi le genre Physodactylus parmi les Cébrionites, qu'il indique comme tribu des Malacodermes ***) à l'instar de M. le Comte Dejean. M. de Castelnau dit en même temps qu'il suppose que M. Perty a aussi décrit ce genre dans son ouvrage sur les insectes recueillis au Brésil par MM. Spix et Martius, sous le nom de Drepanius ****):

^{*)} Le Règne animal distribué d'après son organisation, pour servir de base à l'histoire naturelle des animaux et d'introduction à l'anatomie comparée, par M. le Baron Cuvier. Paris 1829. 8:0. Tome IV, p. 458.

^{**)} Annales de la Société entomologique de France. Tome III. Paris 1834. 8:0. Distribution méthodique et naturelle des genres de diverses tribus d'insectes coléoptères, de la famille des Serricornes, par M. Latreille, p. 165.

^{***)} Revue entomologique, publice par Gustave Silbermann. Tome IV. Strasbourg 1836. 8:0. Études entomologiques ou descriptions d'insectes nouveaux et observations sur la synonymie, par M. F. L. de Laporter Comte de Castelnau, p. 17.

^{****)} Delectus animalium articulatorum, quæ in itinere per Brasiliam annis

mais à juger au moins d'après la figure, sou espèce clavipes ne paroît pas être identique avec le Physodactylus Henningii de Fischer. — D'après des autorités semblables on ne pourroit peutêtre rien contester sur la véritable place du genre Physodactylus dans le système. En effet n'en est-il pas moins un genre paradoxe, et sa forme en général le rapproche beaucoup plus des Elatérides, comme l'a pensé M. Fischer, que des Cébrionites. Son corps droit et sa tête engagée jusqu'aux yeux dans le corselet l'éloigne bien certainement de cette dernière tribu, avec laquelle il ne lui reste de commun que les mandibules avancées et arquées, et la tête qui n'est point recouverte à sa base inférieure par une saillie du présternum, ainsi que le manque du prolongement postérieur de cette même partie, qui constitue la mécanique qui permet aux Elatérides de sauter. Je crois donc, pour agir strictement, qu'on devroit ranger le Physodactylus dans une tribu à part, comme forme de transition des Elatérides aux Cébrionites, en y réunissant peut-être aussi le genre Anelastes de Kirby.

Maintenant M. Bescke, auquel nous sommes déjà tant obligés pour les découvertes du plus haut intérêt qu'il vient de faire dans l'intérieur du Brésil, a enrichi le genre *Physodactylus* d'une seconde espèce et en me faisant un devoir de la dédier à

^{1817—1820} etc. collegerunt Dr. J. B. de Spix etc. et de Martius. Digessit, descripsit, pingenda curavit Prof. Dr. Max. Perty. Fasc. II. in Fol. Monachii 1830, p. 25, Tab. V, fig. 15.

cet entomologiste qui a tant de droits à notre reconnoissance, j'ai l'honneur de présenter ci-joint la description d'un insecte aussi remarquable à cette Société nouvellement établie dans ma patrie et qui a bien voulu m'agréger au nombre de ses membres.

Physodactylus Beschii.

Fusco-testaceus, flavo-pubescens, punctatus, elytris profunde striatis, antennis pedibusque dilutioribus.

Longit. 6 lin. latit. 13 lin.

Habitat in Brasilia interiore. D. Bescke.

Caput fere quadratum, profunde punctatum, dense flavopubescens, medio canaliculatum, clypeo sub-emarginato reflexo,
mandibulis validis curvatis, oculis magnis rotundatis brunneis. Antennæ capite cum thorace longiores, ferrugineo-testaceæ, pubescentes, medio serratæ, articulo primo incurvo majore, secundo et
tertio æqualibus minutis globosis, quarto, quinto et sexto præcedentibus quadruplo majoribus, sub-reniformibus, latere exteriore
productis, 7—10 triangularibus, sensim tenuioribus, undecimo
oblongo-ovato, apice rotundato. Thorax latitudine baseos vix longior, apice angustatus truncatus angulis sub-rectis, ante medium
posterius dilatatus, basi bisinuatus, angulis productis valde acutis,
dorso convexus, crebre et profunde punctatus, dense flavo-pilosus,
in medio baseos carinula longitudinali lævi et utrinque altera supra

angulos obliqua. Scutellum ovatum punctatum, pubescentia omnino tectum. Elytra latitudine thoracis, sed illo triplo longiora, fere linearia vel ipso apice attenuato-rotundata, supra nonnihil convexa, longe pubescentia, profunde striata, striis irregulariter et interstitiis fortius punctatis. Corpus subtus profunde punctatum, longe griseo-pubescens, præsterno rotundato, minime porrecto, mesosterno late excavato, posterius sub-emarginato. Pedes validi, punctati, ferrugineo-testacei, pubescentes; femoribus crassis intumidis posticis brevioribus basi incrassatis, trochanteribus validis suffultis; tibiis apice interiore bispinosis, anticis nonnihil incurvis, extus in medio angulatis, intermediis incurvis extus æqualiter rotundatis, posticis fere rectis extus sinuatis, ibidemque apice sub-dentatis. Tarsi omnes tibiis longiores graciles, articulis tribus primis triangularibus compressis sensim minoribus, vesiculis albis oblonge ovatis instructis, quarto etiam triangulari minuto, mutico, ultimo elongato gracili, unguibus æqualibus incurvis, muticis.



MÉMOIRE

SUR

LA THÉORIE GÉOMÉTRIQUE DES ANGLES SOLIDES,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 4 Février 1839.)

Un point de la Géométrie, qui m'a paru imparsaitement traité dans tous les ouvrages sur cette partie des Mathématiques qui sont venus à ma connaissance, est la déduction des propriétés des angles solides. Les propositions 20:e et 21:e du Livre XI:e des Elémens d'Euclide, qui sont les seules y relatives dans l'ouvrage du père de la Géométrie (car la 23:e et 26:e du même Livre n'offrent que des problèmes sur ces angles) n'en renferment que les premières notions. C'est aux géomètres modernes que nous devons une connaissance plus approfondie de ces grandeurs géométriques; mais, il faut l'avouer, la manière dont ils ont coutume de la présenter laisse beaucoup à désirer pour la clarté et la rigueur si indispensables dans la Géométrie. Pour prouver cette assertion il suffira

de citer les raisonnements vagues et peu géométriques dont se servent les meilleurs auteurs mêmes pour établir l'égalité des augles solides symétriques (vovez la note p. 107), et la méthode peu satisfaisante par laquelle ils établissent la comparaison de ces angles en général. Pour cette dernière, on l'appuie toujours sur ce principe, adopté sans démonstration, que les angles solides, qui ont leurs sommets au centre d'une même sphère, sont proportionnels aux portions de la surface de cette sphère comprises entre les plans des angles. Cette proportionnalité a lieu; mais elle n'est pas plus un axiome que la proportionualité des angles rectilignes avec les arcs de cercle correspondants, démontrée avec tant de soin par Euclide. Avant d'employer la vérité en question, on doit donc la prouver rigoureusement. Mais, il y a plus: la proportionnalité dont il s'agit forme un beau théorème de géométrie, sans être nullement nécessaire à la comparaison des angles solides, qui pourra s'établir beaucoup plus simplement par la considération immédiate de ces angles.

Les remarques précédentes, qui m'ont paru intéresser un peu la Géométrie, ont donné lieu à l'essai suivant de présenter plus rigoureusement qu'on n'a fait jusqu'à présent la théorie géométrique des angles en question, et de remplir par-là une lacune dans les élémens des Mathématiques, laquelle, après avoir été remarquée, n'y doit plus être soufferte.

Définitions

- I. L'angle de deux plans est celui que font entre elles deux droites menées dans l'un et l'autre plan par un point quelconque de la droite où ils se rencontrent, perpendiculairement à cette droite.
- II. Angle solide est l'inclinaison mutuelle de plus de deux plans dans un même point, où ils se rencontrent en se terminant réciproquement.
- III. Les Faces d'un angle solide sont les plans terminés les uns par les autres, dont l'inclinaison constitue cet angle.
- IV. Le Sommet d'un angle solide est le point où ses faces se rencontrent.
- V. Les Arêtes d'un angle solide sont les droites où ses faces se rencontrent.
- VI. Les Angles plans d'un angle solide, sont les angles compris entre ses arêtes, du côté de scs faces.
- VII. Les Angles d'inclinaison d'un angle solide sont les angles compris entre ses faces, du côté de son intérieur.
- VIII. Angles solides Congruents sont des angles solides susceptibles d'une coïncidence parfaite.
- IX. Angles solides Symétriques sont des angles solides dont les angles plans sont égaux chacun à chacun et les angles d'in-

clinaison, compris entre les plans des angles égaux, de même égaux chacun a chacun, mais où les angles égaux sont disposés dans un ordre différent, de sorte que les angles solides ne peuvent pas coïncider.

X. Augles Trièdres, Tétraèdres, Pentaèdres, etc. sont des angles solides dont les faces sont respectivement trois, quatre, cinq, etc.

XI. Angle solide Droit est l'angle trièdre dont les angles d'inclinaison sont droits *).

XII. Angle solide d'un Dégré est la quatre-vingt-dixième partie de l'angle solide droit.

Proposition I.

Dans un angle trièdre, dont chaque angle plan est moindre que deux angles droits, un angle plan quelconque est moindre que la somme des deux autres.

Cette proposition, qui est la 20:e du Livre XI:e des Eldmens d'Euclide, n'a pas besoin d'être démontrée ici.

Octte définition doit être prélérée à celles qui déterminent l'angle solide droit comme l'angle trièdre dont les angles plans sont droits, on dont les faces sont perpendiculaires entre elles, ces derniers caractères n'étant pas suffisants pour distinguer l'angle solide droit d'autres qui ne le sont pas.

Proposition II.

Dans un angle trièdre, dont chaque angle plan est moindre que deux angles droits, la somme des angles plans est moindre que quatre angles droits.

Cette proposition, qui est la 21:e du Livre XI:e d'Euclide, n'a pas besoin non plus d'être prouvée ici.

Corollaire. De la démonstration de ce théorème résulte qu'il s'étend à un angle solide quelconque, dont chaque angle d'inclinaison est moindre que deux angles droits.

Proposition III.

L'angle de deux plans qui se terminent mutuellement, et celui des deux droites qui d'un point quelconque commun à ces plans sont élevées perpendiculairement à l'un et l'autre plan du côté où est situé l'autre plan, font ensemble deux angles droits.

Soit (Tab. V, fig. 1) AB la droite qui termine les deux plans, CD et CE des droites menées dans chacun de ces plans perpendiculairement à AB, et Cd, Ce des droites respectivement perpendiculaires aux plans ACD, ACE et dirigées, pour chaque plan, du côté où est situé l'autre.

La droite Cd étant perpendiculaire au plan ACD et Ce au plan ACE, les angles ACd et ACe seront droits (3:e Déf. Livre

XI:e des Élém. d'Euclide). Or ACD et ACE sont aussi des angles droits. Donc les droites Cd, CE, CD, Ce seront toutes au même plan (XI: 5 d'Euclide), et par conséquent les angles dCe et DCE, ajoutés ensemble, égaux à dCE, ECD, DCe et DCE ajoutés ensemble, c'est-a-dire à dCD et eCE ajoutés ensemble. Or, Cd et Ce étant perpendiculaires aux plans ACD et ACE, les angles dCD et eCE sont droits. Donc les angles dCe et DCE seront ensemble égaux à deux angles droits.

Proposition IV.

Dans un angle trièdre quelconque la somme des angles d'inclinaison est plus grande que deux angles droits.

Le théorème n'ayant besoin d'être démontré que pour des angles trièdres dont chaque angle d'inclinaison est moindre que deux angles droits, concevons, pour un tel angle, des droites menées de son sommet perpendiculairement à ses faces et dirigées, pour chacune de ces faces, du côté où sont situées les deux autres. Cela posé, l'angle compris entre deux quelconques de ces droites et celui que font entre elles les faces y perpendiculaires vers l'intérieur de l'angle trièdre, seront ensemble égaux à deux angles droits (Prop. III). Donc les trois angles d'inclinaison de l'angle trièdre et les trois angles formés par les droites en question feront ensemble six angles droits. Or la somme des trois derniers angles est moindre que quatre angles droits (Prop. II). Donc celle des trois premiers sera plus grando que deux droits.

Corollaire. Dans un angle tétraedre quelconque la somme des angles d'inclinaison est plus grande que quatre angles droits, dans un angle pentaèdre quelconque plus grande que six angles droits, et ainsi de suite. En général, dans un angle solide quelconque à m plans, la somme des angles d'inclinaison sera plus grande que 2(m-2) angles droits.

Proposition V.

Deux angles trièdres sont égaux, si leurs angles plans sont égaux chacun à chacun *).

^{*)} Cette vérité se trouve établie dans plusieurs ouvrages modernes sur la Géométrie, par ex. cenx de Robert Simson, Legendre et Lacroix; mais les démonstrations de ces auteurs ne s'étendent qu'au cas de la congruence des angles solides. Le premier de ces géomètres ne fait pas même mention du cas où les angles trièdres ne pourraient coïncider, et les deux autres emploient, pour ce cas, un raisonnement qui paraît bien éloigné de la véritable rigueur géométrique. Pour Legendre, il commence par prouver dans la 23:e Prop. du Livre V:e de sa Géométrie (12:e Ed. Paris 1823) que des angles trièdres, dont les angles plans sont égaux chacun à chacun, ont les faces relatives à ces angles égaux également inclinées entre elles, d'où il croit pouvoir conclure immédiatement que de tels angles trièdres, même s'ils ne penvent être superposés, sont nécessairement égaux par l'égalité de leurs parties constituantes", ce qui paraît d'autant plus inattendu, que ce grand géomètre, dans la 8:e Prop. du Livre VI:e de l'ouvrage cité a le premier complété la preuve insuffisante qu'avait donnée Euclide dans la 28:e Prop. de son Livre XI:e de l'égalité des deux prismes triangulaires symétriques, dans lesquels peut se décomposer un parallélipipède quelconque. M. Lacroix ne fait, dans ce sujet, que suivre les traces de Legendre, puisqu'il se contente

Soient (fig. 2) ABCD, abcd les deux angles trièdres dont les angles plans BAC et bac, BAD et bad, CAD et cad (que nous supposons d'abord moindres que deux angles droits, les angles trièdres eux-mêmes étant moindres que quatre angles solides droits) sont respectivement égaux, les angles bad et cad étant disposés, comme le montre la figure, ou dans le même ordre que BAD et CAD, ou dans un ordre inverse. Ayant pris AE arbitrairement et AF, AG, ae, af, ag égaux à AE, joignez EF, EG, FG, ef, eg, fg, abaissez AH, ah perpendiculairement sur les plans EFG, efg et joignez HE, HF, HG, he, hf, hg.

Les triangles $\triangle EF$ et aef, $\triangle EG$ et aeg, $\triangle FG$ et afg ayant respectivement deux côtés et l'angle compris égaux, on aura EF = ef,

Du reste on doit observer qu'un angle trièdre n'étant pas déterminé par ses angles plans qu'autant qu'on a fixé qu'il est moindre que quatre angles solides droits ou en général compris entre des nombres d'angles solides droits pour cela nécessaires, il faudra sous-entendre dans cette proposition que les angles trièdres dont il s'agit se trouvent tous deux compris entre les mêmes limites de cette espèce.

de remarquer qu'on ne peut conclure l'égalité des angles trièdres (dans le notation) que de celle de leurs parties constituantes, et parce qu'il n'y a pas de raison pour qu'ils diffèrent l'un de l'autre, étant n'emés des mêmes angles plans et des mêmes angles dièdres (Élém. de Géom. par S. F. Lacroix, 13:e Édit. Paris 1825, p. 149, 150). La démonstration donnée ici est indépendante de la congruence des angles trièdres et paraît être la plus simple et la plus générale que comporte le sujet.

EG = eg et FG = fg. De plus, AH étant perpendiculaire au plan EFG, les angles AHE et AHF seront droits, et par conséquent $AE^2 = AH^2 + EH^2$, $AF^2 = AH^2 + FH^2$. Donc, à cause de AE = AF, on aura $AH^2 + EH^2 = AH^2 + FH^2$, $EH^2 = FH^2$ et EH = FH. Par la même raison EH = GH; et par conséquent HE = HF = HG. De la même manière se prouve que he = hf = hg. Donc HE, HF, HG seront les rayons du cercle circonscrit au triangle EFG, et he, hf, hg ceux du cercle circonscrit au efg. Or ces triangles ont leurs trois côtés égaux chacun à chacun: leurs cercles circonscrits seront donc égaux, et par conséquent les HE, HF, HG égaux aux he, hf, hg. De-là résulte facilement AH = ah et l'angle EHF = ehf, l'angle EHG = ehg et l'angle FHG = fhg.

Les pieds H, h des perpendiculaires AH, ah étant les centres des cercles circonscrits aux triangles EFG et efg, il est évident qu'ils seront placés tous deux en même temps ou en dedans de ces triangles, ou sur leurs côtés, ou hors d'eux. Soient d'abord H, h en dedans des triangles EFG et efg.

Le triangle isoscèle EHF étant posé sur ehf, AH coïncidera nécessairement avec ah, A avec a et par conséquent le triangle AEF avec aef, le triangle AEH avec aeh et le triangle AHF avec ahf. Les angles solides AEHF et aehf seront donc égaux. De la même manière se prouve l'égalité des angles solides AEHG et aehg, et celle des AFHG et afhg. Donc l'angle trièdre ABCD,

qui est la somme des ALHF, AEHG, AFHG, sera égal à l'angle trièdre abed, qui est la somme des aehf, aehg, afhg.

Si les perpendiculaires AH, ah tombaient ou sur des côtés des triangles EFG et efg, ou hors d'eux, la démonstration resterait la même, excepté que, dans le premier cas, les augles trièdres ABCD et abed ne seraient composés que de deux parties congruentes, et, dans le second, ils ne seraient pas la somme de trois parties congruentes, mais l'excès de deux telles parties sur la troisième.

Si les angles trièdres étaient plus grands que quatre angles solides droits, ou si leurs angles plans n'étaient pas tous moindres que deux angles droits, la proposition n'en aurait pas moins lieu (abstraction faite de quelques cas très-particuliers où l'angle trièdre n'est pas déterminé pas ses angles plans), ce qu'on pourra facilement vérifier, en réduisant de tels angles trièdres à ceux de l'espece considérée plus haut, par lesquels ils différent d'un certain nombre d'angles solides droits.

Corollaire I. Si deux angles trièdres ont leurs angles plans égaux chacun à chacun, les faces dans lesquelles sont les angles égaux seront également inclinées entre elles.

Corollaire II. Les angles trièdres, dont les angles plans sont égaux chacun à chacun, sont ou congruents ou symétriques.

Corollaire III. Les angles triedres symétriques sont égaux entre eux.

Proposition VI.

Un angle trièdre quelconque est égal à un angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'excès de la somme des angles d'inclinaison de celui-là sur deux angles droits.

Soit ABCD (fig. 3) un angle trièdre, dont nous supposons d'abord tous les angles plans moindres que deux droits, l'angle trièdre étant lui-même moindre que quatre angles solides droits. Nommons, pour abréger, \(\beta \) l'angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'angle d'inclinaison de ABCD entre les plans ABC et ABD, \(\gamma \) l'angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'angle d'inclinaison de ABCD entre les plans ACB et ACD, et \(\delta \) l'angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'angle d'inclinaison de ABCD entre les plans ADB et ADC. En prolongeant les BA, CA et DA vers b, c et d, nous aurons évidemment

L'ang. sol.
$$ACDB + L$$
'ang. sol. $ACDb = 2\beta$
L'ang. sol. $ABDC + L$ 'ang. sol. $ABDc = 2\gamma$
L'ang. sol. $ABCD + L$ 'ang. sol. $ABCd = 2\delta$.

Ayant remplacé l'angle solide ABCd par AbcD, dont les augles plans sont égaux à ceux de ABCd et qui par conséquent y est égal (Prop. V), nous aurons donc

$$2ABCD + ABCD + ACDb + ABDc + AbcD = 2\beta + 2\gamma + 2\delta.$$

Or ABCD + ACDb + ABDc + AbcD = quatre angles solides droits. Donc

$$2ABCD + 4$$
 ang. sol. droits $= 2\beta + 2\gamma + 2\delta$,

et par conséquent

ABCD + 2 ang. sol. droits = $\beta + \gamma + \delta$,

c'est-à-dire

 $\triangle BCD = \beta + \gamma + \delta - 2$ ang. sol. droits.

Or la somme des angles trièdres β , γ , δ est évidemment égale à un angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième la somme des angles d'inclinaison de l'angle ABCD. Donc l'angle trièdre ABCD est égal à l'excès de cet angle sur deux angles solides droits, excès, qui évidemment lui-même n'est que l'angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'excès de la somme des angles d'inclinaison de l'angle ABCD sur deux angles droits.

Si l'angle trièdre n'était pas moindre que quatre angles solides droits, ou si ses angles plans n'étaient pas tous moindres que deux angles droits, le théorème aurait également lieu, comme on pourrait facilement vérifier en partageant, dans chaque cas particulier, un tel angle en d'autres de l'espèce que nous venons de considérer.

Corollaire I. Un angle trièdre quelconque est >= < un autre angle trièdre quelconque, suivant que la somme de ses angles d'inclinaison est respectivement >= < la somme des angles d'inclinaison de celui-ci.

Corollaire II. Un angle trièdre quelconque étant >= < un autre angle trièdre quelconque, la somme des angles d'inclinaison du premier sera respectivement >= < la somme des angles d'inclinaison du second.

Proposition VII.

Un angle solide quelconque est égal à un angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'excès de la somme des angles d'inclinaison de l'angle solide sur le produit de deux angles droits par le nombre des faces du même angle moins deux.

Soit par ex. ABCDEF (fig. 4) un angle solide quelconque à cinq faces. Cet angle est évidemment composé des trois angles trièdres ABCD, ABDE et ABEF, dont les angles d'inclinaison constituent ensemble ceux de l'angle ABCDEF. Or chacun des angles ABCD, ABDE et ABEF est égal à un angle trièdre dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'excès de la somme de ses angles d'inclinaison sur deux angles droits (Prop. VI). Donc l'angle ABCDEF sera égal à la somme de ces trois derniers angles trièdres, laquelle équivaut évidemment à un seul angle trièdre, dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième est la somme de ces excès. Or la somme des excès dont il s'agit n'est que la somme des angles d'inclinaison des trois angles trièdres ABCD, ABDE et ABEF moins deux angles droits

pris autant de fois que le nombre de ces angles trièdres, c'est-àdire celle des cinq angles d'inclinaison de l'angle solide ABCDEF
moins le produit de deux angles droits par le nombre des faces
cet angle, diminué de deux unités. Donc l'angle solide ABCDEF
est égal à un angle trièdre, dont deux angles d'inclinaison sont
droits, et le troisième l'excès de la somme des angles d'inclinaison
de cet angle solide sur le produit de deux angles droits par le
nombre des faces du même angle moins deux. La proposition est
donc prouvée pour le cas actuel; et il est évident que la même
démonstration pourra s'appliquer à un angle solide quelconque.

Corollaire I. Un angle solide quelconque est >= < un autre angle solide quelconque compris entre autant de plans, suivant que la somme de ses angles d'inclinaison est respectivement >= < la somme des angles d'inclinaison de celui-ci.

Corollaire II. Si un angle solide quelconque est >= < un autre angle solide quelconque compris entre antant de plans, la somme des angles d'inclinaison du premier sera respectivement >= < la somme des angles d'inclinaison du second.

Corollaire III. Les angles solides symétriques d'un nombre quelconque de faces sont égaux entre eux.

Proposition VIII.

Les angles trièdres dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième un angle quelconque, sont entre eux comme ces derniers angles.

Soient (fig. 5) ABCE et ACDE deux angles trièdres, dont les angles plans BAE, CAE et DAE sont droits et les angles BAC et CAD des angles quelconques, et qui par conséquent ont chacun deux angles d'inclinaison droits et les troisièmes égaux à BAC et CAD (XI: 4, 18 des Élém. d'Euclide). Les angles trièdres ABCE et ACDE seront entre eux comme les angles BAC et CAD.

Les droites AB, AC et AD étant au même plan (XI: 5 d'Euclide), concevous dans ce plan, d'un côté, autant d'angles BAB, B'AB", B'AB" qu'on voudra, tous égaux à BAC, et, de l'autre, autant d'autres angles DAD', D'AD" qu'on voudra, tous égaux à CAD. Puisque AE est perpendiculaire au plan B'''AD'' (XI: 4 d'Eucl.), il est évident que les angles trièdres ACBE, ABB'E, AB'B"E, AB"B"E seront tous congruents, et de même les angles trièdres ACDE, ADD'E, AD'D'E tous congruents. Donc l'angle solide AB'''CE et l'angle plan B'''AC seront des équimultiples quelconques de l'angle solide ABCE et l'angle plan BAC, et l'angle solide ACD''E et l'angle plan CAD'' des équimultiples quelconques de l'angle solide ACDE et l'angle plan CAD. De plus, il est évident, que, si l'angle trièdre AB'''CE > = < l'angle trièdre ACD''E, l'angle plan B'''AC sera respectivement >= < l'angle plan CAD". Donc (5 Def. Livre V:e d'Euclide):

L'ang. sol. ABCE: L'ang. sol. ACDE=L'ang. pl. BAC: L'ang. pl. CAD.

Proposition IX.

Deux angles solides quelconques sont entre eux comme l'excès de la somme de leurs angles d'inclinaison sur le produit de deux angles droits par le nombre de leurs faces moins deux.

Chacun des deux angles solides étant égal à un angle trièdre, dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième l'excès de la somme de ses angles d'inclinaison sur le produit de deux angles droits par le nombre de ses faces moins deux (Prop. VII), et ces angles trièdres étant entre eux comme leurs troisièmes angles d'inclinaison dernièrement cités, c'est-à-dire comme les excès de la somme des angles d'inclinaison de chaque angle solide sur le produit de deux angles droits par le nombre de ses faces moins deux (Prop. VIII), il est évident que les deux angles solides, quels qu'ils soient, seront entre eux comme ces excès.

Corollaire. L'angle solide d'un dégré étant évidemment égal à un angle trièdre, dont deux angles d'inclinaison sont droits et le troisième d'un dégré, l'angle solide d'un dégré sera à un angle solide quelconque comme l'angle plan d'un dégré à l'excès de la somme des angles d'inclinaison de l'angle solide sur le produit de deux angles droits par le nombre des faces du même angle moins deux.

Scholie. Le corollaire précédent fournit un moyen très-simple pour déterminer la grandeur d'un angle solide quelconque donné. Il n'y aura pour cela qu'à chercher la somme de ses angles d'in-

clinaison exprimés en dégrés plans et en retrancher le produit de 180° par le nombre de ses faces moins deux; le reste indiquera le nombre de dégrés de l'angle solide. L'angle solide d'un dégré étant l'unité la plus commode pour la mesure des angles solides, il est convenable de s'en former une idée claire et précise. On y parvient facilement en cherchant le côté d'un triangle sphérique dont chaque angle est égal à 60½°. Ce côté étant 11° 28′ 26″,8, l'angle trièdre dont chaque angle plan a cette grandeur (et qui est lui-même moindre que quatre angles solides droits) sera d'un dégré. Une construction très-approchée de l'angle 11° 28′ 26″,8 peut se faire au moyen de celle d'un triangle plan isoscèle dont la base est la cinquième partie du côté. L'angle de ce triangle compris entre ses côtés égaux est 11° 28′ 42″,0, et ne diffère par conséquent du précédent que de 15″,2, différence insensible dans une construction pratique.

Proposition X.

Deux angles solides quelconques, qui ont leurs sommets au centre d'une même sphère, sont entre eux comme les portions de la surface de cette sphère contenues entre les faces des deux angles.

Les polygones sphériques compris entre les faces des deux angles solides sont entre eux comme les sommes des angles intérieurs des plans de leurs côtés moins les produits de deux angles droits par le nombre de leurs côtés moins deux (Élém. de Géom. par Legendre, 12:e Édit., Paris 1823, Liv. VII, Prop. 24 *). Or les angles solides correspondants sont dans le même rapport (Prop. IX). Donc les angles solides sont entre eux comme les polygones sphériques y correspondants (V: 11 des Élém. d'Euclide).

^{*)} Cette proposition, ainsi que celles sur les triangles sphériques sur lesquelles elle s'appuie, sont rigoureusement prouvées dans l'ouvrage cité, bien qu'on pût souhaîter que la forme des raisonnements et l'énoncé des propositions fussent un peu plus géométriques.

QUELQUES REMARQUES

SUR

LA TANTALITE EN FINLANDE,

ET RECHERCHES SUR SA CRISTALLISATION,

PAR

N. NORDENSKIÖLD.

(Lu à la Société, le 25 Avril 1839.)

0000

La pierre assez rare, où l'on a découvert le Tantale au commencement de ce siècle, et qui a été nommée Tantalite, a été trouvée chez nous ces dernières années, outre à Skogsböhle, paroisse de Kimito, à six endroits différents, que je nommerai en quelques mots, selon le temps où les découvertes en question out été faites:

À Katiala, paroisse de Kuortane, dans une gangue d'albitegranite, on a trouvé la Tantalite, quoique très-rarement, avec le mica de lithion, la tourmaline noire et l'éméraude non colorée.

À Kiwiwuorenwehmais, au voisinage de Torro, paroisse de Tammela, il y a une gangue de granite ordinaire en grain très-gros, où se trouvent des éméraudes vertes en assez grande quantité. On a trouvé la Tantalite en prismes très-petits, placés en dedans ou en dehors des cristaux des éméraudes.

Il y a aux environs de Härkäsaari, également près du village de Torro, une gangue d'albite-granite, où l'on a trouvé de grands cristaux de Tantalite avec le quartz rose, et un minéral qui a recu le nom de Gigantolith. C'est là qu'ont été trouvés des cristaux très-prononcés, qui ont servi à déterminer la forme de cristallisation, que je détaillerai dans cet exposé.

À Kavitaskallio, dans un rocher très-aplati, dans le grand marais de Torro, on a encore découvert un grand cristal de tantalite, placé à ce qu'il paraît dans un granite très-riche de feld-spath. Jusqu'ici on n'y a pourtant entrepris aucune exploitation, en conséquence de quoi le genre de la roche n'a pu être déterminé avec certitude.

À Björkskär, île non loin d'Ekenäs, appartenant à la paroisse de Pojo, se trouve une gangue d'albite-granite, qui contient aussi des cristaux de Tantalite plus ou moins prononcés; ils ont en tout une grande ressemblance avec ceux de Hārkāsaari.

La carrière à quartz, Kaidasuo, près du village de Penickoja, paroisse de Somero, est enfoncée dans une gangue d'albite-granite, qui contient beaucoup de tourmalines et d'éméraudes, auxquelles sont attachés de petits cristaux de Tantalite.

Une singularité remarquable en fait de géologie c'est, que dans sept endroits différents où l'on a découvert jusqu'ici la tautalite chez nous, elle se trouve toujours, à l'exception d'un seul endroit, dans des gangues d'albite-granite, et est accompagnée ordinairement d'éméraudes, deux minéraux qui du reste ont si peu d'analogie. — De même à Skogsböhle, la carrière de tantalite la plus ancienne et la plus fréquemment exploitée en Finlande, l'éméraude a été trouvée, il y a quelques années, par Mr. v. Wærth. En Suede, en Allemagne et dans l'Amérique du Nord, la tantalite ainsi que l'éméraude se sont trouvées réunies à l'albite-granite. La Tantalite dont je me propose principalement de donner la description dans la suite de cet exposé, ressemble parfaitement, quant à l'extérieur, à la Tantalite de Kimito; ce n'est qu'au chalumeau qu'on peut les distinguer, en ce que la première ne laisse aucune ou presque point de trace d'étain. Dans une analyse que j'en ai faite en 1832, je l'ai trouvée contenir:

Oxide	tantalique.				•				83,44
Oxide	ferreux								13,75
Oxide	manganeux			٠		۰			1,12
Oxide	d'étain	٠	٠	•		tra	ac	е	
Perte								•	1,69
							•	1	100,00.

La formule en est (Fe, Mn) Fa; d'où l'on voit qu'elle ne diffère que par une plus grande quantité de fer et l'absence de l'étain, de la tantalite de Kimito.

La dureté en est la même que celle de la tantalite de Kimito, ou à peu près égale à celle du feldspath.

Pesanteur spécifique = 7,264.

La forme cristalline appartient au système prismatique de Mohs; les cristaux ont une tendance particulière à former des cristaux doubles, dont la forme est souvent tellement compliquée, que le développement en a été souvent fort difficile. Quoique les faces en soient généralement unies, sans réfléchir les objets, elles sont souvent criblées de petits trous, et ont l'air d'être corrodées. Si je n'avais pas réussi à trouver un petit cristal qui, quoique simple, eût des faces tellement resplendissantes, qu'on pouvait les mesurer par un goniomêtre à réflexion, une détermination exacte des dimensions de la forme primitive n'aurait guère été possible.

Fig. 1 (Tab. VI) représente ce cristal, avec la forme primitive désignée par des lignes ponctuées, tel qu'il serait, si toutes les autres faces en avaient disparu. Les lettres qui se trouvent à cette figure se réfèrent uniquement à la forme primitive. En admettant AA comme axe principal, que l'on désigne ordinairement par a, BB devient le grand axe diagonal = b, et CC le petit axe diagonal = c; donc les angles qui déterminent la forme, ou l'angle entre les faces ABC et ABC = x, entre les faces ACB et ACB = y et entre CAB et CAB = z, d'après les dénominations généralement adoptées. Pouvant mesurer par réflexion aussi bien l'angle y que x, et l'angle supplémentaire à z, je suis parvenu à déter-

miner ces angles par plusieurs séries d'expériences, tant au jour, qu'à la lueur d'une lampe de Locatelli, placée à une grande distance du cristal, et je me suis particulièrement servi d'un goniomètre à réflexion nouvellement arrivé de Berlin, qui indique immédiatement chaque demi-minute, étant muni d'un excellent mécanisme pour fixer le cristal et en rectifier la position. A chaque fois que le cristal a été attaché à l'instrument et la position ajustée le plus exactement possible, j'ai pris le medium de dix à vingt mesures différentes, et chacun de ces termes moyens compose les nombres des séries suivantes:

$y = 112^{\circ} \ 37,6$	$x = 126^{\circ} 3,0$	$z_i = 88^\circ 9'_{,2}$
28,2	5,3	18,9
27,8	3,5	18,6
29,5	1,7	13,0
3 5,3	0,8	17,0
30,2	125° 56,4	$z_1 = 88^{\circ} 15_{1}^{\prime} 3$
31,6	$x = 126^{\circ} 1.8.$	$d^{\circ}ou z = 91^{\circ} 44',7.$
$y = 112^{\circ} 31'_{,5}$.		

Si, d'après la méthode des moindres carrés, on calcule l'erreur probable de chaque série, on trouve que:

$$y = 112^{\circ} 31', 5 \pm 0', 94; x = 126^{\circ} 1', 8 \pm 0', 84; z = 91^{\circ} 44'7 \mp 1', 25.$$

Selon la relation qui existe entre ces angles:

$$\cos x + \cos y + \cos z = -1.$$

Si on additionne les valeurs des Cos ci-dessus, la somme se trouve plus petite qu'elle ne devrait être. Si l'on rapporte tonte l'erreur à l'angle z, cet augle se serait trouvé trop grand de 6,5 minutes. Cette erreur ne disparait pas, quand même on prend négativement toutes les erreurs probables trouvées selon la méthode des moindres carrés, ce qui indique par conséquent une erreur constante appartenant à tous les trois angles. Il est facile de voir qu'il en doit être ainsi, lorsqu'on considère, que si le cristal n'est pas attaché à l'instrument de manière que la ligne de jonction entre les deux surfaces soit parallèle à l'axe du goniomètre, il en résulte un angle toujours plus grand qu'il ne doit être effectivement. Comme cependant dans ce cas, on ne peut supposer la mesure d'un angle plus juste que celle de l'autre, j'ai procédé de la manière suivante; par les expériences j'ai trouvé:

$$x = 126^{\circ} 1',8$$
 $\frac{1}{2}x = 63^{\circ} 0',9$
 $y = 112^{\circ} 31',5$ d'où $\frac{1}{2}y = 56^{\circ} 15',75$
 $z = 91^{\circ} 44',7$ $\frac{1}{2}z = 45^{\circ} 52',35$

mais le rapport entre les axes et les angles en question est:

$$a:b:: \cos \frac{1}{2}x: \cos \frac{1}{2}z:: 1:1,53443$$
 $a:c:: \cos \frac{1}{2}y: \cos \frac{1}{2}z:: 1:1,25364$
 $doù a:b:c:: 1:1,53443: 1,25364.$

Si l'on admet la justesse de ces rapports entre les axes, et que l'on en cherche les angles, en supposant que l'erreur provient d'une déviation dans le développement du cristal, on obtient les valeurs les plus probables pour x, y et z selon les formules ordinaires:

$$\cos x = \frac{a^2c^2 - a^2b^2 - b^2c^2}{a^2c^2 + a^2b^2 + b^2c^2}$$

$$\cos y = \frac{a^2b^2 - a^2c^2 - b^2c^2}{a^2b^2 + a^2c^2 + b^2c^2}$$

$$\cos z = \frac{b^2c^2 - a^2b^2 - a^2c^2}{b^2c^2 + a^2b^2 + a^2c^2}$$

Ces formules développées au moyen des valeurs dejà indiquées pour a, b et c donnent:

$$x = 126^{\circ} \quad 0' \quad 15''$$

$$y = 112^{\circ} \quad 29' \quad 32''$$

$$z = 91^{\circ} \quad 41' \quad 47''$$
Pexpérience a donné:
$$x = 126^{\circ} \quad 1' \quad 48'', \quad \triangle = 1' \quad 33''$$

$$y = 112^{\circ} \quad 31' \quad 30'', \quad \triangle = 1' \quad 58''$$

$$z = 91^{\circ} \quad 44' \quad 42'', \quad \triangle = 2' \quad 55''$$
total des différences = 6' \, 26''.

Il s'en suit, que dans la valeur obtenue par les expériences pour z, se trouve la plus grande erreur, provenant vraisemblablement de la difficulté de fixer exactement le cristal pour mesurer cet angle.

La fig. 2 représente un cristal avec toutes les faces que j'ai observées dans la Tantalite, et la fig. 3 le même cristal vu d'en haut, pour mieux représenter le parallelisme des faces.

Les faces P appartiennent à la forme primitive désignée selon la méthode de Weiss = (a:b:c).

Sans calcul et par suite du parellelisme on trouve:

 $m = (a:b:\infty c)$

 $s = (\infty a : \infty b : c)$

 $t = (\infty a: b:\infty c).$

Les autres surfaces sont déterminées de la manière suivante:

L'inclinaison de la face r vers la face r, prise sur la face t, a été trouvée par réflexion = 122° 57' d'où:

$$r = (\infty a : 4b : 9c),$$

d'où l'angle r aurait dù être = 122° 54'.

D'après une mesure approximative, faite avec le goniomêtre de Haūy, l'inclinaison de la face q vers t est d'environ $150\frac{1}{2}$ degrés; d'où

$$q = (a: \frac{1}{3}b: \infty c)$$

dans cette occasion il y a pourtant une différence de plus de 2 degrés; l'angle aurait dù être = 152° 58.

L'inclinaison des faces n entr'elles s'est trouvée à peu près = 168°, d'où

$$n = (a:6b: \infty c)$$

et l'inclinaison de n à n devrait être = 167° 38'.

Par une mesure aproximative par dessus la face m, l'inclinaison de la face v:v se trouve à peu près = 90° et la face o:v à peu près = 70° , d'où

$$v = (a:b:\frac{2}{3}c)$$

$$o = (a : b : \frac{1}{2}c)$$

et l'inclinaison de v:v devrait être = 91° 59', et l'inclinaison de $o:o=73^{\circ}37'$.

À la fig. 3 se trouve marquée par des lignes ponctuées, une face x, qui n'est pas encore suffisamment déterminée; si toute fois le parallelisme, que j'ai cru reconnaître et qui est indiqué à la fig. 3, est vrai, il faudra le désigner:

$$=(a:\frac{1}{3}b:c).$$

La parfaite identité de la forme cristalline de la Tantalite de Kimito avec celle, dont je viens de faire la description, a déjà été mentionnée. Les prismes des faces r et t se présentent surtout fréquemment. La Tantalite de Pojo a encore la même forme cristalline, puisqu'on y a trouvé un cristal, où les faces r et t sont très bien développées. — Près de Kiwiwuorenwehmais on a trouvé de petits prismes quadrangulaires de Tantalite, avec des faces terminales, appartenant probablement à la pyramide o; cependant ces cristaux ont été de si petites dimensions, qu'on n'a pu les mesurer.

per para antigen de la completa de 20 de servicio de la completa de la 20 de servicio de la completa de la

10

The second second second second

SPECIMINA

MUTATI CURRENTE SÆCULO TEMPORIS,

QUO GLACIES FLUMINUM ANNUÆ DISSOLUTÆ SUNT,

PROPONIT

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Societ. exhib. d. 25 Aprilis 1839.)

Tempus, quo ineunte vere calor in nostris regionibus aquilonaribus serius ocius eo usque crescit, ut glaciei ex rivulis et fluminibus dissolvendæ sufficiat, momentum constituere haud spernendum climatis loci accuratius cognoscendi, satis notum est. Cum autem idem ob varias rationes intra limites parum arctos variabile sit, unde efficitur, ut ad illius valorem medium verisimillimum, in quo acquiescere possimus, inveniendum multis opus sit observationibus, quarum vero non nisi unica quotannis colligi potest, facile perspicitur, multos præterlabi annos, antequam experientiam ita congestam habeamus, ut in computum eandem vocare queamus.

Vulgo utique desperare solet singulus observator se tamdiu posse adnotationes tales continuare, ut se vivente certæ ex hac sua opera deduci possint conclusiones, in qua re sæpissime est quærenda causa, cur adnotationes hæ de tempore dissolutionis glaciei in Ephemeridibus meteorologicis desiderentur. Eam vero rei rationem cognitioni nostræ promovendæ officere clarum est, cum per se intelligatur, talium observationum pleniorem seriem adjumentum fore non spernendum dijudicandi, an longiori annorum decursu mutata sint locorum climata. Si tamen, etiamsi ob rationem allatam raræ sint series memoratarum adnotationum, eædem hic illic reperiantur, avide eas arripiet attentus naturæ scrutator, sperans se utiles ex illis deducere posse conclusiones.

Quatuor nobis propinquiora sunt loca, ubi, quantum quidem illud ad nostram pervenit cognitionem, series adeo extensæ observationum de tempore regelationis aquarum collectæ & continuatæ habentur, ut ad calculum de supposita variatione climatis instituendam aptæ possint æstimari, nempe Petropolis Russiæ, Borgoa & Aboa Finlandiæ, nec non Arosia Sueciæ. Sunt quidem eadem hæc loca adeo a se invicem dissita, ut eorum series separatim computo subjici mercantur, sed simul adeo sibi vicina, circa latitudinem scilicet geographicam fere 60° borealem, ut, quas suppeditat calculus, conclusiones multi sine dubio pretii admittant comparationem.

Seriem temporis, quo flumen Nevæ Petropoli fuit quotannis regelatum, ab anno usque 1719 ad nostram omnino ætatem exten-

Finis, quem nobis hic proposuimus, est ut non tantum medium diem, quo regelatio fluminum quovis loco accidit, determinemus, sed etiam ut mutationem hujus temporis sæcularem, si aliqua adfuit, transactis scilicet centum annis, ex observationibus eruamus. Non igitur sufficere judicamus ut in medio dierum regelationis arithmetico inveniendo subsistamus; supponenda insuper est quædam tempori anteacto directe & simpliciter proportionalis variatio, quæ etiam observationum ope est determinanda. Implicatiorem aliquam temporis rationem supponere necessarium non esse vel inde patet, quod clarum sit variationem quæsitam parvam

satis esse, adeoque illam in serie quadam convergente expressam terminos ostendere altiorum dignitatum evanescentes, sicut etiam rei ratio suadet ad minores partes diei non esse hic attendendum.

Incipiunt adnotationes Petropolitanæ ab anno 1719, & ad annum usque 1836 serie non abrupta extenduntur, quæ quidem ostendunt, exceptis 14 annis, intra mensem Aprilem incidisse reliquorum annorum regelationem. Significante igitur x diem Aprilis, quo anno z æræ nostræ accidit regelatio, m & n numeros ex observationibus determinandos, habebitur x = m + n(z - 1718), in quam æquationem successive substituantur omnes experientia dati valores, quo facto calculo secundum methodum quadratorum minimorum subducto eruuntur valores sequentes verisimillimi

x = 18,24 + 0,0222 (z - 1718),

cujus æquationis usus sequentes præbet comparationes:

Annus	observat. computat.		Differen tia	Differen- Annus		cliserial computat		
1719	30 Apr.	18,2	+11,8	28	7 Apr.	18,5	-11,5	
1720	22	18,3	+ 3,7	29	17	18,5	- 1,5	
21	21	18,3	+ 2,7	1730	23	18,5	+ 4,5	
22	27	18,3	+ 8,7	31	35	18,5	+16,5	
23	2	18,3	-16,3	32	15	18,5	- 3,5	
24	16	18,4	- 2,4	33	25	18,6	+ 6,4	
25	23	18,4	+ 4,6	34	26	18,6	+ 7,4	
26	17	18,4	_ 1,4	35	6	18,6	- 12,6	
27	25	18,4	+ 6,6	36	23	18,6	+ 4,4	

37	22 Apr.	18,7	+ 3,3	64	12 Apr.	19,3	— 7,3
38	22	18,7	+ 3,3	65	9	19,3	-10,3
39	37	18,7	+18,3	66	19	19,3	- 0,3
1740	35	18,7	+16,3	67	12	19,3	- 7,3
41	30	18,7	+11,3	68	26	19,3	+ 6,7
42	37	18,8	+ 18,2	69	17	19,4	- 2,4
43	10	18,8	- 8,8	1770	17	19,4	- 2,4
44	16	18,8	- 2,8	71	30	19,4	+10,6
45	21	18,8	+ 2,2	72	18	19,4	- 1,4
46	25	18,9	+ 6,1	73	16	19,5	_ 3,5
47	36	18,9	+17,1	74	21	19,5	+ 1,5
48	25	18,9	+ 6,1	75	22	19,5	+ 2,5
49	35	18,9	+16,1	76	25	19,5	+ 5,5
1750	5	18,9	-13,9	77	30	19,5	+ 10,5
51	6	19,0	-13,0	78	19	19,6	- 0,6
52	17	19,0	- 2,0	79	11	19,6	- 8,6
53	17	19,0	- 2,0	1780	21	19,6	+ 1,4
54	18	19,0	- 1,0	81	25	19,6	+ 5,4
55	1-1	19,1	- 5,1	82	18	19,7	- 1,7
56	13	19,1	- 6,1	83	25	19,7	+ 5,3
57	8	19,1	-11,1	84	25	19,7	+ 5,3
58	20	19,1	+ 0,9	85	33	19,7	+13,3
59	20	19,1	+ 0,9	86	22	19,7	+ 2,3
1760	32	19,2	+ 12,8	87	24	19,8	+ 4,2
61	15	19,2	- 4,2	88	20	19,8	+ 0,2
62	13	19,2	- 6,2	89	30	19,8	+10,2
63	34	19,2	+ 14,8	1790	32	19,8	+12,2

91	21 Apr.	19,9	+ 1,1	14	18 Apr.	20,4	- 2,4
92	11	19,9	- 8,9	15	24	20,4	+ 3,6
93	20	19,9	+ 0,1	16	23	20,4	+ 2,6
94	11	19,9	- 8,9	17	23	20,4	+ 2,6
9.5	20	19,9	+ 0,1	18	29	20,5	+ 8,5
96	22	20,0	+ 2,0	19	21	20,5	+ 0,5
97	15	20,0	- 5,0	1820	17	20,5	- 3,5
98	19	20,0	- 1,0	21	26	20,5	+ 5,5
99	19	20,0	- 1,0	22	-14	20,5	-34,5
1800	24	20,1	+ 3,9	23	8	20,6	12,6
1	17	20,1	- 3,1	24	15	20,6	- 5,6
2	5	20,1	-15,1	25	18	20,6	- 2,6
3	10	20,1	-10,1	26	4	20,6	-16,6
1 4	26	20,1	+ 5,9	27	13	20,7	- 7,7
5	21	20,2	+ 0,8	28	23	20,7	+ 2,3
6	26	20,2	+ 5,8	29	33	20,7	+12,3
7	40	20,2	+19,8	1830	20	20,7	- 0,7
8	25	20,2	+ 4,8	31	16	20,7	- 4,7
. 9	28	20,3	+ 7,7	32	16	20,8	- 4,8
1810	42	20,3	+21,7	33	25	20,8	+ 4,2
11	24	20,3	+ 3,7	34	12	20,8	- 8,8
12	27	20,3	+ 6,7	35	28	20,8	+ 7,2
13	12	20.3	- 8,3	36	3	20,9	—17 ,9

In hujus generis disquisitionibus, ubi inter limites late extensos oscillare videntur singulæ observationes, determinandum est, si unquam, quanta certitudine inventi sint valores quæsiti. Habemys

jam hic numerum observationum = 118, atque summam quadratorum errorum e serie numerorum, quam supra nomine differentiarum insignivimus, S = 9404.85, quare secundum regulas cognitas erit error in uniuscujusque anni observatione verisimillimus metuendus $E = 0.6745 \sqrt{\frac{s}{116}} = \pm 6.1$ diebus, qui limites constituunt, inter quos vacillare videntur singulorum annorum observationes. Si hos excedi interdum experientia docet, inter anomalias est referenda ejus anni ratio. Deinde cruitur hinc error valoris x verisimillimus $E(x) = \frac{6.1}{\sqrt{118}} = \pm 0.56$, ostendens valorem inventum x ad dimidii dici certitudinem usque hac computatione determinatum haberi; tandemque reperietur coëfficientis n error verisimilis $E(n) = \frac{0.56}{\sqrt{136909}} = \pm 0.0015$, qui ostendit esse valorem numeri, qui variationem determinat sæcularem, = 0,0222 ± 0,0015, adeoque pro centum annis haberi variationem eandem = 2,22 ± 0,15, in qua determinatione error probabiliter metuendus non superat partem 0,15 diei, qui adeo est in disquisitione bujus generis omnino negligendus. Ita igitur post anteactos centum annos mutatum esse clima Petropolitanum hinc cernitur, ut 21 diebus serius, quam ante centum annos observabatur, jam fiat regelatio vernalis aquarum fluminis Nevæ.

Adnotationum de tempore quoque congelationis Nevæ Pc-tropolitanæ occurrit in Annalibus Poggendorffianis (l. c.) longa series, ab anno scilicet 1718 ad 1833 inclusive extensa, quam similiter comparationis instituendæ causa computatione dignam judicavimus. Perhibetur quidem supposito stilo Gregoriano illam va-

lere, attentius vero examen facile inveniet dies secundum Julianum esse adnotatos. Ad Gregorianum illos omnes transtulimus, atque additis duorum novissimorum annorum observationibus, totam seriem computo subjecimus, quo invenimus diem congelationis autumnalis x=26.5-0.021~(z-1717) Novembris, quæ quidem requatio sequentem nobis præbuit comparationem:

Annus	3		Differen-	Annus		x	Differen-
	observat.	computat	tia		observat.	computat	tia
1718	22 Nov.	26,5	- 4,5	36	18 Nov.	26,1	- S,1
19	41	26,4	+14,6	37	20	26,1	- 6,1
1720	18	26,4	- 8,4	38	20	26,1	- 6,1
21	31	26,4	+ 4,6	39	3	26,0	-23,0
22	39	26,4	+ 12,6	1840	25	26,0	- 1,0
23	27	26,4	+ 0,6	41	25	26,0	- 1,0
24	28	26,3	+ 1,7	42	32	26,0	+ 6,0
25	39	26,3	+ 12,7	43	31	26,0	+ 5,0
26	35	26,3	+ 8,7	41	27	25,9	+ 1,1
27	41	26,3	+ 14,7	45	7	25,9	-18,9
28	27	26,3	+ 0,7	46	19	25,9	- 6,9
29	41	26,2	+14,8	47	19	25,9	- 6,9
1730	20	26,2	- 6,2	48	14	25,8	-11,8
31	30	26,2	+ 3,8	49	31	25,8	+ 5,2
32	38	26,2	+11,8	1750	2	25,8	-23,8
33	34	26,2	+ 7,8	51	18	25,8	- 7,8
34	12	26,1	-14,1	52	27	25,8	+ 1,2
35	17	26,1	- 9,1	53	37	25,7	+ 1,3

De mutatione temporis, quo glacies annuæ solvuntur. 137

54	27 Nov.	25,7	+ 1,3	1780	21 Nov.	25,2	- 4,2
55	35	25,7	+ 9,3	81	22	25,1	- 3,1
56	23	25,7	2,7	82	22	25,1	- 3,1
57	31	25,7	+ 5,3	83	17	25,1	- 8,1
58	15	25,6	10,6	84	35	25,1	+ 9,9
59	20	25,6	- 5,6	85	38	25,1	+ 12,9
1760	29	25,6	+ 3,4	86	5	25,0	-20,0
61	26	25,6	+ 0,4	87	25	25,0	0
62	31	25,5	+ 5,5	88	26	25,0	+ 1,0
63	19	25,5	6,5	89	25	25,0	0
64	35	25,5	+ 9,5	1790	25	25,0	0
65	35	25,5	+ 9,5	91	36	24,9	+11,1
66	34	25,5	+ 8,5	92	22	24,9	- 2,9
67	34	25,4	+ 8,6	93	31	24,9	+ 6,1
68	42	25,4	+16,6	94	45	24,9	+ 20,1
69	-1	25,4	-26,4	95	41	24,8	+16,2
1770	22	25,4	_ 3,4	96	25	24,8	+ 0,2
71	23	25,3	- 2,4	97	22	24,8	- 2,8
72	53	25,3	+27,7	98	25	24,8	+ 0,2
73	19	25,3	- 6,3	99	34	24,8	+ 9,2
74	7	25,3	18,3	1800	23	24,7	- 1,7
75	10	25,3	-15,3	1	50	24,7	+25,3
76	12	25,2	-13,2	2	8	24,7	-16,7
77	26	25,2	+ 0,8	3	17	24,7	- 7,7
78	13	25,2	-12,2	4	8	24,7	-16,7
79	32	25,2	+ 6,8	5	-3	24,6	-27,6

1806	10 Nov.	24,6	-14,6	1821	35 Nov.	24,3	+ 10,7
7	36	24,6	+11,4	22	51	24,3	+26,7
8	29	24,6	+ 4,4	23	19	24,3	- 5,3
9	14	24,6	10,6	24	48	24,2	+23,5
1810	15	24,5	- 9,5	25	33	24,2	+ 8.8
11	-1	24,5	-25,5	26	55	24,2	+30,8
12	10	24,5	14,5	27	46	24,2	+21,8
13	4	24,5	+ 16,5	28	18	24,2	- 6,2
14	38	24,5	+13,5	29	16	24,1	- 8,1
15	32	24,4	+ 7,6	1830	31	24,1	+ 6,5
16	20	24,4	- 4,4	31	27	24,1	+ 2,0
17	21	24,4	- 3,4	32	13	24,1	- 11,1
18	27	24,4	+ 2,6	33	32	24,1	+ 7,9
19	8	24,3	— 16,3	34	17	24,0	- 7,0
1820	1-1	24,3	— 10,3	35	12	24.0	- 12.0

Apparet igitur calculo subducto, tempus medium congelationis Nevæ, quæ anno 1718 in diem 26, & anno 1835 in diem 24 Novembris, regulari ordine incidere debuisset, annuas in universum habuisse oscillationes verisimillimas $E=0,6745\sqrt{\frac{16717}{116}}=\pm 8,34$ dierum, & incertitudinem $E(x)=\frac{8,34}{\sqrt{118}}=\pm 0,77$ dierum. Sæcularis autem variatio fuit = $-2,09\pm 0,21$ dierum, quibus ocior facta est congelatio autumnalis nostris temporibus quam fuit ante 100 abhine aunos, unde, si addantur mutationes sæculares, perspicitur æstatem, numeratam a regelatione aquarum vernali ad congelationem autumnalem, post decursum sæculi totius Petropoli decren

visse 41 diebus, quibus crevit hiems. Eandem fere determinationem jam antea quoque ex observationibus summario calculo deduxit Nob. Ehrenheim (Tal om Climaternas rörlighet, Stockh. 1824, p. 87). Operæ certe pretium erit investigare, an mutationem quandam huic conclusioni analogam observationes Petropoli factæ medii caloris tam totius anni quam diversorum anni temporum indicent, quo pateat quid hoc respectu posteris sit vel metuendum vel sperandum.

Tempus annuæ aquarum regelationis, quo in amue urbi Borgoæ adfuso intra annos 70 ultimo elapsos accidit, a fidis observatoribus adnotatum, in Ephemeridibus ejusdem urbis sub die 11 Maji 1839 N:o 37 publice indicatum apparet. Hanc quoque seriem calculo subjecimus, & significante, ut ante, x diem Aprilis quo iucidit, z vero annum, invenimus: x=22,76+0,00281(z-1770), qui valor sequentem suppeditat comparationem:

Anuus		x.	Diff	eren-	Annus	3	r	Differen-
	observat,	computat.	1	ia		observat	computat.	tia
1771	33 Apr.	22,8	+	10,2	1779	4 Apr.	22,8	-18,8
72	22	22,8	-	0,8	1780	32	22,8	+ 9,2
7 3	14	22,8	_	8,8	81	21	22,8	- 1,8
74	21	22,8	_	1,8	82	22	22,8	- 0,8
75	27	22,8	+	4,2	83	20	22,8	- 2,8
76	26	22,8	+	3,2	84	27	22,8	+ 4,2
77	31	22,8	+	8,2	85	34	22,8	+11,2
78	18	22,8	_	4,8	86	23	22,8	+ 0,2

1787	19 Apr.	22,8	- 3,8	1810	[39 Apr.]	22,9	+ 16,1
88	24	22,8	+ 1,2	11	28	22,9	+ 5,1
89	30	22,8	+ 7,2	12	35	22,9	+12,1
				13	17	22,9	- 5,9
1790	27	22,8	+ 4,2	14	18	22,9	- 4,9
91	18	22,8	- 4,8	15	24	22,9	+ 1,1
92	9	22,8	13,2	16	25	22,9	+ 2,1
93	24	22,8	+ 1,2	17	29	22,9	+ 6,1
94	9	22,8	-13,2	18	38	22,9	+ 15,1
95	20	22,8	- 2,8	19	28	22,9	+ 5,1
9,6	27	22,8	+ 4,2				
97	15	22,8	- 7,8	1820	23	22,9	+ 0,1
98	19	22,8	- 3,8	21	25	22,9	+ 2,1
99	25	22,8	+ 2,2	22	12*)	22,9	-34,9
				23	28	22,9	+ 5,1
1800	23	22,8	+ 0,2	24	20	22,9	- 2,9
1	17	22,8	- 5,8	25	26	22,9	+ 3,1
2	5	22,8	-17,8	26	21	22,9	- 1,9
3	10	22,8	-12,8	27	13	22,9	- 9,9
4	28	22,9	+ 5,1	.28	23	22,9	+ 0,1
5	21	22,9	- 1,9	29	34	22,9	+11,1
6	32	22,9	+ 9,1				
7	36	22,9	+ 13,1	1830	25	22,9	+ 2,1
8	34	22,9	+11,1	31	18	22,9	- 4,9
9	32	22,9	+ 9,1	32	10	22,9	-12,9

^{*)} Hunc correctum valorem e schedis originariis observatoris accepimus, loco + 20, quem offerunt Ephemerides citatæ.

1833	25 Apr.	22,9	+	2,1	1837	24 Apr.	22,9	+ 1,1
34	18	22,9	_	4,9	38	25	22,9	+ 2,1
35	27	22,9	+	4,1	39	35	23,0	+12,0
3 6	9	22,9	1	13,9				

Invenitur hine, calculo subducto, S=5325,77; adeoque erunt limites vacillationum annuarum E=0,6745 $\sqrt{\frac{S}{67}}=\pm 6,01$, nec non error verisimilis in valore x, ex omnibus observationibus simul adhibitis eruto, metuendus $E(x)=\frac{6,01}{\sqrt{109}}=\pm 0,72$ diei, atque $E(n)=\frac{0.72}{\sqrt{27370}}=\pm 0,0044$. Cum itaque valor $n=0,0028\pm 0,0044$, considerato illius errore probabili, minor sit quam ut ex hisce observationibus possit certe determinari, evanescens erit habendus; unde sequitur, variationem quoque sæcularem, quam determinat n, adeo esse Borgoæ parvam, ut jure negligatur, atque clima illius loci stationarium respiciatur.

Ex observationibus meteorologicis, quæ Aboæ sunt institutæ, satis quoque longam collegimus seriem adnotationum de tempore regelationis amnis, qui urbem perfluit. Extenditur eadem ab anno 1740 ad præsens usque tempus, adeoque sæculum jam complectitur, ubi quidem observandum est, plurium annorum adnotationes hic illic desiderari, eum tamen defectum non impedire quominus reliquæ, numerum implentes 77, ad calculum adplicari & mereantur & possint. Hic autem calculus ostendit, incidere regelationem aquarum vernalem amnis Aboënsis in diem Aprilis stili Gregoriani x = 20,55 - 0,0334 (z - 1740),

qui valor sequentem sistit comparationem:

		x.	Differen-	1 (χ.	Differen-
Anne	clisemat,	, computat.	tia	Annus	oliseriat.	computat.	tia
1740	35	20,6	+17,4	1765	10	19.7	_ 9,7
41	30	20,5	+ 9,5	65	25	19,7	+ 5,3
42	31	20,5	+10,5	69	15	19,6	- 4,6
43	24	20,4	+ 3,6	1771	32	19.5	+ 12,5
44	13	20,4	- 7,4	72	15	19,5	- 4.5
4.5	22	20,4	+ 1,6	73	12	19,5	- 7,5
46	24	29,3	+ 3,7	74	17	19,4	- 2,4
4.	26	20,3	+ 5,7	75	26	19,4	+ 6,6
	25	20,3	7,7	76	24	19,4	+ 4.6
41	31	20,3	+10,7	77	25	19,3	+ 5,7
1750	- 6	20,2	-26,2	78	20	19.3	+ 0.7
51	+11	20,2	- 9,2	79	5	19,3	-24,3
52	17	20,2	- 3.2	1784	+19	19,1	- 0,1
53	12	20,1	- 8,1	85	25	19,1	+ 5,9
54	17	20,1	- 3.1	1800	21	18,6	+ 2.4
55	1.5	20,1	- 5.1	1	12	. 18,5	- 6,5
5ti	16	20,0	- 4.0	2	5	18,5	13,5
57	11	20,0	- 9,0	3	6	18.4	-12,4
58	22	20,0	+ 2.0	4.	26	18,4	+ 7,6
59	25	19,9	+ 5.1	5	12	18,4	- 6,4
1760	31	19,9	+11,1	6	25	18,3	+ 6,7
61	12	19,9	— 7.9	7	30	18,3	+ 11,7
621	17	19,8	- 2,8	8	25	18,3	+ 6,7
0.3	30	19,8	+10,2	9	27	18,2	+ 8,8
64]	7	19,8	-12,8	1810	28	18,2	+ 9,8

1811	18	18,2	- 0,2	1825	16	17,7	
12	31	18,1	+12,9	26	10	17,7	- 7,7
13	8	18,1	10,1	27	11	17,6	- 6,6
14	14	18,1	- 4,1	28	18	17,6	+ 0,4
15	12	18,1	6,1	29	30	17,6	+ 12,4
16	19	18,0	+ 1,0	1830	21	17,5	+ 3,5
17	22	18,0	+ 4,0	31	16	17,5	- 1,5
18	28	17,9	+10,1	33	18	17,5	+ 0,5
19	1 6	17,9	1,9	34	6	17,4	11,4
1820	16	17,9	1,9	35	11	17,4	- 6,4
21	20	17,8	+ 2,2	36	8	17,4	- 9,4
22	-25	17,8	-42,8	37	18	17,3	+ 0,7
23	+22	17,8	+ 4,2	38	24	17,3	+ 6,7
24	10	17,7	- 7,7	39	32	17,3	+ 14,7

Habentur hinc S = 7409,63; $E = \pm 6,66$; $E(x) = \pm 0,76$; $E(n) = \pm 0,0027$; adeoque annua variatio = — 0,0334 $\pm 0,0027$, & sæcularis variatio = — 3,34 $\pm 0,27$ diebus, quibus ocior evasit Aboæ regelatio nostris temporibus, quam fuit ante centum annos.

Illustrandæ causa relationis illius, quæ mutationem climatis, transacto sæculo, locorum ad partem orientalem maris Baltici sic ostendit, parem aliquam in plaga ejusdem maris occidentali teste experientia observandam afferamus. Occurrit in Actis Academiæ Scientiarum Stockholmiensis annorum 1765 (pag. 116) & 1793 (pag. 323) series observationum de tempore regelationis aquarum, in lacu Mälarensi Arosiæ Sueciæ ab anno 1712 ad annum 1793 inclusive

factarum, completa, quæ quidem, omnibus numeris ad stilum Gregorianum reductis, calculo subjecta ostendit, diem regelationis ibidem fuisse Aprilis

$$x = 16,77 + 0,1376 (z - 1711),$$

unde sequentem deduximus comparationem:

Annus	ar observat. computat.		Differen- tia	Annus	.lamat competat		Differen- tia
1712	28	16.9	+11,1	1730	18	19,4	- 1,4
13	20	17,0	+ 3,0	31	19	19,5	- 0,5
14	23	17,2	+ 5,8	32	24	19.6	+ 4,4
15	9	17,3	- 8,3	33	— 9	19.8	-28,8
16	20	17,5	+ 2,5	34	13	19,9	. — 6,9
17	37	17,6	+19,4	35	7	20,1	-13.1
18	21	17,7	+ 3,3	36	21	20,2	+ 0,5
19	8	17,9	- 9,9	37	25	20,3	+ 4,7
1720	11	18,0	- 7,0	38	8	20,5	-12,5
21	29	18,1	+10,9	39	29	20,6	+ 8,4
22	24	18,3	+ 5,7	1740	40	20,8	+ 19,2
23	_ 3	18,4	-21,4	41	27	20,9	+ 6.1
24	22	18,6	+ 3,4	42	30	21,0	+ 9,0
25	- 2	18,7	-20,7	43	10	21,2	-11.2
26	12	18,8	- 6,8	44	27	21,3	+ 5.7
27	17	19,0	- 2,0	45	38	21,4	+16,6
28	13	19,1	- 6,1	46	40	21,6	+ 18,4
29	21	19,2	1 + 1,8	47	35	21.7	+13.3

De mutatione temporis, quo glacies annuæ solvuntur. 145

1748	36	21,9	+14,1	1771	26	25,0	+ 1,0
49	39	22,0	+17,0	72	23	25,2	- 2,2
1750	18	22,1	-40,1	73	13	25,3	-12,3
51	20	22,3	- 2,3	74	26	25,4	+ 0,6
52	24	22,4	+ 1,6	75	23	25,6	- 2,6
53	17	22,5	- 5,5	76	30	25,7	+ 4,3
54	33	22,7	+10,3	77	27	25,8	+ 1,2
55	19	22,8	- 3,8	78	25	26,0	- 1,0
56	17	23,0	- 6,0	79	15	26,1	-41,1
57	18	23,1	- 5,1	1780	39	26,3	+ 12,7
58	35	23,2	+11,8	81	25	26,4	- 1,4
59	7	23,4	16,4	82	31	26,5	+ 4,5
1760	33	23,5	+ 9,5	83	28	26,7	+ 1,3
61	15	23,6	- 8,6	84	47	26,8	+20,2
62	26	23,8	+ 2,2	85	40	26,9	+13,1
63	37	23,9	+13,1	86	44	27,1	+16,9
64	1-1	24,1	-10,1	87	19	27,2	- 8,2
65	30	24,2	+ 5,8	88	41	27,4	+13,6
66	26	24,3	+ 1,7	89	43	27,5	+15,5
67	37	24,5	+12,5	1790	-12	27,6	-39,6
68	32	24,6	+ 7,4	91	12	27,8	-15,8
69	15	24,7	- 9,7	92	25	27,9	- 2,9
1770	27	24,9	+ 2,1	93	31	28,0	+ 3,0

Hinc vero facile computantur sequentes valores:

$$S = 13436,68$$
; $E = \pm 8,78$; $E(x) = \pm 0,97$; $E(n) = \pm 0,0045$;

atque variatio sæcularis = 13,76 ± 0,45 dierum, quibus in lacu Mā-larensi serius, quam ante centum annos, jam incidit tempus regelationis vernalis. Summario calculo invenit Nob. Ehrenheim (l. c. pag. 86), cui adfuit copia observationum usque ad annum 1821 continuatarum, 15 dierum fuisse hanc sæcularem mutationem.

Quo allatas has diversorum locorum rationes uno adspectu facilius possimus contueri, valores inventos x, a diversis initiis supra computatos, ad communem omnibus epocham, v. c. ad initium currentis jam sæculi, vel etiam ad præseus tempus, reducamus: & sic quidem habebimus diem mensis Aprilis, quo regelantur flumina:

$$x = 20,06 + 0,0222 (z - 1800) - - \text{Petropoli};$$

 $x = 22,84 + 0,0028 (z - 1800) - - \text{Borgo}x;$
 $x = 18,55 - 0,0334 (z - 1800) - - \text{Abo}x;$
 $x = 29,02 + 0,1376 (z - 1800) - - \text{Arosi}x;$
nec non $x = 20,95 + 0,0222 (z - 1840) - - \text{Petropoli};$
 $x = 22,95 + 0,0028 (z - 1840) - - \text{Borgo}x;$
 $x = 17,25 - 0,0334 (z - 1840) - - \text{Abo}x;$
 $x = 34,52 + 0,1376 (z - 1840) - - \text{Arosi}x.$

Diversa illa rei ratio, quæ hujus disquisitionis summa esse videtur, quod scilicet tempus regelationis vernalis fluminum post præterlapsum sæculi spatium Petropoli duobus atque Arosiæ tredecim diebus serius incidat, contra vero Aboæ tres dies regressum sit, non poterit facile adeo plene explicari ut omni satisfiat consi-

derationi. Vulgaris est opinio, culturam locorum ad clima mitigandum conducere, quod quidem eo etiam effectum putares, si veris initium ocius instare observaveris; quare eo respectu contrarii quid in ipsis interioribus Sueciæ, ubi per plura jam sæcula floruit soli cultura, minime exspectares. Neque procrastinationem veris Petropoli, ubi cultura terræ currente sæculo minime fuit neglecta, præsagire potnisses. Animadvertet forte quis, rem ab una tantum parte esse consideratam quando tempus, quo regelantur flumina, uti indicium depravati climatis consideramus, cum nihilo secius calor æstivus fertilitatem terræ omnem promovens auctus observari potuerit. Quomodocunque sit, nullus tamen negabit durius tandem exstitisse clima illius loci, ubi continua progressione per sæcula procrastinata observatur regelatio aquarum vernalis. Forte erit sperandum transituram fore olim eam rei rationem, quamprimum optatum stabilitatis statum fuerimus assecuti.

Tempus regelationis aquarum vernalis medium ab indole utique climatis loci in universum pendet, variationes vero ejus annuæ a majore vel minore quantitate pluviarum & nivium quotannis demissarum pendere videntur. Sub coelo temporis vernalis sereno noctes sunt frigidæ, unde fit, ut nives diurnis horis regelatæ nocturnis denuo congelentur, quod quidem universalem nivium regelationem retardat. Contra vero si tempestas vernalis est pluviosa, frigora quoque ita mitescunt, ut tempore tam nocturno quam diurno nives regelentur, unde aquarum cito auctarum quantitas gla-

ciem fluminum & lacuum tempestive elevat & rumpit, atque cum illa defluit. Novimus vero omnes, tempestatem in regionibus silvestribus pluviosiorem quam in nudis esse, unde intelligitur in eadem ratione, qua per culturam locorum silvæ evanuerunt, regelationem vernalem aquarum differri. Cumque sine prævia quoque & speciali loci cognitioni concludere possimus, silvas in regionibus Milarensibus optime jam cultis paullatim fuisse deletas, quod idem de regionibus circa Petropolin valet; inde quidem phænomenon dilati temporis regelationis horum locorum non inepte explicari putamus. Unde vero contraria regelationis, properatæ scilicet, ratio regionum Aboënsium per plura jam sæcula optime cultarum pendeat, definire non periclitemur, antequam reliquas earum affectiones meteorologicas examinaverimus.

Ex allatis computationibus apparet, tempus regelationis aquarum ad oras Finlandiæ australes a regione occidentali ad orientatalem continuitatis quadam lege mutatum fuisse, ita ut ad mediam fere distantiam, circa Helsingforsiam & Borgoam stationarium, indeque versus occidentem properatum, versus orientem vero dilatum fuerit. Aliam quoque memoratu dignam ostendunt relationem hisce regionibus communem, quæ nempe in annuis variationibus cernitur. Facta scilicet graphica delineatione differentiarum inter determinationes temporis observati & computati, quæ differentiæ annuam a medio valore aberrationem ostendunt, singularis apparet inter Aboum, Borgoam & Petropolin convenientia, quæ universa-

liorem & toti nostræ provinciæ communem innuit variationis annuæ causam. Sumtis ergo pro annis 1800—1830 temporis numeratione in linea abscissarum, variationibus vero quæsitis loco ordinatarum, ea oritur comparatio, quam spectandam sistit Tab. IX his adnexa, ubi pro singulo fere anno & omnibus memoratis locis similes occurrunt partes simul vel ascendentes vel descendentes, quæ indubiam gignit conclusionem, secundum legem communem hæc omnia determinari.

. 1

2 0

NOTE

SUR

LA DÉTERMINATION DU TROISIÈME CÔTÉ D'UN TRIANGLE RECTILIGNE AU MOYEN DES DEUX AUTRES ET L'ANGLE COMPRIS,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 5 Nov. 1838.)

La Trigonométrie rectilique est, comme on sait, sujette à l'imperfection particulière de ne pas offrir une méthode pour la détermination du troisième côté d'un triangle au moyen des deux autres et l'angle compris, qui pour la simplicité et la commodité soit comparable à celles, par lesquelles se déterminent les inconnus dans tous les autres cas. Le procédé prescrit pour le cas dont il s'agit dans tous les traités de Trigonométrie qui me sont connus, consiste ou dans la supputation préliminaire d'un angle inconnu et le calcul consécutif du côté cherché par la proportionnalité des Sinus des angles avec les côtés opposés, ou dans l'emploi de quelques formules particulières pour la déduction directe

de ce côté, dont l'application est aussi laborieuse que la méthode indirecte au moyen des angles, sans avoir l'avantage de celle-ci de fournir en même temps tous les inconnus. Ayant réussi à trouver, il y a quelque temps, une méthode nouvelle pour la détermination dont il s'agit, qui me paraît préférable à celles qu'on a employées jusqu'à présent, j'ai cru de mon devoir de la faire connaître aux géomètres, d'autant plus qu'elle se lie si naturellement à la détermination des angles inconnus, qu'elle l'emporte sur les anciennes soit qu'il s'agisse de calculer tous les inconnus en même temps, soit qu'on ne cherche que le troisième côté seul.

La déduction de la méthode en question est très-simple. Les côtés d'un triangle rectiligne étant désignés par a, b, c et les angles opposés par A, B, C, on aura la formule connuc

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \operatorname{Cos} C},$$

laquelle, au moyen des relations

$$\cos \frac{1}{2}C^{2} + \sin \frac{1}{2}C^{2} = 1,$$

$$\cos \frac{1}{2}C^{2} - \sin \frac{1}{2}C^{2} = \cos C,$$

pourra prendre les formes

$$c = \sqrt{a^{2}(\cos \frac{1}{2}C^{2} + \sin \frac{1}{2}C^{2}) + b^{2}(\cos \frac{1}{2}C^{2} + \sin \frac{1}{2}C^{2}) - 2ab(\cos \frac{1}{2}C^{2} - \sin \frac{1}{2}C^{2})}$$

$$= \sqrt{(a^{2} + b^{2} - 2ab)\cos \frac{1}{2}C^{2} + (a^{2} + b^{2} + 2ab)\sin \frac{1}{2}C^{2}}$$

$$= \sqrt{(a - b)^{2}\cos \frac{1}{2}C^{2} + (a + b)^{2}\sin \frac{1}{2}C^{2}}$$

$$= (a - b)\cos \frac{1}{2}C\sqrt{1 + (\frac{a + b}{a - b})^{2}\cos \frac{1}{2}C^{2}} \text{ (posé } a > b)$$

$$= (a + b)\sin \frac{1}{2}C\sqrt{1 + (\frac{a - b}{a + b})^{2}\cot \frac{1}{2}C^{2}}.$$

Supposant

$$Tg\varphi = \frac{a-b}{a+b}.Cot_{\underline{2}}^{\underline{1}}C...1),$$

on aura

$$\sqrt{1+(\frac{a+b}{a-b})^2}$$
, $Tg_{\frac{1}{2}}C^2 = \sqrt{1+\frac{1}{Tg\varphi^2}} = \frac{1}{Sin\varphi}$,

$$\sqrt{1 + (\frac{a-b}{a+b})^2 \cot^{\frac{1}{2}} C^2} = \sqrt{1 + \text{Tg} \varphi^2} = \frac{1}{\cos \varphi}.$$

Donc

$$c = \frac{(a-b)\operatorname{Cos}\frac{1}{2}C}{\operatorname{Sin}\varphi} = \frac{(a+b)\operatorname{Sin}\frac{1}{2}C}{\operatorname{Cos}\varphi}...2).$$

Les équations 1), 2) fournissent la méthode dont il s'agit. Pour sentir sa préférence sur les anciennes, il faudra observer que

1:0 L'équation 1) est celle, par laquelle se déterminent le plus commodément les angles inconnus A et B, puisque

$$A = 90^{\circ} - \frac{1}{2}C + \varphi \\ B = 90^{\circ} - \frac{1}{2}C - \varphi$$

φ étant pris positif et moindre que 90°.

2:0 La détermination la plus simple du côté c, au moyen des angles inconnus, se fait par conséquent par les formules

$$Tg\varphi = \frac{a-b}{a+b}.Cot_{2}^{1}C$$

$$A = 90^{\circ} - \frac{1}{2}C + \varphi$$

$$c = \frac{a \operatorname{Sin} C}{\operatorname{Sin} A}$$

154

ou

$$T_{S}\varphi = \frac{a-b}{a+b}.Cot_{2}C$$

$$B = 90^{\circ} - \frac{1}{2}C - q$$

$$c = \frac{b \operatorname{Sin} C}{\operatorname{Sin} B}$$

3:0 Les formules ordinaires pour le calcul direct du côté e sont

$$T_{S} \psi = \frac{2\sqrt{ab} \cdot S_{in} \frac{1}{2}C}{a-b}$$

$$c = \frac{a-b}{Cob \psi}$$
..5)

ou

$$\sin \omega = \frac{2\sqrt{ab} \cdot \cos \frac{1}{2}c}{a+b}$$

$$c = (a+b)\cos \omega$$
..6).

La seule inspection des équations 1)..6) suffit pour constater la préférence des formules nouvelles pour la simplicité et la commodité du calcul.

Reste à examiner dans quels cas on doit employer de préférence l'une ou l'autre des formules 2). Mettant les 1), 2) sous les formes

$$\begin{split} L\operatorname{Tg}\varphi &= L(a-b) - L(a+b) + L\operatorname{Cot}_{\frac{1}{2}}C = \alpha \\ Lc &= L(a-b) + L\operatorname{Cos}_{\frac{1}{2}}C - L\operatorname{Sin}\varphi = \beta - L\operatorname{Sin}\varphi \\ Lc &= L(a+b) + L\operatorname{Sin}_{\frac{1}{2}}C - L\operatorname{Cos}\varphi = \gamma - L\operatorname{Cos}\varphi \end{split},$$

où la caractéristique L désigne des logarithmes ordinaires, on aura par la différentiation (le module 0,434.. étant exprimé par m)

$$\frac{m d\varphi}{\sin \varphi \cos \varphi} = d\alpha$$

$$dLc = d\beta - m d\varphi \operatorname{Cos}\varphi = d\beta - d\alpha \operatorname{Cos}\varphi^{2}$$

$$dLc = d\gamma + m d\varphi \operatorname{Tg}\varphi = d\gamma + d\alpha \operatorname{Sin}\varphi^{2}$$

Désignant par $\pm \alpha_1$, $\pm \beta_1$, $\pm \gamma_1$ les limites connucs des petites erreurs possibles dans α , β , γ , et par L_1 , L_2 les limites en dépendantes des erreurs possibles dans la valeur de Lc, d'après que celle-ci est déterminée par la première on la seconde des 2), on aura donc

$$L_1 = \pm (\beta_1 + \alpha_1 \operatorname{Cos} \varphi^2)$$

$$L_2 = \pm (\gamma_1 + \alpha_1 \operatorname{Sin} \varphi^2)$$

Or, il est évident qu'on pourra poser

$$\beta_1 = \gamma_1$$

Donc

$$L_i > = < L_i$$

suivant que

$$Sin\varphi^2 > = < Cos\varphi^2$$

c'est-à-dire

$$g > = < 45^{\circ}$$
.

Il en résulte que, pour faire le calcul de c le plus exactement possible, on devra employer la première des 2) si $\varphi > 45^{\circ}$, et la seconde si $\varphi < 45^{\circ}$. Si $\varphi = 45^{\circ}$, on pourra se servir indifféremment de l'une ou de l'autre de ces formules *).

^{*)} Pour obtenir les vraies limites des erreurs possibles dans Lc, exprimées dans l'unité du dernier chiffre décimal de ce logarithme, il faudra obser-

En vertu de ce qui précède les formules les plus convenables pour la détermination des A, B, c, soit qu'il s'agisse de les calculer tous trois, soit qu'on n'en cherche qu'un ou deux, seront

$$Tg\varphi = \frac{a-b}{a+b} \cdot \cot \frac{1}{2}C$$

$$A = 90^{\circ} - \frac{1}{2}C + \varphi$$

$$B = 90^{\circ} - \frac{1}{2}C - \varphi$$

$$c = \frac{(a-b)\cos \frac{1}{2}C}{\sin \varphi} = \frac{(a+b)\sin \frac{1}{2}C}{\cos \varphi}$$

$$(.7),$$

où l'angle φ doit être employé positif et moindre que 90°, et l'on doit se servir de la première ou seconde des valeurs de c, suivant que la caractéristique du logarithme de Tg φ est composée de deux chiffres ou d'un seul.

J'ajouterai, à l'usage des commençants, la déduction suivante très-élémentaire des équations 7) *).

Soit ABC (Tab. VII) un triangle, dont le côté BC > AC. Avant prolongé BC vers D, posons CD = CE = CA, joignons

ver que, celle-ci étant adoptée pour unité, chaque logarithme contenu dans α , β , γ amenera la possibilité d'une erreur égale à $\frac{1}{2}$, et que, de plus, le passage, au moyen des tables trigonométriques, de LTg φ à LSin φ ou LCos φ , amenera la possibilité d'une erreur dans ces derniers logarithmes égale à $\frac{1}{2}$ + la variation des mêmes logarithmes correspondante à celle de $\frac{1}{2}$ dans LTg φ . Les limites dont il s'agit seront donc $1+\frac{3}{2}$ Cos φ ² + $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ Cos φ ² et $1+\frac{1}{2}$ Sin φ ², c'est-à-dire $\frac{3}{2}+2$ Cos φ ² et $\frac{3}{2}+2$ Sin φ ³.

^{*)} La première moîtié de cette déduction est connne depuis long-temps, mais il a fallu la répéter îci, puisque la détermination de c est étroîtement liée à celle de Ψ.

AD, AE et menous EF parallèle à AD. L'angle CAD étant égal à CDA, et CAE à CEA, l'angle DAE sera la moitié de la somme des angles du triangle ADE, et par conséquent droit. Donc l'angle AEF sera aussi droit, et par suite

$$DA: EF = \operatorname{Tg} AED: \operatorname{Tg} EAF.$$

Or, EF étant parallèle à DA, on a

$$DA: EF = BD: BE.$$

Donc

$$BD: BE = \operatorname{Tg} AED: \operatorname{Tg} EAF.$$

Désignant les côtés du triangle $\mathcal{A}BC$ respectivement opposés aux angles \mathcal{A} , \mathcal{B} , \mathcal{C} par a, b, c, et l'angle $\mathcal{E}\mathcal{A}F$ par φ , on aura

$$BD = a + b$$
, $BE = a - b$,

$$\triangle AED = \frac{1}{2}ACD = \frac{1}{2}(180^{\circ} - C) = 90^{\circ} - \frac{1}{2}C$$
, $T_gAED = Cot_{\frac{1}{2}}C$.

Donc

$$a+b: a-b = \operatorname{Cot}_{2}^{1}C: \operatorname{Tg} \varphi = \frac{a-b}{a+b}.\operatorname{Cot}_{2}^{1}C.$$

De plus

$$A = BAC = EAC + EAF = AED + EAF = 90^{\circ} - \frac{1}{2}C + \varphi$$
,
 $B = AED - EAF = 90^{\circ} - \frac{1}{2}C - \varphi$.

Enfin, les triangles BAE et BAD donnent

Sin BAE: Sin BEA = BE: BA

Sin BAD: Sin BDA = BD: BA,

et l'on a évidenment,

$$\begin{aligned} & \sin BEA - \sin AED = \sin (90^{\circ} - \frac{1}{2}C) = \cos \frac{1}{2}C, \\ & \sin B_{-}ID = \sin (90^{\circ} + \varphi_{j} = \sin [180^{\circ} - (90^{\circ} - \varphi_{j})] = \sin (90^{\circ} - \varphi_{j}) = \cos \varphi, \\ & \sin BDA = \sin \frac{1}{2}C. \end{aligned}$$

Done

$$\operatorname{Sin} \varphi : \operatorname{Cos}_{\frac{1}{2}}^{1} C = a - b : c = \frac{(a - b) \operatorname{Cos}_{\frac{1}{2}}^{1} C}{\operatorname{Sin} \varphi}$$

$$\operatorname{Cos} \varphi : \operatorname{Sin}_{\frac{1}{2}} C = a + b : c = \frac{(a+b)\operatorname{Sin}_{\frac{1}{4}}^{1} C}{\operatorname{Cos} \mathcal{P}}.$$

DEDUCTIO

ASSESSMENT MINISTER PROPERTY OF THE PROPERTY O

TIRONUM USUI ACCOMMODATA FORMULARUM COM-MODISSIMARUM AD COMPUTANDOS ANGULOS TRI-ANGULI RECTILINEI EX DATIS EJUS LATERIBUS,

AUCTORE

HENR. GUST. BORENIO.

(Societ. exhib. d. 4 Febr. 1839).

-000-

Notum est in tradendis trigonometriæ' elementis demonstrationes geometricas plerumque tironibus multo magis arridere, atque clarius ab iis perspici et intelligi, quam demonstrationes analyticas, quamvis his eandem ac illis tribuendam esse fidem nemo certe negaverit. Quam etiam ob causam elementa hujus disciplinæ a multis auctoribus ita proposita invenimus, ut vel demonstrationibus analyticis haud supervacaneum duxerint addere geometricas, vel deductionem formularum maxime necessariarum geometricæ præcipue demonstrandi methodo superstruxerint. Cum vero auctores hunc in modum omnes ceteros trigonometriæ planæ casus geometrice tractasse deprehenderimus, in casu ultimo, in quo datis trianguli rectilinei lateribus determinandi sunt anguli, ejusmodi tra-

ctandi ratio geometrica eo magis desiderari nobis visa est, quod formularum deductio methodo analytica ad hunc casum valde complicata, atque conceptui tironum minime accommodata evaderet. Quam ob rem me haud prorsus inutilem suscepturum esse laborem judicavi, si desideratam illam hucusque methodum, qua, in casu de quo agitur, geometrico præcipue modo deducendæ sunt formulæ calculis practicis accommodatissimæ, investigandam mihi sumerem; cujus rei nunc tentamen a me factum Societatis scientiarum Fennicæ indulgenti subjicere mihi liceat censuræ.

Sit G (Tab. VIII) centrum circuli in triangulo ABC inscripti, radius vero hujus circuli DG = EG = FG = r; eruntque anguli A, B et C per lineas AG, BG et CG in partes æquales divisi. Producta linea AC eousque ut sit AH = AB, punctisque B et H per lineam BH conjunctis, habebimus, significantibus a, b, c lateribus oppositis angulis A, B, C,

$$a = BE + EC = BE + FC,$$

$$b = AF + FC = AD + FC,$$

$$c = AD + DB = AD + BE;$$
unde, posito $\frac{a+b+c}{2} = s$, erit
$$s = AD + BE + FC,$$

$$s - a = AD,$$

$$s - b = BE,$$

s-c=FC;

Deductio formularum quarumdam trigonometricarum.

TOT

adeoque

$$Tg \frac{1}{2}A = \frac{r}{s-a},$$

$$Tg \frac{1}{2}B = \frac{r}{s-b},$$

$$Tg \frac{1}{2}C = \frac{r}{s-b}.$$

Cum vero in quovis triangulo summa duorum laterum sit ad eorundem laterum differentiam in ratione tangentium dimidiæ summæ atque dimidiæ differentiæ angulorum oppositorum, habebimus in triangulo HBC

$$HC+BC:HC-BC=\operatorname{Tg}\frac{1}{2}(HBC+BHC):\operatorname{Tg}\frac{1}{2}(HBC-BHC),$$
 id est

$$HC+BC:HC-BC=T_{g_{\frac{1}{2}}}(180^{\circ}-C):T_{g_{\frac{1}{2}}}(HBC-HBA),$$

vel

$$b + c + a : b + c - a = \text{Cot } \frac{1}{2}C : \text{Tg } \frac{1}{2}B,$$

unde

$$\frac{b+c+a}{2}: \frac{b+c-a}{2} = \frac{1}{T_{S^{\frac{1}{2}}C}}: T_{S^{\frac{1}{2}}B},$$

id est

$$s: s - a = \frac{s - c}{r}: \frac{r}{s - b}.$$

adeoque

$$\frac{sr}{s-b} = \frac{(s-a)(s-c)}{r};$$

quæ æquatio dabit

$$sr^2 = (s-a)(s-b)(s-c),$$

critque igitur

$$r = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}.$$

Habebinusque igitur ad hunc casum fornulas

$$r = \sqrt{\frac{r - c - r - c}{a}}$$

$$Tg \frac{1}{2}A = \frac{r}{a - b}$$

$$Tg \frac{1}{2}C = \frac{r}{a - c}$$

vel, substituto valore quantitatis r,

$$T_{g} \frac{1}{2}A = \sqrt{\frac{a-b^{2}(a-c)}{a(a-a)}}$$

$$T_{g} \frac{1}{2}B = \sqrt{\frac{a-a(a-c)}{a(a-b)}}$$

$$T_{g} \frac{1}{2}C = \sqrt{\frac{(a-a)(a-b)}{a(a-c)}}$$

Adhibendæ vero sunt ex his formulæ 2) vel 1), prout vel nnus quilibet, vel omnes determinandi sunt anguli.

Si quæratur area trianguli, observandum est triangulorum BGC, AGC et AGB areas haberi $\frac{\sigma r}{2}$, $\frac{\delta r}{2}$ et $\frac{\sigma r}{2}$, unde in triangulo ABC erit

Area =
$$\frac{cr}{2} + \frac{i\sigma}{2} + \frac{cr}{2}$$
,
= sr ,
= $\sqrt{s - a_i (s - b) (s - c)}$.

NÅGRA ANMÄRKNINGAR

OM

XYLOPHAGUS MACULATUS,

AF

CARL REINH. SAHLBERG.

(Föredrague för Vet. Soc. d. 25 April 1839.)

Då denna Fluga första gången blef beskrefven och benämnd af den berömde Dipterologen Joh. Wilh. Meigen i dennes äldre arbete: Klassificazion und Beschreibung der Europäischen Zwey-flügligen Insekten, tryckt i Braunschweig 1804, hade han deraf sett endast ett han-exemplar, som en Herr Baumhauer funnit på uppradad ved i skogen vid S:t Germain nära intill Paris. Sexton år derefter utkom andra delen af samme Författares nyare verk: Systematische Beschreibung der bekannten Europäischen Zweyflügeligen Insekten, hvaruti Xylophagus maculatus åter är upptagen. Oaktadt denna långa mellantid, hvilken Meigen med outtröttelig flit använde att insamla Insekter af Dipter-ordningen, och oaktadt de vidsträckta förbindelser han förskaffat sig med Eu-

ropas öfriga Dipterologer, hade det dock ännn icke lyckats honom att få undersöka flere individuer af denna flugart, än den förutnämude af Baumhauer sunne Hanen och dertill ännu blott en Hona, hvilken blifvit honom tillskickad af Herr Megerle von Mühlefeld ifrån Wien. Emellertid hade väl också framledne Professoren Fallén, uti sina i Lund utgisna Disputationer om Sveriges Tvåvingade Flugor, uppgifvit Xylophagus maculatus, såsom Svensk; men äfven han anmärker, att deraf blott ett exemplar blifvit fångadt i en trädgård i S:t Olofs Socken i Skåne. Den obestämda uppgift, som förekommer i Fabricii Systema Antliatorum, att nemligen denna flugas hemvist vore Tyskland, synes så mycket mera vara opålitlig och på höft tagen, som anledning är att förmoda, att den saknades i Fabricii Samling, och att han endast på Meigens auctoritet införde den i sitt verk. Emedan nu ända till år 1826, då Fallén utgaf Supplementerna till sitt i Disputationer fulländade arbete öfver Svenska Dipterer, vetterligen endast 3:ne individuer af Xylophagus maculatus voro kända, så borde denna Fluga anses för en af Europas mest sällsynta Insekter. Då dessutom Meigen i sitt nyare verk anmärker, att larfven äfvensom puppan till Xylophagus maculatus är alldeles okänd, så torde följande upplysningar för Entomologer icke sakna allt värde.

För hvar och en, som älskar att känna Finlands Naturalster, är den upptäckt, att äfven vår Fauna hvser denna sällsynta

Flugart, må hända icke utan intresse; och den som sysselsätter sig med undersökningar om Insekters Geographiska utbredning, upplyses derigenom, att Xylophagus maculatus har sitt hemvist betydligen högre opp i Norden, än man härtills haft sig bekant.

Om våren år 1828 var jag i tillfälle att tidigare och oftare an både förut och sedermera besöka en skogstrakt, som för de många utmärkt sällsynta Insekter, hvilka der blifvit fångade, tillvunnit sig icke blott min utan äfven andra Finska Insektsamlares uppmärksamhet, och som i omliggande Socknar allmänt kallas Kolwa, eller Kolwa skogen, samt ligger på sydvestra sidan om Säkylä eller Pyhäjärvi Träsk, vid pass 5 mil norr om Åbo. En fareld hade för 3 eller 4 år förut till den grad förstört en icke obetydlig flacka af den del af denna skog som tillhör Yläne Kapell, att blott här och hvar något enda förtorkadt träd ännu stod qvar, men de öfriga lågo nedblåsta, mer och mindre torra eller öfvergångna till förruttnelse. Då jag en dag, i slutet af Maji månad, jemte några andra sökte Skalbaggar på denna förbrända skogsmark, fann en af mina biträdare under barken på en nedfallen förtorkad Asp', som låg på en Berghäll, ett så betydligt antal Puppor, att han tillkallade mig att se på dem. Som dessa för mig voro okanda, så plockades af dem omkring 50 stycken i en liten flaska, hvilken jag efter min hemkomst ställde på ett fönster, mera af nyfikenhet att få erfara hvilken Insekt dessa puppor skulle tillhöra, än under hopp att af dem erhålla några rariteter. Efter

fa dagar hade redan nagra flugor blifvit utkläckta, hvilka vid austalld undersöhning besinnus vara den af Meigen beskresne Xylophigus maculatus. De återstående Pupporna blefvo mi med all möjlig omsorg vårdade; och inom en vecka hade jag den glasjen att canalla omkring 30 fullbildade exemplar af denna likasa vachra som sällsvota Flugart. Så snart denna skörd var gjord, reste jag genast åter till Kolwa, för att uppsöka den väl bekanta torra Aspen, och att antingen annu under dess bark inberga flera Poppor, eller i trakten deromkring uppfänga några af de ifrån dessa möjligen redan utkrupna Flugorna. Men min resa misslyckades helt och hållet. Af minst 200 Puppor, som ännu funnos quar i samma Asp, hvarifran jag formt tagit omkring 50, återstod icke en enda, som iche var tom; och förgäfves bemödade jag mig Efven att finna någon utvecklad Xylophagus maculatus. I flera dagar skalades barken ifrån alla Aspar som på den vidsträckta förbrauda flacken öfverkommos, och under hela sommaren var min uppmarksamhet i synnerhet fastad på kullfallna Aspar; men icke en puppa stod mera att på förutnämnde skogsflacka finnas. Deremot, da jag om hösten i September månad, uti en invid den fürbrända skogsmarken belägen mürk och djup Granskog, egenteligen sysselsatt att undersoka Syampar, då och då äfven under barken på vindfallen anställde viterligare forskningar, fann jag i den svarta mycket fuktiga inre barken af en stor, gammal, langeseden aedfallen Asp, en hop hvitgraa 5 linier langa latfver, hvilka tycktes vara mogna att öfvergå till puppor, och hvilkas något

platta form gaf mig anleduing att misstänka, att de möjligen kunde tillhöra Xylophagus maculatus. Varsamt inflyttades några af dem åter i en flaska, och insattes vid hemkomsten under barken på ett stycke asp, som sedan förvarades på skuggrikt ställe. Men alla larver voro döda och förtorkade då jag i December eftersåg dem; sannolikt emedan de saknade den temperatur, fuktighet och skugga som de voro ämnade att hafva i en skog, der solen icke kunde åtkomma deras bostad.

Följande året, då jag i den mörka Granskogen åter anträffade förutnämnda hvitgråa larfver, märkte jag de Aspar, uti hvilka dessa funnos, och tillsade en Dräng att tidigt nästinstundande vår under barken uppsöka och insamla sådana puppor, som det prof, jag gaf honom, utvisade. Denna utvåg lyckades utöfver min förhoppning, så att jag vid min ankomst till Yläne midsommarstiden år 1830 fick emottaga nära 80 uppstuckna fullbildade exemplar af ifrågavarande Nylophagus.

Till följe af denna erfarenhet, och hvilken jag äfven sedermera varit i tillfälle att förnya, anser jag det vara fullkomligen upplyst, att denna sällsynta fluga undergår sina Metamorphoser i den svarta, fuktiga, förruttnande inre barken på mycket gamla nerfallna Aspar, uti mörka och djupa skogar, och att den utgår ur sin puppa tidigt om våren. Att de första pupporna funnos på den

förbrända skogsflackan, i en mera torr Asp, var säkert en blott tillfällighet, hvilken möjligen kan förklaras antingen af den mörka obrända skogens nära grannskap, eller ock deraf, att den torra Aspen föregående sommaren, då äggen lades deruti, kunde hafva varit beskuggad af en hop då ännu uppstående träd.

Anmärkningsvärdt är emellertid det, att under 10 års förlopp, och oaktadt jag otaliga gånger besökt den skog, der jag ärligen sett både larfver och puppor af Xylophagus maculatus, likväl icke ett enda exemplar deraf blifvit fångadt eller eus sett i sitt utvecklade tillstånd. Månne denna flugas lifstid är så ephemeriskt kort, att den derföre så ytterst sällan anträffas? talar likväl Professor Fallens uppgift, att den i Skåne, der den säkert tidigare än hos oss utkläckes, fångades ännu i Julii månad. Eller månne den, för att i de mörka skogarne komma närmare ljuset, uppehåller sig högre opp på trädstammarna, eller månne den, lika ömtålig för solljuset, som många andra trädätande Insekter, och som den i sitt larf- och puppe-tillstånd sjelf tyckes vara, endast flyger i mörkret eller skymningen? Eller månne möjligen den har någon fiende, som just vid dess utgång ifrån sin förvandlingsplats genast uppfångar den? Dessa frågor skall väl en framtida erfarenhet närmare besvara. Af den mängd puppor och larfver jag sett, synes det mig sannolikt, att den utbildade flugans sällsynthet icke bör tillskrifvas en alltför sparsam propagation hos densamma.

Sluteligen får jag här, till Insektsamlares upplysning, tillägga en kort beskrifning på puppan till denna fluga. Den är till fårgen ljusbrun eller gråaktigt brun, omkring 5 linier lång, ofvanifrån och neråt något plattad, med åt sidorna utstående dock icke synnerligen skarpa kanter, samt är sammansatt af 12 väl märkbara ringar eller segmenter.



NOTE

SUR

LA THÉORIE ANALYTIQUE DES MAXIMA ET MINIMA,

PAR

N. G. DE SCHULTEN.

(Lu à la Société, le 9 Dec. 1839.)

Tous les auteurs du Calcul Différentiel enseignent que les valeurs de x, qui rendent une fonction quelconque reelle fx un maximum ou minimum, rendent aussi son coefficient différentiel du premier ordre par rapport à cette variable nul ou infini. Je vais faire voir que cette règle, considérée jusqu'ici comme générale, souffre des exceptions.

En effet la fonction

$$1 + 4x^2 + \int_0^\infty dx \sin \frac{1}{x}$$

en offre une, puisqu'elle présente un véritable minimum pour x=0, sans que son coefficient différentiel par rapport à x, qui dans ce cas devient

$$\sin\frac{1}{o}$$
,

soit nul ni infini.

Pour le prouver, j'observe que x étant positif, m un nombre quelconque entier et positif, et $\pi = 3,14159...$, l'expression

$$\int_{\frac{1}{(m+1)^{\frac{1}{x}}}}^{\frac{1}{mx}} dx \sin \frac{1}{x} + \int_{\frac{1}{(m+2)^{\frac{1}{x}}}}^{\frac{1}{(m+1)^{\frac{1}{x}}}} dx \sin \frac{1}{x}$$

a nécessairement pour limites

o et
$$\pm \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{m(m+1)} - \frac{1}{(m+1)(m+2)} \right)$$
,

le signe + ou - ayant lieu suivant que m est pair ou impair *).

Done, pour un nombre quelconque pair n, l'intégrale

$$\int_{\frac{1}{(m+n)\pi}}^{\frac{1}{m\pi}} dx \sin \frac{1}{x}$$

sera comprise entre zero et

$$=\frac{1}{\pi}\left(\frac{1}{m(m+1)} - \frac{1}{(m+1)(m+2)} + \frac{1}{(m+2)(m+3)} - \frac{1}{(m+3)(m+4)} + \dots + \frac{1}{(m+n-2)(m+n-1)} - \frac{1}{(m+n-1)(m+n)}\right),$$

c'est-à-dire entre

$$o \text{ et } \pm \frac{1}{\pi m (m+1)},$$

le double signe étant employé comme auparavant

Ce résultat ayant lieu quelque grand que soit n, sera encore vrai pour $n=\infty$, d'où

^{*)} Ce résultat, qu'il suffit d'indiquer ici, se vérifie aisément par la construction de la ligne dont l'équation est y = Sin². Il en sera de même des limites de deux autres intégrales, dont nous ferons mention dans ce qui suit.

$$\int_{0}^{\frac{1}{m\pi}} dx \sin \frac{1}{x}$$

aura pour limites

$$o \text{ et } \pm \frac{1}{\pi m (m \pm 1)},$$

le signe supérieur répondant à m pair et le signe inférieur à m impair.

Les intégrales
$$\int_{0}^{\frac{1}{n\omega x}} dx \sin \frac{1}{x} et \int_{0}^{\frac{1}{(mx+1)\pi}} dx \sin \frac{1}{x}$$

auront donc des signes contraires, d'où l'on doit conclure qu'il existe une certaine valeur p, intermédiaire entre $\frac{1}{m\pi}$ et $\frac{1}{(m+1)\pi}$, pour laquelle

$$\int_0^P dx \sin \frac{1}{z} = o.$$

Désignant par q un nombre quelconque plus grand que p et moindre que $\frac{1}{m\pi}$, et par q un nombre quelconque moindre que p et plus grand que $\frac{1}{(m+1)\pi}$, nous aurons d'abord

$$\int_0^q \mathrm{d}x \operatorname{Sin} \frac{1}{x} = \int_p^q \mathrm{d}x \operatorname{Sin} \frac{1}{x} + \int_0^p \mathrm{d}x \operatorname{Sin} \frac{1}{x} \right),$$

$$\int_0^p \mathrm{d}x \operatorname{Sin} \frac{1}{x} = \int_{q'}^p \mathrm{d}x \operatorname{Sin} \frac{1}{x} + \int_0^{q'} \mathrm{d}x \operatorname{Sin} \frac{1}{x} \right),$$

c'est-à-dire

$$\int_{0}^{q} dx \operatorname{Sin} \frac{1}{x} = \int_{p}^{q} dx \operatorname{Sin} \frac{1}{x}$$

$$\int_{0}^{q'} dx \operatorname{Sio} \frac{1}{x} = -\int_{q'}^{p} dx \operatorname{Sin} \frac{1}{x}$$

Or, tant $\int_{p}^{q} dx \sin \frac{1}{x} que \int_{q'}^{p} dx \sin \frac{1}{x}$ ont évidenment pour limites

o et
$$\pm \frac{1}{\pi m(m+1)}$$
,

le double sigue étant employé comme auparavant. Donc

$$\int_{0}^{q} dx \sin \frac{1}{x}$$

sera comprise entre

o et
$$\pm \frac{1}{\pi m(m+1)}$$
,

ci

$$\int_{0}^{q'} dx \sin \frac{1}{x}$$

entre

$$o \text{ et } \mp \frac{1}{\pi m(m+1)},$$

les signes supérieurs ou inférieurs ayant lieu selon que m est pair ou impair.

De ce qui précède résulte, que l'intégrale

$$\int_{0} dx \sin \frac{1}{x}$$

est contenue entre les limites

$$+\frac{1}{\pi m(m+1)}$$
 et $-\frac{1}{\pi m(m+1)}$,

pour une valeur quelconque de x plus grande que $\frac{1}{(m+1)\pi}$ et ne surpassant pas $\frac{1}{m\pi}$, m désignant un nombre quelconque entier et positif.

Or, l'inégalité
$$x > \frac{1}{(m+1)^2}$$

conduit à

$$m+1>\frac{1}{\pi x}$$
, $m>\frac{1}{\pi x}-1$, $m(m+1)>\frac{1}{\pi x}(\frac{1}{\pi x}-1)$, $\frac{1}{m(m+1)}<\frac{1}{\frac{1}{\pi x}(\frac{1}{\pi x}-1)}$, $\frac{1}{\pi m(m+1)}<\frac{\pi x^2}{1-\pi x}$.

Donc

$$\int_{a} dx \sin \frac{1}{x}$$

sera comprise entre les limites

$$+\frac{\pi x^2}{1-\pi x}$$
 et $-\frac{\pi x^2}{1-\pi x}$,

indépendamment du nombre entier m, c'est-à-dire pour une valeur quelconque de x moindre que $\frac{1}{\pi}$.

Or

$$4x^2 > \frac{\pi x^2}{1-\pi x}$$

si

$$x < \frac{4-\pi}{4\pi}.$$

Donc l'expression

$$4x^2 - \frac{\pi x^2}{1 - \pi x}$$

et à plus forte raison la fonction

$$4x^2 + \int_0^1 dx \sin \frac{1}{x}$$

sera positive pour toute valeur de x positive et moindre que $\frac{4-\pi}{4\pi}$ *),

^{*)} La fonction $4x^2 + \int_0^1 dx \sin \frac{1}{x}$ reste positive pour une valeur quelconque de x (excepté zéro); mais la déduction de cette propriété étant un peu compliquée, je me suis contenté de celle du texte, comme suffisante au but de cette Note.

ce qui, avec la propriété manifeste de cette fonction de ne pas varier par le changement du signe de x, suffit pour établir que la fonction

$$1+4x^2+\int_{0} dx \sin \frac{1}{x}$$

présente un véritable minimum pour x = o.

La remarque actuelle s'étend à des fouctions de plusieurs variables, comme le prouve par ex. l'expression

$$1 + 4(x^2 + y^2) + \int_0^{\sqrt{x^2 + y^2}} dz \sin \frac{1}{z},$$

qui offre un minimum pour x = 0, y = 0, bien que ses coefficients différentiels du premier ordre par rapport à x et à y deviennent alors $\sin \frac{1}{a}$.

Il faut conclure de ce qui précède, que la théorie générale des maxima et minima doit être complétée par la considération d'une troisième condition de la possibilité de maximum ou minimum, à laquelle on n'a pas fait attention jusqu'ici, savoir celle, que les coefficients différentiels du premier ordre de la fonction dont il s'agit se trouvent, pour les valeurs de la variable indépendante relatives au maximum ou minimum, véritablement indéterminés.

CLIMA HELSINGFORSIÆ,

EX OBSERVATIONIBUS UNDECIM ANNORUM ERUTUM,

EXPONIT

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Societ. exhib. d. 6 Aprilis 1840).

Præcipuum momentum, quod præ reliquis multis clima locorum determinat, calorem aëris atmosphærici esse constat, cui igitur cognoscendo multam, pro suo loco quique, naturæ scrutatores non pauci per longam jam annorum seriem impenderunt operam, unde factum crederes, ut sufficientes sine dubio, climatologiæ multarum regionum cognoscendæ inservientes, jam adsint nobis observationum thermometricarum collectiones. Non utique desunt hæ, sed ita mancas esse illas, ut parum plerumque utilitatis in scientifica rei tractatione afferre hucusque valuerint, attentior animadvertet examinator, quod quidem partim difficultati rei, partim quoque normæ, ad quam sunt institutæ, est tribuendum.

Inter plerosque scilicet observatores bis tantummodo quotidie vel ter, tempore nempe matutino & meridiano, vel ctiam matutino, meridiano & vespertino, loci temperiem adnotandi invaluit mos, quo quidem effectum est, ut aliquam de multorum locorum climate jam habeamus notitiam, quæ vero longe abest ut completa censeatur, quia ex hisce duabus vel tribus observationibus non facile poteris de statu intermedio reliquorum temporum concludere. Cum enim variabilis pro diversis tam anni quam diei temporibus sit ubique aëris temperatura, ad hanc determinandam, vel potius ad inveniendam universalem regulam, secundum quam pro quovis tempore determinetur maxime verisimilis ejus valor, paucorum mensium anni, vel horarum diei, non sufficiunt observationes, quas continua atque longa serie multiplicatas requirit rei ratio, Paucissimi vero fuere observatores, qui tantam huic investigationi, cui non nisi assidua, per singulas horas diei noctisque continuata, attentione omni ex parte esset consultum, impendere velleut vel possent operam, cum contra moris fuit plurimis Meteorologis calorem locorum medium, qui præcipuum constituit eorum characterem climaticum, uti medium arithmeticum e tribus observationibus memoratis, vel etiam e duabus, minimi scilicet & maximi caloris, determinare, omissa prævia accuratius instituenda disquisitione, quaterus magis vel minus ad veritatem accedat hæc approximatio. Neque unquam certe sperandum videtur fore, ut in posterum magis quam hucusque omnibus numeris completæ ubique instituantur observationes meteorologica, quare scientia nostra promovenda optime consulere nos censendum est, si examinamus, quomodo frequentissimis hisce antiquiorum observationibus, quæ alioquiu omnino inanes perirent, in emolumentum scientiæ rite possimus uti. Fundamentum vero hujus examinis aliter non posse rite poni facile apparet, quam ut certa eligantur loca, ubi per aliquod tempus studio ita indefesso instituantur observationes, ut ex mutua earum ratione de reliquis certæ possint fieri conclusiones.

Adsunt jam, uti notum, tales plurium locorum observationes, quarum diligentius examinandarum occasionem mox arripiendam nobis reservamus. Hæc quidem egregia efficiunt ad Meteorologiam promovendam adjumenta; nondum vero certe constat an determinationibus ceterorum quoque locorum normæ instar plene omnino possiat inservire. Exoptandum itaque est fore, ut quotquot poterint naturæ scrutatores, his negotiis suo quique loco operam impendant necessariam, quo tandem, sufficiente parata observationum copia, innotescat an universales quædam ubique terrarum æque adhibendæ inveniantur leges, vel an diversæ pro variis locis eruendæ sint.

In id omni studio diu invigilavimus, ut quo exoptatiores essent observationes characterem climatis regionis nostræ hyperboreæ definituræ, eo diligentius aduotarentur. Ipsi quidem a medio jam anni 1820 ad medium anni 1827, horis omnibus diurnis a matutina septima ad vespertinam undecimam inclusive, temperiem aeris quoudie Aboæ adnotavinus, vel nobis absentilus adnotandam curavimus, addita observatione caloris minimi nocturni a Thermometrographo indicati. Quum vero hæ observationes flammis perirent, Helsingforsiam deinde advenientibus nobis curæ erat, ut similes hic institueremus, quas igitur annorum jam undecim. ab initio nempe anni 1829 ad finem anni 1839, collectas habemus, & quidem in usum scientificum adhibendas esse judicamus. Usi sumus Thermometro centigrado in umbra posito, atque ad distantiam 12 pedum supra solum libere suspenso, supra libellam vero maris ad 50 pedum altitudinem circiter elevato. Permisit vitæ nostræ ratio, ut continuo fere ipsi hisce occupationilus invigilare possemus: cum vero interdum tamen pauciorum horarum intervallo ita abesse cogeremur, ut in observationibus nostris hic illic lacunæ orirentur, casdem adhibita interpolatione apta, methodo graphica confecta, ita supplevimus, ut nullus e desectu quarundam observationum error assignabilis sit methendus. Et quidem in schedis nostris originariis omnes illos valores, qui tali interpolatione sunt determinati, signo notavimus, quo & nobis ipsis, & aliis quorum interest, si dubia quædam posthac orirentur, occasio eosdem accuratius examinandi non deesset. Conunet sequens conspectus horum observationum media arithmetica cujusque anni mensis & horæ seorsim quæsita.

Medium	rum.	- 9,83	8,55	S 37	7,92	74.7	30'2-	- 6,87	6,87	- 7,05	- 7,26	-7,48	-7,59	7,72	7.83	06,2	7,97	12001
	1839	- 7,05	0,40	- 6,04 - 5,66	-5,37	- 4,65	- 4,31	4,19	-4,13	12,4	4,59	1,78	4,87	4,98	-4,95	-5,03	- 5,25	5,40
	1838	-14,30	1	-14,19 -14,07	13,73	-13,19	19,57	-12,28	12,32	-12,46	-12,611	-12,90	-13,12	-13,28	-13,47	-13,60	-13,73	-13,85
	1837	- 8,00	1	- 8,02 - 8,04		-7,20	- 6,52	-6,35	-6,27	-6,51	-6,51	6,81	6,83	-689	H0'9 —	7,00	10,7 —	7,02
um	1836	- 9,02	7,98	- 7,93 - 7,93	1	-7,13	-6,72	6,43	-6,34	09'9 —	18'9 —	-6,93	-7,01	-7,00	-7,10	-7,06	-6,94	-6,94
Mense Tanuario annorum	1835	-4,83		1 - 3,74	-3,32	-2,84	-2,22	-2,09	-2,19	-2,29	-2,45	-2,49	-2,62	- 2,88	-3,08	-3,22	-3,33	-3,13
muari	1834	-13,28		10,30	-10,11	16'6 -	-9,71	-0,57	-9,73	-9,95	-10,24	-10,12	-10,68	- 10,95	-11,14	-11,37	74,11-	-11,54
ense Ic	1833	17,5	9 60	- 3,76	-3,50	-3,19	2,84	-2,63	-2,60		-2,89	-2,89	- 2,87	-2,98	-3,18	-3,18	-3,39	-3,58
IN	1832	06'9 —	4.80	1 1	- 4,18	- 4,00	16,8	- 3,82	- 3,92	-4,23	4,52	-4,73	-4,75	-4,74	- 4,79	-4,53	177.4	1,80
	1831	-13,79	70,11		-10,98	-10,70	-10,48	-10,01	1				11,21	11,47	-11,53	11,48	1+,11	-11,53
	1830	-11,50	9,83	1	01,0	8,45	1	1	1	1	-	- [8,40	8,52	- 8,54	8,55	8,70	- 9,04
	1829		11,94		-11,28	-10,82		-10,41	1					-11,18		11,57		11,63
Hora diei.		nocturu.	a. m. 7	6	10	=	Merid.12	p. m. 1	7	∵	4	S.	9	1	x	6	01	=

				Ma	use L'et	bruari	Mense Vebruario annorum	21111				Medium
Horn dier.	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1830	rum.
Minim.	-16,00	-10,50	-9,15	4,02	- 7,66	-7.11	-3,35	71,17	-4,68	-15,40	1 27	- 8,53
a. m. 7	-16,00	-10,48		-2,05	6,35	1.0,4	- 3,03	-4,07	-3,00	-15,20	-8,20	7,45
X.	-15,23	-10,21	-6,18	1,50	-6,28	4,34	-2,79	99'4 -	-3,53	-14,00	- 7,6!	-6,0
G.	-14,56	- 0,55	18,6	- 1,35	- 5,79	-3,02	- 2,38	-4,34	-3,24	-13,06	-7,30	- 6,48
10	-13,55	- 8,53	4,83	to'0 -	- 5,13	- 3,63	1,80	-3,69	-2,77	70,11	- 6,42	-5,76
Ξ	-12,76	- 7,66	4,24	0,50	4,40	-3,10	1,40	-3,16	2,18	-11,0.1	5,66	-5,10
Merid.12	-12,23	- 6,92	3 H7	-0.07	-3,991	-2,70	1,16	-2,73	1,87	-10,10	- 5,04	- 4,62
p. m. 1	-11,63	- 6,39	-3,50	+ 0.31	- 3,50	- 2,48	- 1,07	-2.55	14.1	9,58	-4,64	-4,24
2	21,11	- 6,53	77,6-	+ 0,33	-3,73	- 2,30	1,11	-2,51	- 1,62	- 9,38	4,50	-4,24
63	02,11-	08'9	4.06	+ 0,31	-3,92	- 2,59	1,31	-2,69	101	050 -	- 4,73	-4,43
-	12,27	- 7,35	78,1	-0.13	4,35	-2,79	1,46	-2,08	05.1	-9.76	- 5,30	4,79
5.	-13,04	7.08	- 4.66	-0,43	4,55	12,81	1,08	-3,45	- 2,16	-10,50	-6,01	- 5,22
9	-13,70	- 7,80	-4,76	-0,72	-4,75	-3,42	1,87	3,83	-2,31	-11,15	-6,26	- 5,50
1-	-13,91	1 8,06	-4.75	- 0,915	14.83	- 3,55	2,05	70,1-	- 2,46	-11,48	-6,56	5,70
5.	-13,99	8.31	4,85	- 1,22	10,4	-3,65	-2,19	4,20	-2,63	11,08	6,81	5,87
9	-14,30	8,50	10'5 -	-1,37	-4,92	3,72	-2,28	4,44	-2,72	-12,06	-7,05	-6,05
10	-11,61	- 8,75	- 5,24	1,45	-5,10	- 3,07	74,2	4,70	- 2,86	-12,42	7,37	-6,24
=	-11,63	R,90	5,35	1.51	- 5,26	-3,70	- 2,58	4,93	- 2,07	- 12,60	-7,74	- 6,47

lora diei,				IN	ense A	lartio	Mense Martio annorum	n				Medium anno-
	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	rum.
Minim. nocturn.	02,21	-5,50	74,21-	- 4,93	026-	19'1-	- 4,23	一2,日	-10,51	-10,50	-12,95	-8,12
a. m. 7	-11,00	1,86	05,0	1	-7,59	-3,38	-3,36	1.5,0	10,8 -	-10,20	-12,40	-6,75
30	-10,50	-3,96	- 8,43	-2,25	-6,72	-2,78	1	+0,31	- 7,05	- 9,38	i	06'9 —
C .	16'8 -	-2,7.4	-6,71	- 1,55	85,5	-2,02	- 1,72	100+	5,43	1.8,27	17,0 -	-4,70
10	- 7,49	まー	- 5,21	06'0 -	- 4,65	76'0 —	62'0 -	+ 1,41	4,28	76'9 -	8,05	-3,61
	1.9'9 -	1.0.1	- 4,20	-0,58	-3,81	-0,20	0	4-1,68	- 3,16	00'9 -	19'9 —	-2.78
Merid.19	1.8,6	0,59	- 3,52	01.40	-3,28	+ 0,35	+ 0,51	+1,70	9,36	5,25	5,65	15.5
p. m. 1	5,45	0,25	- 2,90	00,30	-2,87	1-0,70	+ 0,72	+1,65	2,03	4,40	- 5,19	1,8,1
24	1.0,0	-0,0-	1.2,81	-0,34	2,55	00'0-	+ 0,86	+1,69	1,95	- 4,00	4,82	1,68
क	- 5,31	-0,22	2,87	- 0,18	-2,00	다 0 나	-0,74	+1,54	- 2,10	- 3,00	4,84	- 1,93
-	- 5,96	-0.99	-3,26	-0,79	3,06	+ 0,14	- 0,32	+1,38	- 2,50	4,33	5,10	- 2,19
10	0.00	-1,05	1,17	-1,27	-3,09	-0,17	11,0	+1,08	3,00	- 1,97	5,88	- 2,7.1
5	7,57	1,36	- 5,19	-1,05	-4,18	- 0,67	06'0	+ 0,78	3,07	5,85	00'2 -	-3,47
[-	8,37	-2,33	6,111	1,83	4,74	70,1	- 1,54	+0,55	9,00	- 6,04	8,05	F0'1: -
٠	8,92	-2,70	0,80	70,2	-5,19	1,43	1,95	+ 0,41	- 4,90	- 7,12	8,53	- 4,18
Ç.	9,46	-3,15	7,26	-2,15	-5,63	1,03	12,2	+0,26	- 5,63	7,55	- 8,91	4,85
10	- 9,92	3,55	- 7,90	-2,27	5,91	1,90	2,28	80'0 -	6,24	8,08	21.0	-5,20
=	-10.27	3.03	18.31	0.1.1	200	066	17.0	800	7.50	8.57	0.0	22.20

Medium	Tum.	5,22 2,87 1,60 1,60 0,47 1,39 1,39 1,39 1,37 2,27 2,06 1,39 1,39 1,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,37 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47 2,47	-
	1839		
	1838		10,94
	1837	- 3,73 - 1,30 - 1,30 - 1,30 - 1,10 -	-0.37
и	1836	- 0,01 -	+ 2,75 + 2,58
Mense Aprili annorum	1835	- 2,67 - 0,57 - 0,57 - 1,57 -	+ 0.08
4prili	1834	- 0,40 - 1,30 - 1,30 - 1,30 - 1,40 -	+ 1,71
Hense _	1833	- 3,58 - 0,92 - 0,92 - 1,59 + 2,91 + 2,91 + 2,91 + 2,91 - 1,73 - 1,01 - 0,02	-0,32 -0,53
V.	1832	+ + + + + + + + + + + + + + + + + + +	+ 1,29
	1831	- 2,33 - 1,34 - 1,34 - 1,35 - 1,45 - 1,45	+ 1,03
	1830	- 2,51 + 0,66 + 1,73 + 2,46 + 2,46 + 3,24 + 3,24 + 3,34 + 3,34 + 2,33 + 1,62 + 1,62 + 0,61 + 0,61	+ 0,11
	1829	- 3.00 - 3.00 - 0.87 - 0.00 -	-2,96 -3.31
lora diei		Minim. a. m. 7 b. m. 7 Merid.12 p. m. 1 7 7 9	10

												Medium
nora ener.	1820	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	rum,
Minim.	5,00	0,79	3,77	2,39	2,92	5,00	2,35	1,68	4,06	3,60	5,83	3,40
m. 7	7,53	5,24	8,07	6,03	7,23	7,83	5,35	5,66	7,46	5,50	10,84	86'9
x	8,29	5,93	86'8	6,93	7,94	8,44	6,47	6,76	8,48	6,76	11,35	7,85
0,	9,07	6,34	9,82	7,59	8,79	9,25	7,35	7,55	8,90	7,96	11,80	8,58
10	9,06	96,9	10,60	8,15	9,72	9,73	8,02	7,96	9,52	8,53	12,28	9,19
=	9,94	7,41	11,04	8,83	9,95	10,16	8,63	8,43	10,04	9,22	12,81	9,08
Merid.12	9,85	7,77	11,36	9,15	10,28	10,65	8,70	8,81	10,72	9,46	13,25	10,00
m. 1	9,83	8,09	11,46	9,35	10,43	10,78	8,86	9,17	10,97	9,79	13,75	$10,\!22$
24	9,79	8,34	11,16	9,74	10,33	10,83	8,96	9,39	11,07	10,08	14,26	10,36
77	9,54	8,35	10,93	9,56	10,48	10,76	8,96	9,26	11,11	10,31	14,41	10,33
4	9,25	8,24	10,24	9,03	10,30	10,66	8,93	9,02	10,85	10,16	14,56	10,11
13	8,90	7,99	10,11	8,28	68'6	10,28	8,64	8,54	10,32	10,04	14,35	9,76
<u>=</u>	8,27	7,29	9,65	7,66	9,41	09'6	8,23	8,18	9,92	9,51	13,74	$9,\!29$
1-	7,66	6,27	90'6	7,00	8,83	96'8	7,35	7,67	9,36	8,76	12,97	8,54
X	6,95	5,36	8,50	6,44	8,28	8,33	6,43	6,94	8,45	7,87	11,69	7,75
6	6,46	4,66	7,92	5,08	7,54	7,74	5,72	6,33	7,65	6,64	10,71	7,03
10	6,04	4,01	7,50	5,65	92'9	7,14	5,15	5,80	7,27	5,67	9,83	6,44
=	5,63	3.68	2.00	5.34	6.16	6.70	475	5 23	30 9	4.00	0.00	5.07

				·	Mense .	Mense Junio annorum	uniorun	-				Medium
lore eliei				and the second				1		1	4 6	-01110g
	0.081	1830	183	83.5	1833	183.1	1835	1836	1837	838	1830	THE STATE OF THE S
Minim.	1.6	8.08	10.77	8,29	8.37	20,000	10,02	06'9	2.3	1850	9,25	8,60
=	13,74	12,54	200	13,54	13,85	14,35	14,17	11,11	13,91	12,30	13,49	13,53
	11,73	13,30	16,87	14.63	14,16	14,00	15,08	12,03	15,72	13,62	14,66	14,42
G.	85.0	14,03	17,70	15,37	14,87	15,54	10,01	12,59	15,18	14,31	15,45	15,12
10	15,80	14,52	18,17	15,92	15,14	15,95	98'91	13,23	15,77	14,04	16,02	15,62
=	16,13	25.4	18,54	16,26	15,51	19,91	10,69	13,60	16,17	15,56	16,59	16,04
Merid.12	16,39	15,02	こっか	16,50	15,94	98'91	16,95	14,13	16,57	15,93	x. 1.5	16,38
	16,50	15,15	30,50	89'91	16,28	17,14	17,111	14,74	16,77	16,19	17,44	16,62
34	82,91	15,25	18,86	93'91	16,45	17,34	16,99	14,70	16,66	16,31	17,65	16,71
* "	17,01	15,21	18,80	16,56	16,35	17,35	17,34	14,78	16,69	16,35	17,67	16,74
~	16,67	14,94	18,56	16,16	16,39	17,17	17,49	14,72	16,54	16,17	17,72	16,59
10	16,31	14,71	18,38	15,62	16,16	16,75	17,67	14,44	16,52	15,851	17,36	16,34
5	15,05	14,26	17,76	14,97	15,57	16,10	17,30	13,86	15,08	15,31	16,87	15,79
-1	14,91	13,55	17,17	14,15	15,10	15,44	16,73	13,24	15,57	14,00	16,16	15,16
3.	61,41	12,78	16,44	13,22	14,57	14,66	15,83	12,34	14,75	13,86	15,22	14,35
S.	13,39	11,96	15,06	12,45	13,83	13,85	14,53	11,45	13,77	12,79	13,86	13,41
2	12,52	11,17	14,02	11,71	13,15	13,08	13,62	10,54	12,87	11.12	12,53	12,48
=	1671	10.61	14.22	11.04	19.35	19.70	00'61	02.6	15.00	10.01	90,1	11.65

				,	Mense .	Mense Ittho annorum	nnonn					Medium
Hora diei.	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	Jamp.
Minim.	14,82	11,52	13,07	9,45	16,11	11,15	11,55	10,01	10,65	8,74	12,12	11,39
a. m. 7	18,93	15,54	17,52	13,40	15,85	16,26	14,78	13,55	13,04	16,11	17,88	15,80
	19,95	16,53	18,99	14,23	16,39	17,55	15,77	14,75	14,86	18,01	19,23	16,07
0	20,65	17,20	93'61	14,83	17,25	18,54	16,25	15,68	15,61	19,34	20,15	17,76
10	20,98	18,09	20,55	15,38	17,95	19,57	16,67	16,30	16,47	20,22	20,05	18,47
=======================================	92,92	18,81	21,01	15,85	18,39	19,99	17,10	16,95	16,94	20,86	21,49	18,94
Merid 12	20,74	19,24	21,17	16,62	18,72	20,20	17,63	17,21	17,18	20,83	21,84	19,22
p. m. 1	20,32	19,39	21,68	17,00	18,04	20,32	17,72	17,46	17,49	20,92	21.84	19,37
7	19,98	19,41	21,95	16,73	18,93	20,22	18,02	17,71	17,53	20,02	21,74	19,38
က	93'61	19,22	21,54	16,03	18,91	20,26	18,22	17,44	17,60	20,63	21,52	19,20
4	19,12	19,00	21,04	15,56	18,79	20,00	18,05	17,01	17,30	20,16	21,02	18,82
10	18,71	18,40	20,75	15,17	18,61	19,66	17,52	16,59	17,04	19,50	20,27	18,38
9	17,85	17,90	20,15	14,51	18,22	19,09	16,98	16,00	16,50	18,64	19,66	17,77
7	16,98	17,20	19,40	13,50	17,46	18,02	16,18	15,18	15,80	17,68	18,90	16,94
8	16,06	16,43	18,52	12,87	16,77	16,90	15,41	14,33	15,17	16,64	18,09	16,11
G.	15,48	15,58	17,50	19,20	15,99	15,83	14,22	13,56	14,34	15,50	17,09	15,22
10	14,79	14,00	16,50	11,63	15,56	15,04	13,00	12,82	13,69	14,18	16,22	14,40
Ξ	14,24	14,52	15,50	11,00	15,00	14,20	12,00	12,15	12,86	13,00	15,26	13,61

				IV	ense A	uguste	Mense Augusto annorum	1111				Medium
lora die	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	nun.
Minim. nocturn.	11,00	11,09	11,07	10,49	09'9	14,49	8,14	10,01	12,22	9,51	98'01	10,50
a. m. 7	11,11	13,69	14,38	13,68	11,72	17,40	11,21	12,48	14,80	13,17	15,10	13,79
J.	14,98	14,50	15,61	14,99	12,09	18,51	12,72	13,51	15,68	14,54	16,90	14,91
σ.	15,60	15,11	16,57	15,80	12,03	19,44	14,10	14,51	16,57	15,20	18,18	15,82
10	16,23	15,82	17,45	16,65	13,52	20,40	15,15	15,95	17,40	15,99	18,70	99'91
=	16.70	16,39	18,05	17,12	13,81	21,11	16,11	16,83	18,13	16,56	18,94	17,25
Merid.12	17,00	16,75	18,52	17,95	14,02	21,70	16,56	17,45	18,65	16,88	18,94	17,68
p. m. 1	17,20	16,96	18,63	17,96	14,19	22,17	16,86	17,49	19,15	16,97	19,02	17,87
CI	17,21	16,72	18,50	17,49	11,11	22,62	17,09	17,45	19,38	16,90	10,00	17,88
<u></u>	16,75	16,64	18,68	16,97	14,24	22,75	16,93	16,92	19,31	16,77	18,55	17,71
7	16,33	16,29	18,29	16,52	14,19	22,41	16,45	16,30	19,15	16,56	18,40	17,35
53	15,74	15,94	17,73	15,97	14,06	21,08	16,10	15,78	18,63	15,96	17,84	98'91
9	15,00	15,20	16,96	15,19	13,68	21,06	15,51	14,55	18,11	15,55	17,15	16,18
1-	14,40	14,55	16,24	14,25	13,16	20,21	14,16	13,79	17,41	14,90	16,25	15,39
œ,	13,77	13,89	15,33	13,46	12,63	19,36	12,97	13,05	16,69	14,04	15,06	14,57
S.	13.27	13,52	14,74	12,92	12,16	18,46	12,07	12,50	15,88	13,30	14,00	13,89
10	12,72	13,27	14,34	12,57	11,63	17,50	11,42	12,05	15,10	12,41	13,00	13,27
=	19.29	13,05	13.83	12,20	11,00	16,50	10,70	11,54	14,42	11,50	12,00	12,64

-				Me	nse Sel	stembi	Mense Septembri annorum	un.				Medium
Hora diei.	1829	1830	1881	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	anno-
Minim.	8,76	6,34	4,16	6,30	7,43	6,40	8,39	4,82	7,46	10,04	7,86	7,09
a. m. 7	11,12	10,6	7,11	7,84	10,38	8,13	10,01	7,31	8,80	12,00	10,60	9,36
x	11,80	9,97	8,43	8,48	11,39	9,10	11,62	8,15	9,73	13,43	10,97	10,28
G.	12,57	10,81	10,03	9,27	12,07	10,31	12,44	91'6	10,66	14,00	11,59	11,00
10	13,05	11,72	10,95	96,6	12,77	11,08	13,19	10,09	11,57	14,75	12,42	11,96
11	13,50	12,31	11,46	10,57	13,29	12,02	13,78	10,88	12,27	15,30	12,77	12,56
Merid.12	13,80	12,80	12,00	11,33	13,61	12,58	14,36	11,69	12,72	15,86	13,15	13,08
p. m. 1	13,98	13,06	12,22	11,44	13,96	12,73	14,79	11,93	12,96	16,20	13,17	13,31
2	14,11	13,03	12,04	11,49	13,04	12,76	15,04	12,13	12,96	16,32	13,30	13,37
8	13,86	12,83	11,80	11,14	13,79	12,51	14,80	11,91	12,81	16,00	13,33	13,16
4	13,58	12,43	11,48	10,67	13,51	12,07	14,32	11,53	12,41	15,61	13,05	12,79
5	13,20	11,95	10,84	10,11	13,25	11,53	13,91	10,94	11,86	15,07	12,65	12,30
9	12,66	11,26	10,06	9,45	12,92	10,85	13,20	10,10	11,16	14,40	12,04	11,64
1	12,21	10,70	9,00	8,83	12,44	10,05	12,20	9,37	10,55	13,68	11,56	11,06
3.	11,82	10,16	8,46	8,40	12,05	9,59	11,55	8,81	10,05	13,25	11,14	10,48
6	11,49	16'6	7,96	8,14	11,59	8,84	11,24	8,38	9,58	12,98	10,84	10,09
10	11,23	9,70	7,51	7,92	11,12	8,51	10,85	7,95	9,14	12,71	10,55	9,74
1	10,92	9,50	7,16	7,66	10,60	7,80	10,50	7,62	8,76	12,40	10,40	9,39

Medjum anno-	nun.	- 1,999 - 0,49 - 0,49 - 0,01 - 0,03 - 0,98 - 0,98 - 0,98 - 0,93 - 0,03 - 0,03 - 0,03 - 0,03	0,31
	1839	3,97 1,42 1,42 1,20 0,27 0,27 0,02 0,02 0,03 0,68 0,68 0,94 1,10	1,33
	1838		17,0-
	1837		+ 2,00
เนก	1836		1,28
Mense Novembri annorum	1835		1 3,00
четы	1834		00:1
nse No	1833	\ + + + + + + + + + + + + + + + + + + +	十2,301
Me	1832		十0,211
	1831		+ 0,65
	1830	++++++++++++++++++	+ 2,14
	1829		1 3,84
Hora diei		Minim. a. m. 7 a. m. 7 10 11 Werid.12 p. m. 1 7 7 7 10	=

	-	Me	Mense D	Decembri amorum	7. annor	um.	Ī	:		Medium aum -
J	1831 1832	2	1833	33	1835	1830	1837	1838	1830	8 mm.
1	5,40 - 4,	4,66	6.83	37	-12,12	4,43	4,70	3,45	- 10,19	- 6,36
1	4,07 - 2,	2,96	00'9 -	3,80	-10,09	4,00	4,60	-2,20	7,67	-5,10
1	3,85 - 2,	2,49	4,57	3,85	-10,86	-4,21	4,46	-2,13	7,50	10,4
- 1	3,64 - 2,	2,50	18,4	-3,04	-10,80	90'6	4,37	2,03	7,56	0557
0	3,46 - 2,	2,06	4,88	- 3,63	-10,40	- 3,03	4,12	1,74	7,45	4,73
	3,16 -2,	2,55	- 4,67	3,48	-10,02	3.67	3,84	1,50	- 7,28	4,18
	3.16 - 2	2,47	-4,43	3,10	- 9.33	3,41	3.38	1,33	7,12	-4,21
	3,23 - 2,	2,40	-4,22	-2,73	- 9,12	-3,31	-3.20	1.18	- 7,00	- 4,07
	3,39 -2,	2,38	00'4-	2,83	- 9,12	3,47	3,01	- 1,32	- 7,13	-4,07
	3,58 - 2,	2,44	10,6	-2,06	- 9,37	-3,73	-3,22	1,64	- 7,33	-4,23
	3,74 - 2,	2,49	-4,08	3,01	- 0,53	3,80	3,62	08,1	7,40	- 4,37
	3,84 - 2,	2,47	- 4,13	- 2,02	89,0	-3.93	-3,72	- 1,95	7,67	4,415
1	3.00 - 2	2,37	- 4,12	-2.07	06'6 -	-4,0.1	3,81	-2,0	- 7,64	14,55
4	4,06 -2,	2,41	-4,00	- 3,10	0,82	-4,19	- 3,93	-2,27	7,50	4,62
-	4,12 - 2.	2,31	-4,15	-3,17	-9,79	-4,26	-3,96	-2,20	7,72	4,67
1	4,11 - 2,	2,30	- 4,05	3,18	- 9,64	- 4,37	4.02	-2,30	1776	- 4,69
1	3.95 - 2	2,33	- 4,02	-3,30	- 9,42	-4,48	4,04	- 2,33	1,7,7	4,67
1	3.97 - 2	2.33	3.00	7	0.30	330	3.07	- 9.30	i	200

His pro quovis mense sic erutis valoribus, in calculo secundum methodum quadratorum minimorum subducto adhibitis, usi sumus; cum vero valores horarum a duodecima nocturna ad sextam matutinam inclusive desiderentur, defectum hunc per adhibitas aptas approximationes atque interpolationem ab urgente continuitatis lege determinatam, utut illam, valores simul considerando nocturnos minimos reliquosque omnes datos, convenientissimum judicavimus, ita omnem supplevimus, ut incommodo arbitrarii illius, quod ex eliminationibus hujusmodi metuit Dove *), omnino esse subventum censeamus. Magni primum in hoc negotio pretii est vafor ille cognitus minimus nocturnus; etiamsi enim locus illius immediate mox non sit datus, diu tamen hic non erit dubius, cum scilicet inspectione valorum reliquorum datorum ad utramque partem sitorum approximative saltem facile determinatur, quo facto linitem, quem attingere, debent, & infra quem nulli adesse possunt valores, ostendit. Deinde per aptam cognitorum combinationem plura possumus adhuc incognita approximative determinare. Valorum nempe adeo periodicorum, ut peracto circulo iidem, quales hic jam adsunt, recurrant, a se æquidistantium totius gyri summa ex natura rei ubique esse deberet æqualis; obvenit vero in nostro problemate illa, quam alia occasione speciatim examinandam nobis proponimus, valorum modificatio, ut diviso gyro in partes duas æquales, valorum pro horis homonymis (ante & post meridiem)

^{*)} Repertorium der Physik, B. III. p. 376.

media summa a vera omnium media adhuc quantitate ± 1º aherrare possit, divisio vero in tres æquales partes hanc aberrationem fere ad ± 0°,1 minuat, atque tandem divisio in quatuor partes æquales eandem vix = $\pm 0^{\circ}$,01 relinquat, unde facilis fingi potest methodus quamcunque seriem, in qua plures vel pauciores occurrunt interpolatione inventi valores, critico inspiciendi oculo, easque, quæ illa opera indigere videntur, corrigendi determinationes. Et si quidem calculo deinde subducto differentias valorum horum, minime jam fortuito acceptorum, ab illis, quos computus accuratius definivit, nimis adhuc aberrare intelleximus, calculum novum, adhibendo valores hosce horarum nocturnarum nuper computatos, instituimus, usque quo omnes inter se satis probabiliter convenirent, quod quidem inde erat dijudicandum, si differeniiæ inter valores computatos & illos, quibus superstructus fuit calculus, non fuerunt majores pro hisce interpolatione inventis quam pro reliquis observatione datis valoribus. In hoc vero opere eadem nobis, quam quæ quoque Cl. Kämtz *) obvia erat, sese sæpissime obtulit observatio, valorem scilicet caloris minimi nocturni, qualis Thermometrographo determinatus habebatur, minorem esse eo, quem tota compages omnium observationum admittere videbatur, cujus causam satis probabiliter explicat, inde derivandam, quod in alias horas utrinque sitas, quam quæ est medii caloris minimi omnium dierum, incidant sæpe observati illi valores.

^{*)} Meteorol. B. 1., p. 88,

Adhibita jam forma functionis

 $T_n = T + u' \sin(n.15^\circ + v') + u'' \sin(n.30^\circ + v'') + u''' \sin(n.45^\circ + v''')$, ubi T denotat calorem mensis medium Thermometro centigrado observatum, n vero horam diei a meridie more Astronomorum computatam, & T_n hujus horæ calorem quærendum, sequentes characterem climaticum Helsingforsiæ (sub latitudine geographica 60° 10' boreali, & longitudine 5° 21' occidentali ab Observatorio Petropolitano) exposituras nacti sumus determinationes, ubi simul valorum computatorum ab observatis aberrationem verisimilem = ε , & errorem in valore computato T_n metuendum verisimilem = $\varepsilon(T_n)$ indicavimus.

Mense Januario.

I.)
$$T_n = -8^{\circ},065 + 1,056 \text{ Sin } (n. \ 15^{\circ} + 38^{\circ}. \ 17')$$

 $+ 0,351 \text{ Sin } (n. \ 30 + 105. \ 48)$
 $+ 0,151 \text{ Sin } (n. \ 45 + 308. \ 3);$
 $\varepsilon = 0^{\circ},089;$ $\varepsilon (T_n) = 0,018.$

Hora	Cal	or	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observat	Computat			Observat.	Computat	
0	_7°,08	-7°,19	+0,11	\ \11	-\$.30	-5,20	-().()4
I	6,57	-6,99	+0,12	ZIII	-8,50	- 8.65	+0,15
II .	-6,S7	-6,91	+0,04	XIV	-8,90	-9,05	+.0,15
HI	- 7.05	-7.02	-0,03	1.1.	9.30	-9,30	()
I 🎨	-7,50	-7,15	-0,11	177	_9,53	-0,45	-(3,35
1.	-7.47	-7.42	(),()()	NM	9.50	-9,39	-0,11
11	-7.50	-7,07	+0,05	XVIII	-9.00	-9,14	+0,14
IIV	-7.72	— 7,83	+0.11		-8.55	_ 8.79	+ 0.24
VIII	-7.53	-7.55	+0,05	11	_8.37	-8,42	÷ (),'1.5
17	-7,00	-7,56	(),()4	ZZI	4.24	-8.03	-0.16
Z	-7,97	-7,87	-0,10	XXII	-7,92	-7,75	-0,17
М	-8,07	-7,90	-0,08	//////	-7.47	-7,-11	_(),()1

Mense Februario.

II.)
$$T_n = -6^{\circ},247 + 1,781 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 40^{\circ}.18')$$

 $+0,535 \text{ Sin } (n.\ 30 + 95.\ 58)$
 $+0,122 \text{ Sin } (n.\ 45 + 328.\ 3);$
 $\varepsilon = 0^{\circ},050;$ $\varepsilon (T_n) = 0,010.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	-4,62	-4.63	+0,01	XII	-6,75	- 6,80	+ 0,05
I	-4,21	-4,32	+0,08	ZIII	-7,20	-7,31	+0,11
II	-4,24	-4,25	+0,01	XIV	—7,7 5	-7,81	+0,06
III	-4,43	-1,11	-0,02	ΧV	-8,25	-8,19	-0,06
IV	-4,79	-4,75	-0,04	XVI	-8,53	-8,38	-0,15
V	-5,22	-5,16	-0,06	ZVII	-8,30	-8,32	+0,02
VI	-5,5 0	 5,53	+ 0,03	ZVIII	-8,00	-8,03	+ 0,03
VII	-5,70	-5,77	+0,07	ZIZ	—7,4 5	-7,58	+ 0,13
VIII	-5,87	-5,93	+0,06	ZZ	-6,98	-7,00	+0,02
IX	-6,0.5	-6,02	-0,03	IZZ ,	-6,48	-6,37	-0,11
X	-6,24	-6,15	-0,09	ZZII	-5,76	-5,72	-0,04
XI	-6.47	-6,40	-0,07	IIIXX	-5,10	-5,11	+ 0.01

Mense Martio.

III.)
$$T_n = -4^{\circ},763 + 2,819 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 45^{\circ}.\ 4')$$
 $+0,684 \text{ Sin } (n.\ 30\ + 87.\ 34)$ $+0,108 \text{ Sin } (n.\ 45\ +254.\ 28);$ $\varepsilon = 0^{\circ},053;$ $\varepsilon (T_n) = 0^{\circ},011.$

1		or	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observat.	Computat.			Observat.	Computat.	
0	-2,21	-2,19	-0,02	XII	-6,00	_5,97	0,03
Ι.	-1,84	-1,81	-0,03	ХШ	-6,50	-6,51	+0,01
II .	-1,68	-1,70	+0,02	XIV	—7,00	-7,09	+0,09
Ш	-1,80	-1,86	+0,06	ZV	-7,60	-7,61	+0,01
IV	-2,19	-2,25	+0,06	XVI	-8,12	-7,91	-0,21
V	2,74	-2,81	+0,07	XVII	—7,80	—7,88	+0,08
VI	-3,47	-3,43	-0,04	хүш	— 7,30	-7,47	+0,17
VII	4,08	-4,02	-0,06	XIX	-6,75	-6,73	-0,02
VIII	-4,48	-4,51	+ 0,03	XX	-5,90	-5,75	-0,15
ZI	4,85	-4,89	+0,04	IXX	-4,70	-4,70	0
Z	-5,20	-5,21	+0,01	IIXX	-3,61	-3,68	+0,07
112	— 5,58	-5,55	- 0,03	IIIZZ	-2,78	-2,82	+0,04

Mense Aprili.

IV.)
$$T_n = 0^{\circ},739 + 3,115 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 53^{\circ}.\ 36')$$

 $+\ 0,436 \text{ Sin } (n.\ 30\ +133.\ 17\)$
 $+\ 0,188 \text{ Sin } (n.\ 45\ +261.\ 22\);$
 $\varepsilon = 0^{\circ},069;$ $\varepsilon (T_n) = 0^{\circ},014.$

Hora	Ca.	or Computat.	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observat.	Compitat		}	Observati	Computat,	
0	+ 3,3 7	+ 3,37	0	XII	-1,50	-1 ,26	0°,24
I	+ 3,61	+3,61	0	XIII	-2,00	-1,88	-0,12
II	+3,71	+ 3,70	+0,01	XIV	-2,40	-324	+ 0,03
111	+3,59	+3,63	0,04	XV	-2,60	-2,75	+0,15
IV	+3,38	+3,36	+0,02	XVI	-2,72	-2,72	0
v	+2,96	+2,90	+0,06	XVII	-2,30	-2,27	-0,03
VI	+2,36	+2,30	+0,06	XVIII	-1, 50	-1,46	-0,04
VII	+1,58	+ 1,64	-0,06	XIX	-0,39	-0,41	+0,02
VIII	+0,89	+1,00	-0,11	XX	+0,67	+0,68	0,01
IX	+0,44	+0,41	+0,03	XXI	+ 1,64	+1,67	-0,03
X	-0,17	-0,12	0,05	XXII	+2,44	+ 2,43	+0,01
XI	-0,33	-0,67	+0,34	IIIXX	+ 3,01	+2,99	+ 0,02

Mense Majo.

V.)
$$T_n = 7^{\circ},507 + 3,141 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 57^{\circ}.\ 7')$$

 $+ 0,366 \text{ Sin } (n.\ 30 + 179.\ 30)$
 $+ 0,186 \text{ Sin } (n.\ 45 + 294.\ 56);$
 $\varepsilon = 0^{\circ},054;$ $\varepsilon (T_n) = 0,011.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observat	Computat.			Observat.	Computat.	1
0	10,00	9,98	+ 0,02	ZII	4,93	5,04	_0,11
I	10,22	10,25	0,03	ИIX	4,34	4,40	- 0,06
11	10,36	10,41	-0,05	XIV	4,00	3,98	+ 0,02
Ш	10,33	10,39	-0,06	ZV	3,97	3,90	+0,07
IV	10,11	10,15	-0,04	XVI	4,28	4,23	+ 0,05
V	9,76	9,72	+0,04	XVII	4,88	4,93	-0,05
VI	9,22	9,13	+0,09	XVIII	5,72	5,88	-0,16
VИ	8,54	8,48	+0,06	ZIZ	6,98	6,90	+0.08
VIII	7,75	7,81	-0,06	XX	7,85	7,83	+0,02
IX	7,03	7,15	-0,12	IXX	8,58	8,60	-0,02
X	6,44	6,48	-0,04	HZZ	9,19	9,18	+ 0,01
XI	5,97	5,76	+0,21	XXIII	9,68	9,63	+0,05

Mense Junio.

VI.)
$$T_n = 13^{\circ},612 + 3,766 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 57^{\circ}.\ 36')$$

 $+ 0,799 \text{ Sin } (n.\ 30 + 201.\ 40)$
 $+ 0,253 \text{ Sin. } (n.\ 45 + 312.\ 0);$
 $\varepsilon = 0^{\circ},049;$ $\varepsilon(T_n) = 0,010.$

Hora	C a	lor	Dilfer.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observat.	Computat.	-		Observat.	Computat.	
						40.00	4.0
0	16,38	16,31	+0,07	XII	10,25	10,32	0,07
I	16,62	16,56	+0,06	XIII	9,36	9,40	-0,04
II	16,71	16,75	0,04	XIV	8,89	8,89	0
III	16,74	16,80	-0,06	XV	8,98	8,94	+0,04
IV	16,59	16,64	-0,05	XVI	9,60	9,59	+0,01
V	16,34	16,28	+0,06	XVII	10,66	10,71	-0,05
VI	15,79	15,75	+0,04	XVIII	12,00	12,06	-0,06
VII	15,16	15,11	+0,05	XIX	13,53	13,36	+0,17
AIII	14,35	14,37	0,02	XX	14,42	14,43	-0,01
IZ	13,41	13,52	-0,11	XXI	15,12	15,19	-0,07
Z	12,48	12,53	-0,05	XXII	15,62	15,68	0,06
ΧI	11,65	11,43	+0,22	XXIII	16,04	16,02	+0,02
1		1				96	

Mense Julio.

VII.)
$$T_a = 16^{\circ},008 + 3,782 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 64^{\circ}.\ 10')$$

 $+\ 0,567 \text{ Sin } (n.\ 30\ + 184.\ 21)$
 $+\ 0,197 \text{ Sin } (n.\ 45\ + 289.\ 41\),$
 $\varepsilon = 0,041;$ $\varepsilon(T_a) = 0,008.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Oppetatr	Сотриы			Observat	Computat.	
0	19,22	19,18	+ 0,04	XII	12,79	12,75	+ 0,04
1	19,37	19,32	+ 0,05	XIII	12,07	12,06	+0,01
11	19,38	19,33	+0,05	XIV	11,62	11,66	-0,04
Ш	19,20	19,19	+0,01	ΧV	11,62	11,69	-0,07
1V	18,82	18,85	-0,03	XVI	12,15	12,23	-0,05
\mathbf{V}	18,38	18,32	+0,06	XVII	13,14	13,20	-0,00
VI	17,77	17,63	+0,14	хvш	14,43	14,47	-0.04
VII	16,94	16,86	+0,08	ZIZ	15,80	15,79	+0,01
VIII	16,11	16,06	+0,05	ZZ	16,97	16,98	0,01
IX	15,22	15,25	-0,03	IZZI	17,76	17,90	- 0.14
\mathbf{Z}	14,40	14,42	-0,02	XXII	18,47	18,53	-0.06
XI	13,61	13,57	+0,04	нхх	18,94	18,94	0

Mense Augusto.

VIII.)
$$T_* = 14^{\circ}_{\circ}575 + 3,495 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 59^{\circ}. 22')$$

 $+ 0,411 \text{ Sin } (n. 30 + 147. 32)$
 $+ 0,195 \text{ Sin } (n. 45 + 275. 23)$:
 $\epsilon = 0.037$: $\epsilon(T_*) = 0,008$.

Calor Carur Differ. Hera Diller. Hora , " maring 3." Observat , Computer 17,68 Ō 17,61 +0.07XII 12.04 11.98 -0.0617.87 VIII. C) I 17.84 $\div 0.03$ 11.35 11.35 17.88 17.90 -0.02XIV: H 10.22 10.57 -0.05XV17.71 -0.02HI 17.76 -0.0510.67 10.69 17,40 ZLIIL 17,35 10.50 10.92 -0.12-0.05L -0.03XVII 11.58 11.59 1:233 16.83 -0.01 $\div 0.06$ VI1.1.15 13.12 ZVIII 12.73 12.59 -0.14 15.30 $\div 0.04$ XIX 13.79 +0,02III 15.30 13,77 VIII 14.5. -0.04XX 14.91 14.92 -0.0114.61 13.93 IX 13.50 -0.04IZZ15,82 15.91-0.09X 13.27 13.29 -0.02IIZZ 16,66 10.05 -0.02IZ12,65 -0.01 ZZIII-17.23 12.64 ± 0.02 17.25

Mense Septembri

IX.)
$$T_n = 10^\circ,460 + 2,804 \text{ Sin } (n. 15^\circ + 52^\circ. 30^\circ)$$

 $+ 0,586 \text{ Sin } (n. 30 + 107. 16^\circ)$
 $+ 0,241 \text{ Sin } (n. 45 + 261. 16^\circ)$:
 $\varepsilon = 0^\circ,060$; $\varepsilon (T_n) = 0^\circ,013$.

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observat	Computat			Observat.	Computat	
0	13,08	13,01	+0,07	XII	9,00	9,03	-0,03
1	13,31	13,25	+0,06	ZIII	8,50	8,46	+0,04
11	13,37	13,33	+ 0,04	XIV	8,00	7,85	+ 0,15
ш	13,16	13,21	-0,05	12	7,40	7,36	+0,04
IV	12,79	12,86	-0,07	ZVI	7,06	7,20	-0,14
V	12,30	12,31	0,01	XVII	7,30	7,46	-0,16
VI	11,64	11,65	0,01	XVIII	8,20	8,16	+0,04
VII	11,06	10,99	+0,07	XLX	9,36	9,13	+0,23
VIII	10,48	10,46	+0,02	XX	10,28	10,20	+0,08
IX	10,09	10,07	+0,02	IZZ	11,00	11,19	-0,19
X	9,74	9,78	-0,04	HZZ	11,96	12,00	-0,04
XI	9,39	9,47	-0,08	HIZZ	12,56	12,60	-0,04

Mense Octobri.

X.)
$$T_n = 5^{\circ},610 \pm 1,716 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} \pm 51^{\circ}, 28^{\prime})$$

 $\pm 0,488 \text{ Sin } (n.\ 30 \pm 121, 42)$
 $\pm 0,174 \text{ Sin } (n.\ 45 \pm 306, 20);$
 $\varepsilon = 0,039;$ $\varepsilon (T_n) = 0,008.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observat.	Computat.			Observat,	Computat	
						1	
0	7,27	7,23	+0,04	XII	4,80	4,82	-0,02
I	7,41	7,39	+0.02	XIII	4,40	4,29	+0,11
11	7,41	7,40	+0,01	XIV	3,80	3,80	0
III	7,21	7,23	-0,02	XV	3,50	3,48	+0,02
IV	6,87	6,92	-0,05	ZVI	3,29	3,41	-0.15
V	6,49	6,53	-0,04	XVII	3,70	3,72	-0,02
VI	6,20	6,16	+0,04	XVIII	4,30	4,23	+0,07
VII	5,95	5,89	+0,06	XIX	4,97	4,87	+0,10
VIII	5,77	5,74	+ 0,0 3	XX	5,49	5,51	-0,02
IZ	5,60	5,65	-0,05	XXI	6,00	6,09	-0,09
X	5,46	5,51	-0,05	XXII	6,53	6.57	-0,04
XI	5,25	5,25	O	MXX	6,96	6,95	+0,01

Mense Novembri.

V.)
$$T_n = -0^\circ, 115 + 1,103 \text{ Sin } (n.\ 15^\circ + 47^\circ.\ 15^\circ)$$

 $+0,390 \text{ Sin } (n.\ 30 + 129.\ 29^\circ)$
 $+0,180 \text{ Sin } (n.\ 45 + 300.\ 20^\circ)$:
 $\epsilon = 0,091$; $\epsilon (T_n) = 0,018$.

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observat	Computat			Observat.	Computat.	
0	+ 0,86	+0,84	+ 0,02	XII	0,50	-0,47	-0,03
I	+0,98	+0,95	+0,03	XIII	-0,80	-0,91	+0,11
11	+0,93	+0,99	-0,06	XIV	-1,30	-1,35	+0,05
Ш	+0,80	+0,91	-0,11	ZV	-1,80	-1,64	-0,16
11	+0,53	+0,73	-0,20	XVI	—1,99	-1,69	-0,30
1.	+0,37	+0,48	-0,10	XVII	-1,60	-1,48	-0,12
VI	+ 0,23	+0,24	-0,01	хуш	- 1,00	-1,07	+ 0,07
VII	+0,11	+0.09	+0,02	ZIZ	-0,49	-0,59	+0,10
VIII	+0,05	+0,04	+ 0,01	ZZ	0,18	-0,14	-0,04
IX	-0,07	+0,04	0,11	IZZ	-0,01	+0,22	-0,23
X	-0,19	+0,01	-0,20	HZZ	+0,30	+ 0,49	-0,19
XI	-0,31	-0,14	-0,17	XXIII	+0,62	+0,68	-0.00

Mense Decembri.

XII.)
$$T_n = -4^\circ,865 + 0,748 \sin(n.15^\circ + 37^\circ.3')$$

 $+0,320 \sin(n.30 + 126.51)$
 $+0,207 \sin(n.45 + 303.14);$
 $\varepsilon = 0^\circ,080;$ $\varepsilon(T_n) = 0^\circ,016.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observat.	Computat			Observat	Computat	
0	-4,21	-4,33	+0,12	ZII	4,80	4, 89	+ 0,09
I	4,07	-4,19	+0,12	XIII	-5,20	-5,29	+ 0,09
П	-4,07	-4,10	+0,03	XIV	-5,60	-5,71	+0,11
Ш	-4,23	-4,11	-0,12	ZV	-6,06	-6,00	0
IV	-4,37	-4,25	-0,12	XVI	-6,36	-6,08	-0,28
V	4,46	-4,45	-0,01	ZVII	-6,00	-5,92	-0,08
VI	-4,55	-4,64	+0,09	ZVIII	-5,40	-5,60	+0,20
VII	-4,62	-4,73	+0,11	ZIZ	-5,10	- 5,25	+0,15
VIII	-4,67	-4,71	+0,04	ZZ	-4,91	-4,95	+0,04
ZI	4,69	-4,62	-0.07	IZZ	-4,89	-4,74	-0,15
X	-4,67	4,55	-0,12	HZZ	-4,7 3	- 4,59	-0,14
ZI	-4,68	4,63	-0,05	HZZ	-4,48	-4,47	-0,01

Cuique rem accuratius examinanti dilucide satis apparebit, rationem banc tali computo temperiem aëris determinandi unicam esse, quæ de climate locorum justas præbeat conclusiones, candemque computationem ne tum quidem esse prætermittendam, etsi omnium omnino horarum dici noctisque observationes immediate essent institutæ. In re nempe dijudicanda adeo variabili, utut semper, præsertim in nostris regionibus, est aëris atmosphærici temperies, minime est exspectandum ut omnes evanescant anomaliæ, nisi immensus præsto sit numerus observationum. In nostra saltem copia, etiamsi numerum 72000 superent, adhuc fuerunt utique animadvertendæ, raro tamen $\frac{1}{10}$ gradus thermometrici excedentes, anomaliæ. Cum vero has quoque calculo adhibito ita evitare valuerimus, ut in valoribus ultimo definitis certitudinem fere $\frac{1}{100}$ gradus attingeremus, nullus sane poterit jure nobis objicere, nos valoribus non satis accurate determinatis usos esse.

Hisce igitur, quæ attulimus, cognitis variationes caloris diurnas penitiori studio examinare poterimus, valores scilicet cujusque horæ ita graphice exponentes, ut expressionibus temporis, tamquana abscissis, respoudeant valores caloris, vicem gerentes ordinatarum, quo quidem negotio, conjungendo extremitates ordinatarum, descripta oritur curva temperiei. Tales curvas pro singulis anni mensibus, Helsingforsiæ competentes, construximus. & examinaturis considerandas in Tab. X his adnexa jam sistimus, temporibus simul ortus solis litteris e, atque occasus litteris a designatis.

Easdem has curvas uti connexiones quatuor portionum parabolicarum considerare soliti sunt harum rerum scrutatores, & nos quoque antea consideravimus *); jam vero, meliora edocti, hanc examinandi rationem tamquam naturæ rei incongruam rejiciendam esse judicamus. Pro calidioribus anni temporibus non quidem videtur eadem inepta, frigidioribus autem minime est idonea; neque amplius opus est nobis commentitia hac atque admodum incommoda ratione uti. Temporis scilicet æstivi curva exspectatam fere caloris diurni variationem ostendit, præbeus caloris incrementa & decrementa diurna eandem fere sequi legem continuitatis, quam inverso ordine observant nocturna, uti illud primo jam obtutu sistunt curvæ mensium Aprilis, Maji, Junii, Julii atque Augusti; a sequente vero mense Septembri ad Martium usque singularis quædam atque inexspectata, quam nullibi antea indicatam reperimus, sese conspectui offert variatio in co consistens, ut primum solita ratione a nocturno calore minimo subito crescat temperies, eademque fere lege post maximum diúrnum decrescat usque ad horam fere septimam vel octavam vespertinam, deinde vero lentius imminuatur ad mediam sere noctem, unde denno ad tempus minimi nocturni sen matutini rapidius decrescit. Hancque rationem non climati tantum Helsingforsiæ esse propriam, sed universalem prodere legem ubique fere terrarum observandam, multorum locorum maxime quoque a se distantium suadet experientia, uti illud alia occasione fusius osten-

¹⁾ In Annal. phys. Poggendorffii, Vol. IV.

demus. Magnam quidem cum memoratis nostris lineis produnt similitudinem eæ, quas pro latitudino geographica 63° Sueciæ proposnit Tōrnsten *); ideo vero pro mensibus hiemalihus a nostris hæ differunt, quod erroneam secutus sit auctor rationem minimi caloris nocturni tempus æstimandi.

Vulgaris est experientia ubique terrarum constans, tempus maximi caloris diei in horam pomeridianam fere secundam incidere; uti quoque vulgo est accepta, non quidem experientiæ dictatis sed potius ratiocinationis cujusdam commentis fundata opinio, tempus caloris minimi nocturni proxime ante ortum solis adesse, quarum sententiarum illam confirmant fere nostræ observationes Helsingforsianæ, hanc vero omnino, pro hoc saltem loco, rejiciunt. Factis scilicet universaliter

 $\frac{dT_n}{dn} = 0 = u' \cos(n.15^\circ + v') + 2u'' \cos(n.30^\circ + v'') + 3u''' \cos(n.45^\circ + v'''),$ atque substitutis valoribus cuique mensi propriis, eruentur inde tempora n maximi & minimi caloris diarni omnium mensium medii, quibus ulterius in valoribus T_n adhibitis habentur determinationes horum calorum medio-maximorum atque medio-minimorum, qua quidem ratione calculus sequentes nobis præbuit valores:

^{*)} Cfr. Kongl. Vetensk. Academiens nya Handlingar, Tom. XVII, för år 1796, p. 204, &c. Tab. VI.

Mense		s caloris Idiani		otidianus dio-
	maximi.	minimi.	mazimus.	minimus.
Januario	1. 58,6	15. 35,3	_ 6,91	- 9,56
Februario	1. 48,1	16. 7,5	- 4,25	- 8,39
Martio	1. 53,2	16. 25,2	- 1,70	- 7,94
Aprili	2. 5,2	15. 27,4	3,72	- 2,79
Majo	2. 24,4	14, 51,5	10,42	3,88
Junio	2. 30,4	14. 29,0	16,80	8,84
Julio	1. 38,2	14. 26,2	19,35	11,61
Augusto	1. 51,4	15. 4,0	17,90	10,69
Septembri	1. 55,1	15. 57,4	13,33	7,20
Octobri	1. 32,9	15. 59,5	7,41	3,44
Novembri	1. 51,4	15. 41,3	0,99	- 1,70
Decembri	2. 24,1	15. 48,2	- 4,09	-6,08

Perspicitur hine, tempus maximi caloris quotidiani circa horam pomeridianam secundam incidere. Si quidem menses Aprilem, Majum & Junium respicias, maximum calorem tempore æstivo serius observari absque dubitatione contenderes; perpensis vero simuliis, quæ de mensibus Julio & Decembri hic experimur, oritur duLium an regularis quædam ibi adsit variatio, vel an fortuitæ tantum anomaliæ adspectui nostro sese sistant. Convenientissimum igitur certe erit assumere has anomalias re vera exsistere, atque deinde easdem, quantum fieri poterit, climinare, quod quidem sequenti calculo, maxime probabiles valores determinaturo, fecimus. Designante nimirum m numerum mensis, ab initio Januarii computati, atque h horam maximi caloris diurni, valoribus supra allatis omnibus in calculum revocatis habebimus:

XIII.) $h=1,99+0,159 \sin(m.30^{\circ}+328^{\circ}32')+0,085 \sin(m.60^{\circ}+135^{\circ}48')$, cujus æquationis ope sequens pro medio quovis mense instituta est comparatio:

		maximi uotidiani	Differ-
	Observat	Computat	
Januario	1,98	1,97	+0,01
Februario	1,60	1,98	- 0,38
Martio	1,89	2,02	0,13
Aprili	2,09	2,12	- 0,03
Majo	2,41	2,21	+0,20
Junio	2,51	2,19	+0,32
Julio	1,64	2,06	-0,42
Augusto	1,86	1,88	- 0.02
Septembri	1,92	1,80	+0,12
Octobri	1,55	1,82	-0,27
Novembri	1,86	1,90	-0,04
Decembri	2,40	1,96	+0,44

Calculus harum differentiarum præbet valorem differentiæ inter determinationes hujus generis observatas & computatas maxime probabilem = 0\,\frac{1}{175}\,, atque ostendit errorem, qui in valoribus hic computatis, ad quos definiendos tota series observationum simul contulit, metuendus restat, esse probabiliter = \pm 0\,\frac{1}{105}\,, unde igitur intelligitur, tempus caloris maximi diurni mensibus vernalibus & æstivis, a Martio ad Julium inclusive, paullo post, & reliquis paullo ante horam secundam adesse.

Opinionem illam, qua minimum dici calorem paullo ante ortum solis vulgo observari contenditur, erroneam esse supra jam monuimus. Ostendunt nostræ observationes, quod etiam aliunde confirmatur, tempus minimi caloris a tempore ortus solis alia ratione non pendere, quam ut terminus minimi caloris, qui hiberno tempore circa horam matutinam quartam adesse solet, ab oriente sole media æstate retrorsum trudatur. Calculo enim cum determinationibus experientia datis, quas eam rem spectantes supra attulimus, instituto, invenimus maxime probabiles valores hujus temporis quæsiti hac æquatione erui:

XIV.) $h=15^{h}_{2}49+0.523 \sin(m.30^{o}+93^{o}18')+0.535 \sin(m.60^{o}+287^{o}49')$, ubi mensium numerus m ab initio anni computatur. Ejus ope sequentes nacti sumus determinationes, quæ pro medio quovis mense valent:

		inimi caloris idiani	Differentia.		
	Observat.	Computat.			
Januario	15,59	15,63	- 0.04		
Februario	16.12	16,00	+ 0.12		
Martio	16,42	16,12	+ 0,30		
Aprili	15,46	15,68	- 0,22		
Majo	14,86	14,94	- 0,08		
Junio	14,48	14,46	+ 0,02		
Julio	14,44	14,64	0,20		
Augusto	15,07	15,31	0,24		
Septembri	1 5,96	15,91	+ 0,05		
Octobri	15,99	16,01	0,02		
Novembri	15,69	15,72	- 0,03		
Decembri	15,80	15,48	+ 0,32		

Valor differentiarum maxime probabilis est = ± 0 ,12, atque error in valore h' metuendus = ± 0 ,04.

Priusquam ad ulteriores conclusiones ex allatis deducendas progredimur, animadvertere debemus subductos calculos pro singulis speciatim valere mensibus, nulla adhuc inter hos observata

mutua relatione. Etiamsi nempe variationes temperaturæ cujusque mensis singuli satis quidem accurate sint determinatæ, fieri tamen potest, ut, facta simul omnium mensium comparatione, anomaliæ adhuc restent eliminandæ, quæ quidem illum æquationum allatarum terminum, qui ex observationibus immediate est deductus, valorem scilicet caloris mensium medium, spectant. Necessarium igitur erit relationem inter hos valores omnes medii caloris exactius calculo determinare.

Sit jam n numerus mensis cujusdam ab initio Januarii computatus, atque calor ejusdem mensis medius = t, eruitur:

XV.)
$$t = 3^{\circ},704 + 11,783 \sin (n.30^{\circ} + 244^{\circ}.43')$$

+ 0,777 Sin $(n.60 + 82.57)$
+ 0,467 Sin $(n.90 + 288.59)$;

atque hine habetur:

	Calor	medius	Differentia.	
	Observat	Computati		
Januario	- s,07	— 7,39	- 0,68	
Februario	- 6,25	- 6,87	+ 0,62*	
Martio	— 4,7 6	- 4,33	-0,43	
Aprili	+ 0,74	+ 0,47	+ 0,27	
Majo	+. 7,51	+ 7,38	+ 0,13	
Junio	+ 13,61	+ 13,73	-0,12	
Julio	+ 16,01	+ 16,22	-0,21	
Augusto	+ 14,58	+ 14,47	+ 0,11	
Septembri	+ 10,46	+ 10,50	- 0,04	
Octobri	+ 5,61	+ 5,51	+ 0,10	
Novembri	- 0,12	- 0,16	+ 0,04	
Decembri	- 4,87	- 5,08	+ 0,21	

Verisimillimus valor erroris in t metuendi est = \pm 0,07. Differentiæ vero hic inventæ correctionem efficient, quæ e termino æquationum I—XII constante respective est subtrahenda, quo correctus valor caloris medii, qualis hic (æquat. XV) habetur computatus, oriatur. Eadem autem correctione ubique respective adhibita, definiuntur tandem sequentes valores medii:

Hora.	Jan.	Febr.	Mart.	Apr.	Maj	Junio	Julio	Aug.	Sept.	Oct.	Nor.	Dec.
Merid 0	- 6,5	- 5°,3	- 1,°S	3,1	9,9	16,1	19,4	17,5	13,1	7,1	0,8	-4,5
1		-5,0	1	3,3	10,1	16,7	19,5	17,7	13,3	7,3	0,9	-4,4
2	-6,2	-4,9	-1.3	3.4	10.3	16,9	19,5	17.8	13,4	7,3	1.0	-4,3
3	-6.3	-5,0	-1,4	3,4	10.3	16,9	19,4	17,7	13.3	7, t	0.9	-4,3
4	-6,5	-5,4	-1,8	3,1	10,0	16,8	19,1	17,3	12.9	6,8	0,7	-4,5
5	-6,7	-5, 8	-2,4	2,6	9,6	16,4	18,5	16,7	12,4	6,1	0,4	-4,7
6	-7,0	-6.2	-3,0	2,0	9,0	15,9	17,8	16,0	11,7	6,1	0,2	-4,9
1 7	-7,2	-6,4	-3,6	1,4	8,4	15,2	17,1	15,2	11,0	5,8	0,1	-4,9
8	-7,2	-6,6	i,1	0,7	7,7	14,5	16,3	14,5	10,5	5,6	0	-4,9
9	— 7,2	- 6,7	-4,5	0.1	7,0	13,6	15,5	13.3	10,1	5,6	0	-4.8
10	-7,2	-6,8	-4.8	-0,4	6,4	12,7	14,6	13,2	9,8	5,4	0	-4,5
11	-7,3	-7,0	-5,1	-0,9	5,6	11,6	13,8	12,5	9,5	5,2	-0,1	-4,8
12	7,6	-7,4	-5,5	-1,5	4,9	10,4	13,0	11,9	9,1	4,7	-0,4	-5,1
13	-8.0	-7,9	-6,1	-2,2	4,3	9,5	12,3	11,2	8,5	4,2	0,9	-5,5
14	S,4	-8,4	-6,7	-2,7	3,9	9,0	11,9	10,8	7,9	3,7	-1.3	-5,9
15	- 8,6	-8,8	-7,2	-3,0	3,8	9,1	11,9	10,6	7,4	3,4	-1,6	-6,2
16	-8,8	-9.0	-7.5	-3,0	4,1	9,7	12,4	10,8	7,2	3,3	1,7	-6,3
17	- S,7	-8.9	-7,5	-2,5	4,8	10,8	13,4	11,5	7,5	3,6	-1,4	-6,1
18	-8,5	-8,7	-7,0	-1,7	5,8	12,2	14,7	12,5	8,2	4,1	- 1,0	-5,8
19	- S,1	-8,2	-6,3	-0,7	6,8	13,5	16,0	13,7	9,2	4,8	-0,6	-5,5
20	-7,7	-7,6	-5,3	0,4	7,7	14,6	17,2	14,8	10,2	5,4	-0,1	-5,2
21	-7,1	-7,0	-4,3	1,4	8,5	15,3	18,1	15,8	11,2	6,0	0,2	- 5,0
22	-7,1	-6,3	_ 3,3	2,2	9,1	15,8	18,7	16,6	12,0	6,5	0,5	-4,8
23	-6,S	-5,7	-2,4	2,7	9,5	16,1	19,2	17,1	12,6	6,9	0,6	-4,7
MeJ	-7.4	-6,9	-4.3	0.5	7,4	13,7	16,2	14,5	10.5	5.5	-0,2	-5,1

Hinc erit primum adnotandum, calorem aëris Helsingforsensis medium totius anni esse

(significantibus (Jan.), (Febr.) &c. calorem medium horum mensium), qui valor ostendit correctione parvula egere positionem lineæ isothermalis 5° in regione Sinus Finnici, qualem illam pinxerunt recentissimi, quos novimus, Scrutatores harum rerum Schouw *) & Berghaus **). Hi scilicet calorem nostræ urbis medium annuum = + 4°,2 supposuisse videntur. Deinde si morem sequimur eorum, qui annum in quatuor partes æquales dividunt, hiemem, quæ menses Decembrem, Januarium & Februarium complectitur, ver, cui adnumerautur Martius, Aprilis & Majus, æstatem, cui pertinent Junius, Julius & Augustus, atque tandem autumnum, qui Septembrem, Octobrem & Novembrem continet, invenimus in nostra regione medium calorem

hiemis =
$$-6.4$$
,
veris = $+1.2$,
æstatis = $+14.8$,
autumni = $+5.3$,

^{*)} Atlas till Schouws Europa, Stockh 1838.

^{**)} Physikalischer Atlas, Gotha 1837, 1838 1839

quibus valoribus lineæ hujus loci isothera & isocheimona a Berghaus depictæ ab omni parte non conveniunt.

Cum vero patriæ nostræ solum ab initio Novembris ad finem usque Aprilis nive omnino ita sit obtectum, ut nulla plantarum vegetatio succedere possit, ad hiemem totum hoc tempus referre liceat, ad æstatem vero reliquos anni menses ab initio Maji ad finem Octobris, quo tempore vegetabilia plus minus crescunt; & tum quidem habemus medium calorem talis

hiemis =
$$-3.9$$
,
æstatis = $+11.3$. *).

Si valores caloris cujusque mensis maximos & minimos e comparatione universali nuperrime (pag. 217) allata sejunctim colligimus, sequentem habebimus comparationem:

^{*)} Hanc divisionem pro Ioco Ilaapakylä Paroeciæ Torncoënsis secutus est queque Burman in Act. Acad. Stockholm 1832, p. 76.

	Calor medio- maximus.	Calor medio- minimus.	Differen-
Januario	- 6,23	- 8,88	2,65
Februario	— 4,87	- 9,01	4,14
Martio	- 1,27	— 7,51	6,24
Aprili	+ 3,45	- 2,96	6,41
Majo	10,29	+ 3,75	6,54
Junio	16,92	8,96	7,96
Julio	19,56	11,82	7,74
Augusto	17, 79	10,58	7,21
Septembri	13,37	7,24	6,13
Octobri	7,31	3,34	3,97
Novembri	0,95	- 1,74	2,69
Decembri	- 4,30	- 6,29	1,99

Hi quidem, uti apparet, sunt valores medii caloris maximi & minimi ex omnium dierum cujusque mensis observationibus desumti. Simili ratione quæri possunt valores absolute maximi & minimi, collecti scilicet adnotando unicum tantum per singulos menses cujusque anni absolute maximum & minimum valorem. Ad formandam talem collectionem speciatin percurrimus totam seriem observationum, quo facto sequentem nacti sumus tabulam relationum:

Calor absolute maximus Helsingforsiæ.

	Dec.	2,7	4,0	3,0	3,2	4,4	3,5	3,0	4,8	4,0	4,8	1,2	3,59	± 0,71
	Nov.	3,7	8,2	7,4	7,3	8,3	3,7	4,0	4,8	8,0	6,6	0,9	6,48	+ 1,43
	Octob.	13,5	13,8	11,5	8,11	12,3	13,7	14,7	12,8	12,7	12,7	13,7	13,02	± 0,65
ľ	Sept.	18,2	16,0	16,4	16,3	9'81	24,5	17,0	23,0	17,2	19,5	17,8	18,59	± 1,85
	Aug.	22,5	22,4	25,5	8,42	20,2	29,0	20,7	24,3	23,9	21,2	29,8	24,03	± 2,13
	Julio	25,8	24,7	26,5	23,7	26,2	26,5	25,0	23,6	23,5	25,3	30,5	25,57	+ 1,34
	Junio	23,2	22,7	28,0	22,3	22,7	24,0	27,7	20,0	23,8	26,0	23,2	23,96	19,1 =
	Majo	20,5	12,7	21,3	10,4	16,5	20,0	16,2	16,4	22,0	19,8	21,5	18,73	E 1,95
	Aprili	4,6	8,6	7,01	11,4	9,3	12,7	10,0	10,3	14,4	10,7	6,4	10,74	+ 1,07
	Mart. Aprili	4,6	တွင်	9,5	8	4,5	5,3	5,4	5,8	4,0	2,2	2,0	5,03	+ 1,53
	Febr.	+0,7	0,9	2,0	0,9	2,1	4,9	4,3	3,8	2,8	1,5	1,8	3,26	± 1,24
	Jan.	7,2	+1,2	1,5	2,0	4,2	1,3	3,5	2,0	2,8	-0,3	+3,0	1,68	98'0 +
	Annus.	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	Medium Limites	proba- biles

Calor absolute minimus Helsingforsice.

Annus.	Jan.	Febr.	Mart.	Aprili	Majo	Junio	Julio	Aug.	Sept.	Sept. Octob.	Nov.	Dec.
1820	-24,0	-25,0	-23,5	-13,4	0,0 —	2,0	10,0	x,	+	7,2	911 -	- 22,3
1830	-26, 0	-22,3	-26,0	-13,0	0,6—	3,0	5,3	Ť,	+ 1,5	4,5	10,01	0,1.1
1831	0,8%-	-23,5	-27,0	- 14,0	-2,2	6,5	8,0	7,3	- 0,3	- 5,0	1 1	20,5
1832	-22,0	9,41-	-15,3	0,0	1,7	6'0	3,5	0,5	+ 0,2	6,4	5,0 -	- 13
1833	-24,0	-23,0	-21,5	-13,0	4,5	1,3	4,4	8,0	8,0+	+ 2,3	0,6 -	0,71-
1834	-23,2	-21,0	0,41	3,7	+ 1,3	2,0	5,0	3,8	7,4-	5,8	-12_{9}	15,0
1835	-16,2	0,61-	0,41	-14,8	-1,5	0,0	6,8	4.3	+ 3,8	- 0.5	-14,5	-31,0
1838	-23,5	-18,5	-12,6	1,0	-2,9	0,1	5,5	5,3	0,1 -	5,8	-12,0	0'61-
1837	-22,2	0,41	-28,0	-17,5	0,1-	0,1	6,7	5,4	-2,0	-2,0	8.6	1.91
1838	-28,5	-29,8	-22,0	-15,2	-3,0	0,5	2,6	4,0	+ 4,0	4,5	-17,0	-12,5
18.89	-23,0	-25,0	-25,0	-12,4	-0,5	2,6	6.5	0,0	0	-10,0	-15,0	S. 61
Medium	-24,15	-20,00	-20,SI	-11,55	-2,45	2,20	5,55	5,27	0.37	4,30	-11.45	-18,32
proba- biles	C+ 5 +1	1 3,60	+ 3,90	+ 3,19	± 1,20	14.1	+ 1,40 + 1,48	+1	+ 1,52		+ 1,74 + 1,91	± 3,70

Si curvas maximi & minimi caloris, quales pro medio in multis locis calore affert Berghaus *), construere intendimus, anomaliæ, quæ adhuc nostris observationibus adsunt, submovendæ erunt, quod utique efficiet sequens

Calculus pro determinando calore Helsingforsiæ medio-maximo, facto initio mensium numerationis n ab initio Januarii:

XVI.)
$$t = 6^{\circ},08 + 12,723 \text{ Sin } (n. 30^{\circ} + 248^{\circ}. 7')$$

+ 0,798 Sin $(n. 60 + 44. 41)$
+ 0,504 Sin $(n. 90 + 278. 12)$;

	C a medio-r	lor naximus	Differentia.
	Oliservat.	Сотритат	
Januario	- 6,23	- 6,08	- 0,15
Februario	- 4,87	- 4,73	- 0,14
Martio	- 1,27	- 1,45	+ 0,18
Aprili	+ 3,45	+ 3,38	+ 0,07
Majo	10,29	10,21	+ 0,08
Junio	16,92	16,86	+ 0,06
Julio	19,56	19,78	- 0,22
Augusto	17,79	18,03	0,25
Septembri	13,37	13,20	+ 0,17
Octobri	7,31	7,24	+ 0,07
Novembri	0,95	0,82	+ 0,13
Decembri	- 4,30	— 4,30	0

^{*)} L. c. 1 Abtheil. Meteorologie N:o 5, Potsdam 1839. Amat in delineationibus suis anomalias observationum retinere, quas, quantum fieri potuit, calculo eliminare nos maluimus.

Calculus pro determinando valore caloris medio-minimi:

XVII.)
$$t = 0^{\circ},775 + 10,488 \sin (n. 30^{\circ} + 240^{\circ}. 45^{\circ})$$

+ 0,801 Sin (n. 60 + 97. 32)
+ 0,335 Sin (n. 90 + 341. 48);

	Calor medio-minimus		Differentia.
	Observat.	Computat	
Januario	- 8,88	- 8,84	- 0,04
Februario	- 9,01	- 9,10	+ 0,09
Martio	- 7,51	— 7,21	- 0,30
Aprili	- 2,96	- 2,77	- 0,19
Majo	+ 3,75	+ 3,64	+ 0,11
Junio	8,96	9,33	- 0,37
Julio	11,82	11,66	+ 0,16
Augusto	10,58	10,45	÷ 0,13
Septembri	7,24	7,28	- 0,04
Octobri	3,34	3,05	+ 0,29
Novembri	- 1,74	- 1,90	+ 0.16
Decembri	- 6,29	- 6.32	+ 0.03

Calculus pro determinando valore caloris absolute maximi:

XVIII.)
$$t = 12^{\circ},89 + 12,087 \text{ Sin } (n.\ 30^{\circ} + 252^{\circ}.\ 9')$$

+ 1,115 Sin $(n.\ 60 + 73.\ 51)$
+ 0,448 Sin $(n.\ 90 + 0.\ 36)$;

	C a absolute	Differentia	
	Observat.	Computat.	
Januario	1,68	2,22	- 0,54
Februario	3,26	2,76	+ 0,50
Martio	5,03	5,70	- 0,67
Aprili	10,74	10,90	0,16
Majo	18,73	18,42	+ 0,31
Junio	23,96	23,66	+ 0,30
Julio	25,57	25,72	0,15
Augusto	24,03	24,11	- 0,08
Septembri :	18,59	18,99	- 0,40
Octobri	13,02	12,72	+ 0,30
Novembri	6,48	6,29	+ 0,19
Decembri	3,59	3,19	+ 0,40

Calculus pro determinando valore caloris absolute minimi:

XIX.)
$$t = -8^{\circ},353 + 14,661 \sin(n. 30^{\circ} + 241^{\circ}. 27')$$

+ 0,894 Sin (n. 60 + 162. 26)
+ 0,268 Sin (n. 90 + 321. 25);

	C a absolute	Differentia.	
	Observat.	Computat.	
Januario	- 24,15	- 22,77	- 1, 38
Februario	- 20,90	- 23,00	+ 2,10
Martio	- 20,81	- 19,08	— 1 ,73
Aprili	11,55	-11,86	+ 0,31
Majo	- 2,45	- 3,32	+ 0,87
Junio	+ 2,20	+ 3,14	0,94
Julio	5,85	5,67	+ 0,18
Augusto	5,27	4,60	+ 0,67
Septembri	0,37	1,18	-0,81
Octobri	- 4,30	- 4,46	+ 0,16
Novembri	11,45	11,68	+ 0,23
Decembri	- 18,32	- 18,65	+ 0,33

Hisce cognitis iunotescit illa inter calorem cujusque mensis maximum & minimum differentia, quæ ad magnam partem characterem climatis determinat. Habetur vero eadem admodum diversa secundum diversam, qua res consideratur, rationem. Est nempe

	Differentia inter medio- maximum & minimum calorein	Differentia inter absolute maximum & minimum calorem
Januario	2,76	24,99
Februario	4,37	25,76
Martio	5,76	24,78
Aprili	6,15	22,76
Majo	6,57	21,74
Junio	7,53	20,52
Julio	8,12	20,05
Augusto	7,58	19,51
Septembri	5,92	17,81
Octobri	4,19	17,18
Novembri	2,72	17,97
Decembri	2,02	21,84

Si æquationibus XV, XVIII & XIX rite utimur, sequentem pro decimo quovis cujusque mensis die obtinemus comparationem,

ubi m est calor absolute minimus, quem probabiliter possumus exspectare, itemque M maximus, m' vero ex observationibus omnium horarum medius:

	m	M	m'		m	M	ın'
Jan1	- 21,40	+ 2,46	- o.o	Jul 1	+ 4,30	+25,46	+15,6
10	- 22,72	2,26	- 7,2	10	5,14	25,74	+16,1
20	- 23,10	2,23	- 7,5	20	5,71	25,59	+16,2
Febr 1	- 23,60	2,33	- 7,4	Aug 1	5,19	25,07	+ 15,8
10	- 23,35	2,57	- 7,1	10	4,86	24,20	+ 15,0
20	- 22,64	2,99	- 6,6	20	4,16	23,02	+13,9
Mart 1	- 21,55	3,66	- 6,1	Sept 1	3,53	21,59	+12,9
10	- 19,72	4,62	- 4,9	10	2,18	19,90	+11,2
20	- 18,13	5,95	- 3,4	20	0,34	18,03	+ 9,7
April1	- 15,43	7,67	- 2,3	Octob. 1	- 0,89	15,96	+ 8,1
10	- 12,80	9,74	- 0,5	10	- 2,95	13,52	+ 6,4
20	- 10,44	12,10	+ 1,5	20	- 5,58	11,64	+ 4,6
Maj 1	- 7,10	14,64	+ 3,8	Nov 1	7,90	9,54	+ 2,7
10	- 4,71	17,18	+ 6,2	. 10	11,43	7,61	+ 0,7
20	- 2,01	19,59	+ 8.6	20	- 12,93	5,95	- 1,1
Jun 1	+ 0,22	21,72	+10,9	Dec 1	- 15,61	4,60	- 2,9
10	+ 2,11	23,44	+12,9	10	- 17,68	3,57	- 4,4
20	+ 3,91	24,70	+14,5	20	- 19,53	2.88	_ 5,7

Si ex aquatione XV formamus hanc aliam:

XX.)
$$\frac{dt}{dn} = 0 = 11,783 \text{ Cos } (n. 30^{\circ} + 244^{\circ}. 43')$$

+ 1,554 Cos $(n. 60 + 82. 57)$
+ 1,401 Cos $(n. 90 + 288. 59)$,

inde cruentur tempora in quæ incidunt auni calor maximus & minimus. Quæsitis nempe hujus æquationis radicibus, indicatum habemus calorem anni

Tempora vero medii caloris annui determinat sequens æquatio, quæ ex æquatione itidem XV formatur, seilicet:

XXI.)
$$0 = 11,783 \text{ Sin } (n. 30^{\circ} + 244^{\circ}. 43')$$

 $+ 0,777 \text{ Sin } (n. 60 + 82. 57)$
 $+ 0,467 \text{ Sin } (n. 90 + 288. 59),$

quæ ostendit incidere

calorem anni medium in
$$\begin{cases} n = 3,990, \text{ seu diem } 30 \text{ Aprilis}, \\ n = 9,825 \dots 24 \text{ Octobris}. \end{cases}$$

Quoniam in universum pro singulis mensibus habuimus calorem horæ n seu $T_n = T + u' \sin(n.15 + v') + u'' \sin(n.30 + v'') + u''' \sin(n.45 + v''')$, crit $T_n = T$ quando valorem medii caloris diurni attigit T_n , quo igitur casu esse debet

$$0 = u' \sin(n. 15^{\circ} + v') + u'' \sin(n. 30^{\circ} + v'') + u''' \sin(n. 45^{\circ} + v''')',$$

qua æquatione determinatur hora n, in quam incidit ille medius calor. Tali autem pro singulis mensibus speciatim instituto calculo erunutur sequentes valores:

	Calor medius Helsingforsia incidit in horam		
	sulemer. Lasin	, Ç. 120°2. a 231	
Januario	9. 3.3	10. 57.3	
Februario	9. 10,9	10. 27.9	
Martio	8. 57,5	8. 39.5	
Aprili	8. 3,4	8. 26.3	
Majo	7. 38,0	8. 27,7	
Junio	7. 12,5	8. 54,0	
Julio	7. 10,1	8. 3,7	
Augusto	7. 45,7	8. 3,0	
Septembri	8. 14.8	8. 0	
Octobri	8. 9.8	9. 27,2	
Novembri	8. 3.5	8. 52.3	
Decembri	8. 14,4	11. 56,1	

Hinc luculenter apparet, horam medii caloris tam antemeridianam quam pomeridianam per totum annum non esse constantem, sed ociorem tempore æstivo, seriorem hiemali. Cum vero anomaliæ quædam in hisce quoque determinationibus adhuc restent, præstat easdem eliminare adhibitis sequentibus æquationibus

pro hora invenienda medii caloris antemeridiana:

XXII.)
$$h = 8^{\circ},145 + 0,766 \text{ Sin } (n.\ 30^{\circ} + 70^{\circ}.\ 47') + 0,435 \text{ Sin } (n.\ 60 + 324.\ 37) + 0,149 \text{ Sin } (n.\ 90 + 11.\ 50);$$

& pro hora ejusdem determinationis pomeridiana:

XXIII.)
$$h = 9^{\circ},186 + 1,370 \sin (n.30^{\circ} + 82^{\circ}.50') + 0,770 \sin (n.60 + 94.21) + 0,314 \sin (n.90 + 33.2),$$

puarum ope sequentes habebuntur valores:

	Hora coloris medii		
	antemeridiana	pomeridiana	
Januarii die 1	8,6	11,5	
15	9,0	11,5	
Februarii 1	9,2	11,0	
15	9,3	10,3	
Martii 1	9,1	9,4	
15	8,9	8,7	
Aprilis 1	8,5	8,3	
15	8,2	8,3	
Maji 1	7,9	8,5	
15	7,6	8,7	
Junii 1	7,4	8,8	
15	7,2	8,7	
Julii 1	7,1	8,4	
15	7,2	8,2	
Augusti 1	7,4	8,0	
15	7,7	8,0	
Septembris 1	8,0	8,1	
15	8,2	8,3	
Octobris 1	8,3	8,5	
15	8,2	8,8	
Novembris 1	8,1	9,2	
15	8,0	9,8	
Decembris 1	8,1	10,5	
15	8,3	11,1	

Magni in Meteorologia momenti est res, ut calor loci cujusdam medius diurnus, indeque medius menstruus & annus, determinetur. Si quidem omnium horarum diei noctisque calor innotescit, medius quoque inde mox cognitus habetur; si vero desunt plurium horarum observationes, vel si paucæ tantummodo earum adsunt, quæstio oritur, quomodo ex illis probabilis possit erui calor medius. Notum est, duplici ratione huic quæstioni solvendæ operam navasse scrutatores, aut illas eligendo horas pauciores, pro diversis anni temporibus variabiles, e quarum calore observato medius facili calculo determinari possit, qualem methodum Poggendorff *), formulis pro quadratura curvarum per approximationem invenienda a Gauss traditis **) utens, proposuit; aut etiam pauciorum horarum constantium pro lubitu electarum observationes ita combinando, ut medius calor inde resultet, quæ vulgaris fuit plurium methodus. Quænam harum nostro climati aptissima censeatur atque commodissima, eo diligentius jam examinetur, quo certius assumi possit, eandem, quam Helsingforsiæ potissimum adhibendam docent nostræ determinationes, in tota quoque Finlandia & adjacentibus ei regionibus esse convenientissimam.

Examen nostrum hoc respectu instituendum in partes dispescemus, prout unica tantum observatione, vel pluribus, nititur determinatio medii caloris.

^{*)} In Annalen der Physik, So B., p. 410 &c.

^{**)} In Commentat. Societatis Reg. Scientiarum Gottingensis recentior. Tom III. Classis Mathematicae, pag. 72, &c.

I. Si unius solummodo observationis ope, nulla addita correctione, invenietur calor medius, per se patet, nullam aliam posse adhiberi, quam quæ pertinet horæ, vel antemeridianæ vel pomeridianæ, supra ope æquat. XXII & XXIII determinatæ. Et si hac ratione valores pro diversis diebus proxime consecutivis, vel pro eodem die plurium aunorum, plus minus a se aberrantes oriuntur, monendum est, rationem rei requirere ut multorum annorum observationes consulantur, si valor universaliter medius desideratur. -Ad normam luijus methodi commodissime utique possunt adornari futuræ observationes; quando vero ex antiquis, quæ horis constantibus ad hanc regulam non accomodatis sunt adnotatæ, inveniendus est medius valor, correctio necessario est addenda, quæ eo erit minor, quo propiores horæ illi, cui adest medius calor, sunt factæ observationes, quamobrem horæ præsertim septima & octava antemeridiana, quibus frequentissime adnotatæ sunt tam autiquioris temporis quam hodierni observationes, speciatim examinari merentur. Facto igitur calore medio quæsito = m', calore observato horæ autemeridianæ septimæ = (VII), & octavæ = (VIII), inveniuntur ex iis, quæ usus æquationum supra allatarum I-XII determinat, observationibus harum horarum addendæ correctiones, adeoque caloris m' valores veris proximi, nempe initio computationis mensium n a medio Januario sumto:

XXIV.) ...
$$m' = (VII) + 0.83 + 0.306 \sin (n.30^{\circ} + 45^{\circ}.42') + 0.613 \sin (n.60 + 331.29),$$

XXV.) ...
$$m' = (VIII) + 0.013 + 0.400 \operatorname{Sin} (n.30^{\circ} + 80^{\circ}.35') + 0.456 \operatorname{Sin} (n.60 + 328.44) + 0.030 \operatorname{Sin} (n.90 + 47.23).$$

Similiter, quoniam in quotidianis seriebus meteorologicis vulgo occurrunt observationes horarum pomeridianæ secundæ = (II_i) & nonæ = (IX_i) , addere convenit:

XXVI.) ...
$$m' = (II_t) - 2,367 + 1,173 \sin (n. 30^{\circ} + 118^{\circ}. 59')$$

 $+ 0,492 \sin (n. 60 + 167. 46)$
 $+ 0,095 \sin (n. 90 + 77. 54).$
& XXVII.) ... $m' = (IX_t) + 0,152 + 0,407 \sin (n. 30^{\circ} + 277^{\circ}. 40')$
 $+ 0,130 \sin (n. 60 + 2. 12)$
 $+ 0,155 \sin (n. 90 + 258. 12).$

Harum vero æquationum ope sequentes pro inveniendo

$$m' = (VII) + C_{(1)},$$

 $m' = (VIII) + C_{(2)},$
 $m' = (II_{i}) + C_{(3)},$
 $m' = (IX_{i}) + C_{(4)},$

computatæ sunt correctiones ipsis observationibus addendæ:

	C ,	C·2	C 3	C.
Januario	+0,76	+0,19	-1,14	- 0,35
Februario	+1,45	+0,63	-2,11	-0,09
Martio	+1,74	+0,70	-2,91	+0,26
$A_{ m Prili}$	+1,34	+0,30	- 3,06	+0,19
Majo	+0,60	0,33	- 2,92	+0,13
Junio	+0,13	0,73	- 3,05	+0,39
Julio	+0,32	0,64	- 3,38	+0,76
Augusto	+0,85	- 0,16	- 3,36	+0,62
Septembri	+1,15	+0,24	- 2,76	+0,27
Octobri	+0,91	+0,20	1,88	+0,03
Novembri	+0,43	- 0,09	1,09	- 0,06
Decembri	+0,30	0,15	-0,75	- 0,30

Orta quæstione, utra harum serierum ad inveniendum calorem medium m' potissimum utamur, ad errores in hisce determinationibus metuendos est attendendum. Significantibus vero $\varepsilon(C_{(1)})$, $\varepsilon(C_{(2)})$, $\varepsilon(C_{(3)})$ & $\varepsilon(C_{(4)})$ respective errores probabiles correctionum $C_{(1)}$, $C_{(2)}$, $C_{(3)}$ & $C_{(4)}$, habebimus, instituto calculo,

$$\varepsilon(C_{(3)}) = \pm 0^{\circ},09, \qquad \varepsilon(C_{(2)}) = \pm 0^{\circ},13,$$
 $\varepsilon(C_{(3)}) = \pm 0,06, \qquad \varepsilon(C_{(4)}) = \pm 0,10,$

unde intelligitur valorem ex observato calore horæ secundæ po-

meridianæ deductum minimo errore esse obnoxium, quod quidem exinde etiam poterat exspectari, quoniam variationes caloris, qui eo tempore fere est maximus, minimæ necessario observabuntur.

II. Qvando e duabus observationibus deducendus est valor caloris medii, plures propositæ sunt combinationes. Primum consideranda venit approximatio $P \circ g g \circ n \circ f f i i$ ad normam formularum Gaussii instituta, quæ in eo consistit, ut, sumta hora ortus solis = a, quærantur calores $R \otimes R_1$ horis h = a + 0.2113.24 = a + 5.07, atque $h_1 = a + 0.7887.24 = a + 18.93$, respective observati, quo facto habebitur medius calor $m' = \frac{1}{2}(R + R)$. In nostris observationibus nullæ quidem obveniunt hisce temporibus adnotatæ; cum vero facili interpolatione e cognitis circumjacentibus possint deduci, hujus methodi examinandæ gratia sequentem pro medio quovis mense exhibebinus comparationem:

	Horæ o	bserva-	Calores horaru spec		$\frac{R+R_1}{2}$	m'	Differ.
	h	h_{i}	R	R_1			
Januar	1,95	15,81	-6,91	-9,45	-8,18	-8,07	-0,11
Februar.	0,79	14,65	-4,43	-8,06	-6,25	-6,25	0
Mart	23,39	13,25	-2,57	-6,66	-4,62	-4,76	+0,14
April	21,84	11,70	+2,31	-1,08	+0,61	+0,74	-0,13
Maj	20,45	10,31	8,18	+6,26	7,22	7,51	_0,29
Jua	19,69	9,55	13,41	12,98	13,54	13,61	-0,07
Jul	20,14	10,00	17,11	14,42	15,77	16,01	-0,24
August.	21,30	11,18	16,14	12,53	14,34	14,58	-0,24
Sept	22,55	12,41	12,33	8,80	10,56	10,46	+0,10
Octob	23,75	13,61	6,78	3,99	5,39	5,61	-0,22
Novemb.	1,09	14,95	0,95	-1,63	-0,34	-0,12	-0,22
Decemb:	2,09	15,95	-4,10	-6,08	-5,09	- 4,87	-0,12

Defectu igitur plerumque errare videtur hæc methodus; si vero minoris quoque momenti has oberrationes æstimaremus, aliud tamen ei adhæret grave incommodum inde petendum, quod, excepto tempore æstivo, nocturnas requirat observationes, illudque ejus est indolis, ut eam quotidiano usui non possimus commendare.

Duæ deinde sunt vulgatissimæ rationes medium calorem e duabus observationibus computandi, quæ an itidem in nostro climate habeantur accuratissimæ, jam videamus. Sumi scilicet in eum finem solet medium arithmeticum calorum aut maximi & minimi, aut etiam horæ antemeridianæ & pomeridianæ decimæ. Factis igitur calore mensis maximo = M, minimo = m, medio = m', nec non horæ decimæ antemeridianæ = (X), & pomeridianæ = (X_1) , ut etiam

$$m' = \frac{1}{2} (M + m) + C_{(5)}$$

$$m' = \frac{1}{2} ((X) + (X_1)) + C_{(6)}$$

atque

pra allatæ I...XII præbent, atque facto initio numerationis mensium (numeri n) ab initio anni; habemus

XXVIII.)
$$C_{(5)} = 0.28 + 0.197$$
 Sin $(n.30^{\circ} + 265^{\circ}.19^{\circ})$
 $+ 0.173$ Sin $(n.60 + 117.36)$
 $+ 0.056$ Sin $(n.90 + 296.2)$,
atque XXIX.) $C_{(5)} = -0.44 + 0.101$ Sin $(n.30^{\circ} + 100^{\circ}.34^{\circ})$
 $+ 0.110$ Sin $(n.60 + 351.43)$

 $+0.055 \sin (n.90 + 240.43)$

qui valores sequentes præbent numericas determinationes, pro medio quovis mense computatas:

	C (\$)	C .,
Januario	0,16	-0,36
Februario	0,10	- 0,26
Martio	0,06	- 0,31
Aprili	0,17	0,54
Majo	0,47	- 0,69
Junio	0,69	0,59
Julio	0,58	0,44
Augusto	0,29	0,40
Septembri	0,15	0,43
Octobri	0,20	0,42
Novembri	0,25	-0,41
Decembri	0,21	- 0,42

ubi erroles probabiles sunt $\epsilon(C_{ij}) = \pm 0.04$, & $\epsilon(C_{ij}) = \pm 0.05$.

Neutram igitur harum methodorum ita in nostro climate, ut in Anglia præcipue usurpantur, sine addita correctione admittendam esse apparet. Quod vero de valore $\frac{1}{2}[(X) + (X_i)]$ sic invenimus, de aliis quoque observationum horis homonymis institutarum æque valet. Contenderunt scilicet multi, $\frac{1}{2}[(VII) + (VII_i)]$, atque $\frac{1}{2}[(VII) + (VIII_i)]$ & $\frac{1}{2}[(IX) + (IX_i)]$, &c. &c., satis accuratos medii caloris valores præbere; facta vero computatione experti su-

mus, pro nostro climate eos adeo esse justo majores, ut sine addita correctione subtractiva non debeant adhiberi. *)

III. E tribus quoque quotidie institutis observationibus calorem medium eruendi plures excogitatæ sunt methodi. Inter omnes illas eminet utique Gaussio-Poggendorffiana supra nominata, si exactos, vel saltem egregie approximatos, quos præbet, valores respexeris, cum vero eadem ad tres extensa terminos, æque ac ad duos, nocturnas requirat observationes, ad practicum usum minime est accommodata, quare eam speciali comparatione examinare supervacaneum omnino putamus.

Si universaliorem spectas usum a plurimis commendatum, maximam sane tribues attentionem rationi ex observationibus conjunctis caloris horæ septimæ antemeridianæ = (VII), secundæ pomeridianæ = (II₁) & nonæ pomeridianæ = (IX₁) calorem medium determinandi. Unanimi fere consensu fuit nempe assumtum, haberi $m' = \frac{1}{3} \left[(VII) + (II_1) + (IX_1) \right]^{**}$; cum vero deinde animadversum sit, justo majorem, deficientibus observationibus nocturnis, hac ratione quoque fieri computatum calorem, recentioribus temporibus ejus loco substituit Kämtz ***) hanc formam: $m' = \frac{1}{4} \left[(VII) + (II_1) + 2 (IX_1) \right]$, qua etiam in redigendis observationibus

^{*)} Neque in aliis climatibus tales computationes correctione adhibenda carere posse, ostendunt expositiones ejus rei in Repertorium der Physik, herausgegeb. von Dove, Berlin 1839, B. III, p. 367 &c.

^{**)} Cfr. Ephemerid. Mateorol. Palatin.

^{***} Lehrbuch der Meteorologie, 1 B. p 102.

Petropolitanis usus est Kupffer *), cui autem Schön hanc anteponit: $m = \frac{1}{3!} \left[7 \left(\text{VII}_1 + 7 \left(\text{II}_1 \right) + 10 \left(\text{IX}_1 \right) \right] **)$, quæ tamen omnes pronostro climate sua egent correctione. Instituto nempe calculo pro Helsingforsia eruimus, facto numero mensium = n, ab initio anni computatorum:

$$\begin{split} XXX.) ...m' = \frac{1}{3} [(VII_1 + [II_1]) + (IX_1)] - 0.46 + 0.293 \text{Sin} [n.30^\circ + -94^\circ.52) \\ + 0.090 \text{Sin} (n.60 + 283.19) \\ + 0.049 \text{Sin} (n.90 + 112.50); \\ XXXI.) ...m' = \frac{1}{4} [(VII_1 + [II_1]) + 2(IX_1)] - 0.31 + 0.127 \text{Sin} (n.30 + 104.43) \\ + 0.088 \text{Sin} (n.60 + 304.43) \\ + 0.072 \text{Sin} (n.90 + 128.22); \\ XXXII.) ...m' = \frac{1}{24} [7(VII_1 + 7[II_1]) + 10(IX_1)] - 0.38 + 0.223 \text{Sin} (n.30 + 100.12) \\ + 0.080 \text{Sin} (n.60 + 282.4) \\ + 0.057 \text{Sin} (n.90 + 141.42). \end{split}$$

Factis igitur compendii causa

$$m' = \frac{1}{2} [(VII) + (II_1) + (IX_1)] - C_{.7},$$

 $m' = \frac{1}{4} [(VII) + (II_1) + 2(IX_1)] - C_{.5},$
 $m' = \frac{1}{24} [7(VII) + 7(II_1) + 10(IX_1)] - C_{.5};$

allatæ æquationes hos præbent valores numericos, ad medium quemvis mensem pertinentes:

^e) Observat. Meteorologiques & Magnetiques faites dans l'étendue de l'Empire de Russie, No 1, p. 6.

^{••)} Archiv für die gesammte Naturlehre, herausgeg. von Kastner, XXIV B, s. 191.

	$C_{(7)}$	$C_{(3)}$	C .9,
Januario	0,26	0,23	0,24
Februario	0,30	0,27	0,29
Martio	0,34	0,23	0,28
Aprili	0,45	0,27	0,36
Majo	0,69	0,46	0,59
Junio	0,88	0,60	0,74
Julio	0,80	0,46	0,63
Augusto	0,59	0,25	0,43
Septembri	0,41	0,21	0,33
Octobri	0,34	0,28	0,28
Novembri	0,22	0,26	0,21
Decembri	0,22	0,20	0,18

ubi errores probabiles sunt: $\epsilon(C_{(7)})=\pm0,02$; $\epsilon(C_{(8)})=\pm0,03$; $\epsilon(C_{(9)}=\pm0,03$.

Apparet igitur has correctiones omnes ab anni temporibus ita pendere, ut mensibus æstivis majores, hibernis minores sint. Unica tantum, quam coronidis loco addamus, nobis nota est ratio computandi, cui parvula per totum annum constans*) sufficit correctio. E theoreticis nempe considerationibus sequitur, medium proxime haberi debere calorem e media summa calorum horis per

^{*)} An ubique locorum constans sit, alia occasione examinabimus.

totum diem (cum nocte) æquidistantibus observatorum, quare proposuit Poggendorff *), horas octavam antemeridianam atque quartam & duodecimam pomeridianam in eum finem esse eligendas. Cum vero nostræ vivendi rationi magis convenit ut horam nocturnam duodecimam evitemus, loco horarum nominatarum substituendas esse judicavimus septimam antemeridianam cum tertia & undecima pomeridiana, quibus adhibitis hæc regula:

$$m' = \frac{1}{4} [(VII) + (III_1) + (XI_1)] - 0.14$$

medio colori e tribus observationibus in nostro climate inveniendo ita inservit, ut error probabilis tantum $=\pm 0,04$ sit metuendus, quod quidem e sequenti comparatione facile concluditur:

	Observ.	Compnt.	Differ.
Januario	- 8,07	- 8,07	U
Februario	- 6,25	- 6,27	+ 0,02
Martio	- 4,76	- 4,85	+ 0,09
Aprili	+ 0,74	+ 0,71	+ 0,03
Majo	7,51	7,54	- 0,03
Junio	13,61	13,72	- 0,11
Julio	16,01	16,04	- 0,03
Augusto	14,58	14,59	- 0,01
Septembri	10,46	10,46	0
Octobri	5,61	5,64	- 0,03
Novembri	_ 0,12	- 0,20	+ 0.08
Decembri	- 4,87	- 4,80	- 0.07

^{*)} Annalen der Physik, B. 118, p. 632.

IV. Inter plures combinationes, quibus e quatuor observationibus computari potest medius calor, duas tantummodo examinemus. In cognoscenda loci cujusdam temperie maximi certe nostra interest experiri, quinam sit calor diei cujusvis minimus, quinam medius atque maximus. Qui igitur observationes thermometricas quotidianas instituere sibi serio proposuit, occasione vero quavis hora diei easdem adnotandi caret, Thermometrographo observare debet calorem minimum nocturnum = m, atque temperiem horæ octavæ tam matutinæ = (VIII), quam vespertinæ = (VIII₁), cum calore horæ secundæ pomeridianæ = (II₁), qui maximus fere est diei. Tum quidem, quoniam, ut e superioribus apparet, non multum a vero aberrant positiones $m' = \frac{1}{2} [m + (II_1)] = (VIII) = (VIII_1)$, proxime verus erit quoque valor $m' = \frac{1}{4} [m + (VIII) + (II_1) + (VIII_1)]$, cujus correctio e sequenti comparatione facile deducitur:

	Calor	Differ.	
	Observat	Computat	
Januario	-8,07	- 8,19	+0,12
Februario	- 6,25	- 6,39	+0,14
Martio	-4,76	-4,98	+0,22
Aprili	+0,74	+0,67	+0,07
Majo	7,51	7,48	+0,03
Junio	13,61	13,60	+0,01
Julio	16,01	16,00	+0,01
Augusto	14,58	14,53	+0,05
Septembri	10,46	10,30	+0,16
Octobri	5,61	5,52	+0,09
Novembri	0,12	- 0,20	+0,08
Decembri	— 4,87	4,96	+0,09

Inde scilicet, sumto medio arithmetico differentiarum, erit:

$$m' = \frac{1}{4} [m + (VIII) + (II_1) + (VIII_1)] + 0.09,$$

in qua determinatione error probabilis metuendus est $= \pm 0.04$: aut etiam, si exactior desideratur valor:

$$m' = \frac{1}{4}[m + (VIII) + (II_1 + [VIII_1]) + 0.09 + 0.053 \sin(n.30 + 86.24) + 0.056 \sin(n.60 + 307.22),$$

ubi, valore n ab initio anni computato, error probabilis exspectandus est = ± 0.02 .

Simili ratione, quoniam, ut e superioribus apparet, valores $\frac{1}{2}[(X)+(X_1)] \& \frac{1}{2}[m+(II_1)]$ non multum a vero medio aberrant, duplo jure exspectandum est, utrosque conjunctim ad finem propositum assequendum adhiberi posse, quod quidem calculus institutus ita confirmat, ut habeatur:

$$m' = \frac{1}{4} \left[m + (X) + (H_1) + (X_1) \right] - 0.05,$$

cujus valoris error probabilis est = ± 0.06 ; seu si exactiores erimus:

$$m' = \frac{1}{4} [m + (X) + (II_1) + (X_1)] - 0.05 + 0.066 Sin (n.30 + 283.44) + 0.079 Sin (n.60 + 126.19),$$

ubi restat tantum error probabilis = ± 0.02 .

Per se patet, omnes has methodos, quarum numerus, si libuerit, facile poterit augeri, æquali jure posse ad inveniendum medium calorem adhiberi, atque eundem omnino valorem omnes præbere, si ab anomaliis liberæ sunt observationes; quando vero ad observationes pauciorum dierum vel mensium fiet applicatio, tum quidem, ob ipsas anomalias non evitandas, non est exspectandum ut eundem omnino exhibeant hunc valorem. Hoc speciali casu exactissime utique agetur, si omnes simul adbibeantur, atque medium valorum, quos præbuerunt, sumatur; si vero commoditati consulentes minimo labore valorem veritati satis approximatum assequi cupinus, usus formulæ $m=\frac{1}{2}[VII]+(III, + XI_{i.}]=0,14$ apuissimus ideo erit, quod correctionem per totum annum constantem fere admittat.

Reiiqua, quæ adhuc restant, characterem climatis Helsingforsiæ exhibentia momenta alia occasione examinanda nobis reservamus.

OBSERVATIONS

RELATIVES AUX SEXES DES COLÉOPTÈRES HYDRO-CANTHARES EN GÉNÉRAL, ET SPÉCIALEMENT DE L'HYDATICUS VERRUCIFER,

PAR

M. LE COMTE MANNERHEIM.

(Lu à la Société, le 20 Juillet 1840.)

>000€

Les parties extérieures de plusieurs espèces d'Hydrocanthares étant très-différentes chez les deux sexes, avoient au commencement de ce siècle engagé les entomologistes à croire que chez les grandes espèces de Dytiscus tout individu à élytres lisses devoit appartenir au sexe masculin et que les individus à élytres sillonnées étoient des femelles; je ne veux pas parler de l'époque du célèbre Linné, car il sépara même la femelle du D. marginalis sous le nom spécifique de D. semistriatus 1). Or, les Hydrocanthares offrent encore un caractère très-facile à saisir dans les deux sexes et que l'on retrouve dans plusieurs autres groupes d'insectes coléoptères : c'est la dilatation des tarses des mâles, caractère général dans toute

²⁾ Caroli Linnzi Fauna Svecica, editio altera, anetior. Stockholmiz 1761. 8:vo, p. 215, 772. Ejusd. Systema naturz per Regna tria Naturz. Editio 12:ma. Holmiz 1767. 8:o. I. II. p. 665.

cette samille qui, chez les grandes espèces, est encore rendu plus évident par de grandes palettes. Ce caractère étaut toujours bien tranché et invariable, devoit donc être préséré à tout autre caractère extérieur pour distinguer les sexes. Les entomologistes qui supposaient les caractères sexuels extérieurs dans la conformation des élytres, s'aperçurent bientot de leur erreur, puisque chez certaines espèces l'on trouve des individus à élytres lisses et à tarses simples tandis que l'on remarquoit d'autres individus qui offraient le caractère général du sexe masculin par leurs tarses dilatés à palettes, bien que leurs élytres ne présentent aucune différence. - Croyant expliquer une parcille anomalie M. Gyllenhal décrit d'abord dans son excellent ouvrage 2) une Variété b du Dytiscus marginalis et une Var. b du D. Lapponicus, qu'il dit être des variétés mâles à tarses simples. M. Ahrens avant réussi à surprendre accouplés plusieurs individus de ces Dytisques douteux, se crut alors persuadé que les semelles seules avoient des tarses simples et que les màles s'en distinguaient par des tarses munis de palettes. Avec cette conviction, il augmenta le nombre des espèces du genre Dytiscus par une nouvelle, savoir D. circumcinctas 3) ou les elvtres étoient lisses dans les deux sexes. Sept ans plus tard M. le Professeur Kunze ajouta à ce genre encore une espèce sous le nom

²⁾ Insecta Svecica descripta a Leonardo Gyllenhal. Tomus L Pars. I. Scaris 1808. Sco. P. 457 et 459.

⁷⁾ Neue Schriften der maturforschenden Gesellschaft zu Halle. 1 Band. 621es Heft. III. Beschreibung der grossen Wasserkasesarten der Gegend nun Halle in Sachsen (Djuci), von August Ahrens. Halle 1811. 8:0. P. 67.

de D. conformis 1), qui offroit la même particularité des femelles à élytres lisses. M. Gyllenhal, en applaudissant à ces idées de MM. Ahrens et Kunze, augmenta dans le Supplément à ses Insecta Svecica 5) le nombre des Dritiscus Suédois par les D. conformis Kunze, circumcinctus Ahrens, dubius Gyll. (aux dépens des femelles douteuses mentionnées par M. Ahrens dans la description de son D. marginalis et dont les mâles étoient inconnus à M. Gyllenhal, et enfin par le D. septemtrionalis Gyll, qui correspondait à la variété mâle à tarses simples du D. Lapponicus décrite précédemment par cet auteur dans le premier volume de son ouvrage et dont nous avons parlé ci-dessus. M. le Comte Dejean 6, et M. Sturm 7, se rangèrent de l'avis de ces entomologistes et M. le Docteur Aubé a insisté sur ces mêmes principes 6, malgré que M. le Docteur Erichson dans son excellent ouvrage sur les coléoptères de la Marche de Brandebourg 9, avoit professé une

f) Neue Schriften der naturforschenden Gesellschaft zu Halle. II Band. 4.tes Heft. Entomologische Fragmente von Gustav Knoze. Halle 1818. So. p. 58.

⁹ Gyllenhal L. c. Tomus L. Pars IV. Lipske 1827. S.a. p. 370 et segu-

⁴) Catalogue de la collection de coléoptères de M. le Baron Dejean. Paris 1821. Sto. p. 182 Catalogue des colonpasses de la collection de M. le Comte Deseau. Paris 180d. Sov. p. 53. Id. 3-2me édition. Paris 1837. Sto. p. 60.

⁷⁾ Deutschlands Insected von Jacob Starm. VIII Dindohen. Nürnberg 1834. Sto. 7. 19 et sequ.

¹⁾ lossographie et histoire naturelle des coléoptères d'Europe; par M. le Comte Dejean, consinuée par le Dosteur Ch. Aubé. Tome V. Paris 1837. Sto. p. 59 et sequ. — Species général des Hydromathares et Gyrinieus, par le Dosteur Ch. Aubé. Paris 1838. Sto. p. 106 et sequ.

²¹ Die Killer der Mark Brandenburg, beschrieben von Wilh, Ferd Erlichson, Ister-Band, 1ste Abtheilung, Berlin 1837. Son p. 146 et sonn.

idée tout-à-fait différente et à laquelle l'extrême perspicacité qui distingue si éminemment cet auteur l'avoit mené déjà dans son traité sur les genres des Dytiscites 10). - Ce savant n'ayant pas trouvé la moindre différence entre les mâles des D. marginalis et conformis, des D. circumcinctus et dubius, des D. circumflexus Fabr. et perplexus Dej., ainsique des D. Lapponicus et septemtrionalis, et ne croyant pas juste d'attribuer le même mâle à deux espèces femelles, a donc préséré d'envisager comme de simples variétés de la même espèce ces femelles d'une conformation aussi différente entr'elles. En égard à la forme remarquée chez les femelles qui se rencontrent plus rarement, nous voyons M. Erichson considérer cette forme comme la variété et l'autre forme plus commune comme le type de l'espèce, et c'est d'après ce principe qu'il a réuni les D. conformis avec marginalis, dubius avec circumcinctus, perplexus avec circumflexus, ainsique septemtrionalis avec Lapponicus. Chez les D. latissimus, dimidiatus et punctulatus l'on n'a encore observé que des femelles à élytres sillonnées et je crois que nous pouvons regarder comme certain que ces espèces ne présentent que cette seule forme chez leurs femelles.

Mais ce ne sont pas seulement les espèces susmentionnées du genre Dytiscus qui offrent ces deux formes observées chez les femelles; cette particularité se retrouve encore dans quelques autres Hydrocanthares. — D'abord on rencontre chez le Cybister Roese-lii des femelles qui ont le corselet couvert d'impressions linéaires

¹⁰⁾ Genera Dyticeorum, auctore Die Guil. Ferd. Erichson. Berolini 1832. 8:0. P. 31,

fortement ensoncées et les élytres présentant de petites stries longitudinales onduleuses, très-nombreuses et très-serrées, tandis que
d'autres femelles sont aussi lisses que les mâles, fait qui avoit engagé M. Ahrens a créer deux espèces, en donnant à la première
le nom de Dyticus dispar Rossi et en conservant à la seconde
le nom de Roeselii 11). Chez le Cybister lævigatus Oliv. le nombre des impressions des élytres des femelles est aussi très-variable;
tantôt elles les couvrent presque entièrement, et souvent à peine
en existe-t-il que quelques-unes près de la base.

Dans le genre Acilius, tel qu'il étoit adopté par MM. Esch-scholtz et le Comte Dejean, nous trouvons des femelles d'une forme constante, à l'exception seulement de l'A. semisulcatus Dej. et Aubé, où l'on rencontre des femelles dont les trois sillons externes des élytres atteignent la base, ce qui engagea M. Eschscholtz à en faire une espèce sous le nom d'A. abbreviatus. Dans les Acilius qui, chez ces auteurs, constituent le genre Thermonectus, les femelles se distinguent en général des mâles par de petites impressions linéaires, très-courtes, presque ponctiformes, à la base des élytres; mais ces impressions disparoissent quelquefois de manière que l'on trouve dans la même espèce des femelles aussi lisses que les mâles, ce que j'ai eu lieu d'observer au moins chez les A. circumscriptus Latr., succinctus Chevrolat, incisus Dej. et margineguttatus Dej., et c'est ce qui paroît avoir engagé

¹¹⁾ Ahrens l. c. Bemerkung. p. 60.

MM. Dejean et de Laporte 12) à faire plusieurs espèces dans ce genre, réduites ensuite par M. Aubé.

Le genre Hydaticus nous offre dans plusieurs espèces des femelles extérieurement semblables aux males, mais chez la plupart les femelles présentent sur les côtes du corselet de petites lignes irrégulières assez fortement enfoncées et dans quelques-unes, vers la partie antérieure et externe des élytres, des impressions plus ou moins profondes, et quoique M. Aubé, dans son Species général, dise que les femelles de l'H. marmoratus Hope sont semblables aux males, j'en possède dans ma collection un individu femelle qui a sur les élytres de petites impressions linéaires, à l'instar des femelles des Thermonectus, dont je viens de parler plus haut. Chez quelques Hydaticus qui constituent le genre Graphoderus de MM. Eschscholtz et Dejean, comme H. cinereus, bilineatus, zonatus et Austriacus, nous pouvous aussi remarquer que la ponctuation des élytres est plus forte et plus serrée chez les femelles que chez les mâles. Enfin M. Erichson suppose que quelques espèces du genre Hydroporus ne sont non plus exemptes d'avoir des semelles disparates chez la même espèce, puisqu'il réunit comme variété femelle PH. lineellus Gyllenh. à PH. picipes Fabr. et PH. deplanatus Gyllenh. a l'H. erythrocephalus Fabr.

Or, de toutes ces anomalies remarquées chez les espèces d'Hydrocanthares, aucune n'est aussi frappante que celle que nous

¹²⁾ Études entomologiques, ou description d'insectes nouveaux et observations sur leur synonymie; par M. F. L. de Laporte. Paris 1834. 8:0. p. 96 et sequ.

offre l'Hydaticus verrucifer Sahlb. - M. le Professeur Sahlberg en faisant le premier connoître cet insecte si remarquable 13) n'en décrivit alors que la femelle. M. Aubé, dans son Species général, le rangea dans une division particulière du genre Hydaticus, lui assignant pour caractère, des tarses simples chez les deux sexes. Le corselet des deux sexes y est décrit comme couvert de stries irrégulières onduleuses, qui au milieu vont en s'irradiant du centre à la circonférence et qui sur les côtés marchent presque longitudinalement et sout plus fortement ensoncées chez les semelles. M. Erichson croit que l'Hydaticus verrucifer n'est probablement qu'une forme particulière ou bien une abnormité de la femelle de l'Hydaticus zonatus et que l'on ne rencontre que fort rarement parmi les femelles de la forme vulgaire de cette même espèce 14). Il remarque aussi que le verrucifer n'a encore été trouvé qu'en Finlande, en Sibérie et dans la partie méridionale de l'Oural.

L'année passée je reçus, par la complaisance de M. Gottlund, actuellement Lecteur de la langue Finoise à l'Université d'Helsingfors, un assez grand nombre de l'H. verrucifer, qu'il avoit trouvé au mois de Mai près de la ville de Kuopio dans la partie orientale de la Finlande; je n'ai pu les recevoir que vers la fin de Sep-

berg. Partic. 11:ma, Aboz 1824. 80 p. 159.

¹⁴⁾ Archiv für Naturgeschichte onn Wiegmann. Berlin 1838. Sto. IV Jahrgang. 2 Band. Bericht über die Leistungen in der Entomologie während des Jahres 1837, von Dr. W. F. Erichson. Pag. 214.

tembre et je les ai conservés vivants pendant quelques mois. Ils moururent ensuite peu a peu jusqu'a la mi-Janvier de cette année. - Malgré l'assiduité que f'ai apportée à les observer, je n'ai cependant pu reussir à les voir s'accoupler, probablement vu la saison deja trop avancée; mais M. Gottland m'écrit qu'au printemps et au commencement de l'été illes a vu tres-souvent accoupies, ce que les males exécutent al es avec beaucoup de choleur. Aussi a-t-il remarqué que ce ne sont que les individus munis de palettes aux tarses antérieures, qui dans cet acte remplissent les sonctions du mile et qui embrassent toujours les individus a tarses simples, c. 2. d. les semelles, tantot celles à elvtres lisses, tantôt celles a élvires verruqueuses. - Parmi les individus à élvires lisses que M. Gottlund m'avoit envoyés, une partie avait des tarses dilatés et le reste des tarses simples. D'apres les descriptions de M. Aubi, les premiers individus et plusieurs des seconds devaient appartenit 3 l.H. zonatus et quelques-uns de cas derniers être des miles du verrucifer. - Mais les lignes ravonnantes du corselet en étant le seul caractère distinctif, elles ne m'ont cependant pas offert assez de constance, pour ne pas me forcer d'abandonner cette idee, car l'ai trouvé tous les passages depuis les individus chez lesquels le corselet était tres-fortement marqué de ces lignes et alors les életres étoient un peu plus sortement ponctuées, jusqu'à d'autres ou ces lignes du corselet disparoussitent peu à peu au point de faire paroitre le corselet entirement lisse, comme M. Aube décrit le valle de son conatus et chez qui la ponetuation des élvires étoit moins seasible.

M. Gouland me mande que la recolte qu'il fit l'année passée de cet insecte n'étoit pas aussi nombreuse que celle qu'il eu avoit faite il y a trois aus. Sur les 41 individus qu'il prit l'été passé, il remarquoit 16 mâles avec les tarses autérieurs dilatés, 16 femelles à élytres lisses, 2 femelles seulement à élytres convertes de petites saillies verruqueuses, ainsi que 3 mâles et 4 femelles d'une variété inconnue auparavant, que je décrirai ci-après. -Tant en 1836 qu'en 1839 il les avoit tous recueillis dans un petit étang qui, vers la fin de Juin, étoit à sec, et malgré les recherches les plus assidues il n'avoit pu réussir à trouver un seul individu de cette espèce dans plusieurs étangs situés tout près de là, quoique ces eaux fourmillassent de plusieurs autres espèces d'Hydrocanthares. Nous les avons conservés dans un grand vase rempli d'eau stagnante ayant au fond du sable, et dans lequel nous avions mis différens végétaux qui se rencontrent dans une pareille eau. L'eau a été changée tous les quinze jours; il était nécessaire de lui donner une température au-dessus de la moyenne, car l'influence d'une eau plus froide vers l'automne se faisait remarquer comme nuisible; si cette eau étoit un peu croupie et d'une odeur putride, ces insectes y paraissaient plus à leur aise. Quelquefois il y avoit des individus qui semblaient être malades et presque morts; dans cet état ils flottoient à la surface de l'eau avec les pieds postérieurs croisés, sans le moindre signe de mouvement; pour les rappeler à la vie nous avons employé le moyen de les

enfermer pendant un, deux, jusqu'à trois jours dans une boîte de hois bien sèche et après cet espace de temps ils ont recouvré une parfaite vitalité, et replacés dans l'eau ils ont été tous aussi agiles et vifs que les autres. Nous les avons nourris avec des abeilles, bourdons, guêpes et mouches, quelquefois aussi avec des lombrics; ils ont été très-voraces et les abeilles et les bourdons leur ont surtout offert une nourriture agréable; toutefois vers l'automne et en hiver leur voracité s'est beaucoup ralentie, le manque de nourriture ayant été aussi plus sensible, et, ainsi que je l'ai déjà dit, tous les individus étoient morts à la mi-Janvier.

J'ai ouvert plusieurs individus, afin d'en faire l'anatomie, et le résultat a été que tout individu à tarses antérieurs dilatés a offert des organes de génération mâles, c. a. d. une verge et des vésicules séminales bien développées, et tous les individus à tarses simples une vulve et des ovaires; ces derniers sont ainsi incontestablement des femelles. — À cette dernière catégorie appartiennent aussi les individus à tarses simples avec les impressions rayonnautes du corselet, que M. Aubé a signalés comme les mâles du ver-rucifer.

Ensin il me reste encore à décrire la variété d'un jaune pâle, dont les tégumens sont d'une consistance aussi solide que les parties crustacées des autres individus de la même espèce; ce qui ne permet pas de supposer que ce soient des individus nouvellement éclos, car nous les avons conservés tels pendant neuf mois sans le moindre changement de couleur. Cette variété est de la

même forme que les autres et offrent des mâles et des femelles. Tête très-finement pointillée, jaune avec deux taches brunâtres en forme d'un V ouvert, placées sur le front, l'une au devant de l'autre, détachées et dont l'intérieure est beaucoup plus grande que l'extérieure, qui est toute mince; quelquesois le vertex est aussi rembruni et offre au-dessus des yeux, de chaque côté, une continuation à angle droit de cette même couleur. Corselet également jaune, avec deux bandes transversales brunâtres, qui se confondent presque avec la couleur du fond, l'une placée un peu en arrière du bord antérieur et l'autre un peu en avant du bord postérieur, et qui n'atteignent pas les bords latéraux; près du bord antérieur un très-léger sillon transversal, assez fortement ponctué, au milieu sur le disque une petite strie longitudinale peu marquée; au reste tout couvert de stries longitudinales ondulées irrégulières bien marquées, mais plus fortes et plus serrées vers les deux côtés. Elvires de la couleur du corselet ou plutôt brunâtres, parsemées d'une multitude de taches jaunes arrondies; elles présentent, en outre, trois lignes longitudinales de points enfoncés, peu marquées, surtout l'externe, qui est à peine visible; toute leur surface est converte de points infiniment petits, assez espacés et à l'aide d'une forte loupe les élytres paraissent rugueuses, vu les très-petites lignes irrégulières qui se croisent dans tous les sens; la portion réflechie est jaune et tout le dessous du corps ainsi que les pattes sont d'un jaune-testacé.

Par ces observations je crois avoir également constaté dans l'Hydeticus zonatus la présence de deux formes différentes chez

les femelles, et que, par consequent, les H. zonatus et verrucifer des auteurs ne doivent plus former qu'une seule espèce. Je suis au moins persuadé de ce fait remarquable, de même que je suis pleinement convaincu d'une anomalie analogue pour les Hydrocanthares dont j'ai fait mention au commencement de cet article. Mais comment expliquer la cause de ce singulier phénomène? C'est ce qui appartient encore an domaine des grands mystères de la nature, où nous n'avons pu jusqu'à ce jour pénétrer, et abandonne aux naturalistes donés d'une plus grande perspicacité que moi, le mérite d'en saire la découverte. Parmi les Hyménoptères, les fourmis et les abeilles nous offrent, quant à leurs semelles, des anomalies assez curieuses et qui sont depuis long-temps connues, mais chez les coléoptères*) l'on n'a pas encore observé ces différentes formes chez l'un des sexes de la même espèce, si ce n'est parmi la famille d'Hydrocanthares, à moins toutesois que l'on ne veuille prendre en considération la grande variété dans la forme de la tête et du corselet chez les espèces des anciens geures Scarahæus et Copris des La-

[&]quot;) lei je ne devrois pas oublier de faire mention d'un phénomène assez singulier qui n'a point échappé à la perspicacité de quelques entomologistes. Dans la Silpha (Necrodes Wilkin) littoralis Linné, il y en a deux formes chez les males, dont l'une offre des cuisses postérieures fortement renslées et munies d'une dent aigué, tandis que l'autre a des cuisses aussi minces que celles de la femelle et a engagé M. le Comte Dejean a en faire une espèce sous le nom de simplicipes. Mais on rencontre des passages de l'une à l'autre de ces formes, et la différence n'en est pas aussi tranchante que chez les femelles de la plupart des Hydrocanthares que je viens de citer dans ce mémoire.

mellicornes, où nous voyons des passages gradués depuis les mâles à cornes et à protubérances de la tête et du corselet très-fortes et développées, jusqu'à des mâles, où ces excroissances disparoissent de manière à les rendre entièrement semblables aux femelles. Combien d'espèces, dont on surcharge chaque jour le système naturel, n'en disparaîtraient-elles pas, si nous avions occasion d'évidier plus attentivement la manière d'être et toute l'économie de ces mêmes insectes, qui maintenant paraissent ne captiver l'attention du zélé naturaliste que pour en enrichir nos collections entomologiques!



OBSERVATIONUM THERMOMETRICARUM

IN MADRAS, RIO JANEIRO, PLYMOUTH, SALZUFLEN, APENROA, BOOTHIA, PORTA CARICA & MATOTSCH-KIN-SCHAR, PER OMNES FERE HORAS ANNI INSTITUTARUM, COMPUTUM EXHIBET GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Societ. exhib. d. 25 Aprilis 1840.)

Inter meteorologos diu jam convenit, ad rationem temperiei caloris loci cujusdam accuratissime cognoscendam non sufficere, ut paucis tantummodo horis diei adnotentur observationes, sed necessarium esse ut per omnes, quantum fieri poterit, horas eædem sedulo instituantur. Hoc principium secuti plures jam pro suo loco præbuerunt observationum series omni quidem laude nominandas; cum vero in re adeo variabili non sit exspectandum, ut omnibus numeris completæ mox habeantur determinationes empiricæ, in talibus seriebus si vel maxima cura collectis vulgo tamen obveniunt anomaliæ, quæ idoneo calculo sunt exterminandæ. Tali corrigendi operi jam fuisse subjectas, uti notum, a Kämtz observationes Patavinas & Leithenses 1), a Gräger Mühlhausenses 2) atque a no-

^{&#}x27;) Lehrbuch der Meteorologie, B. I, p. 70 &c.

²) Poggendorff Annalen der Physik, B. 46 (122), p. 664 &c. a I Martii 1837 ad 1 April 1838.

bis Helsingforsenses ²). Reliquas omnes, quas colligere potuimus, simili ratione computandas nobis jam suscepimus, institutas scilicet in Madras ⁴), Rio Janeiro ⁵), Plymouth ⁶), Salzuflen ⁷) & Apenroæ ⁶), in Boothia ⁹), Porta Carica atque Matotschkin-Schar ¹⁰).

Designante igitur n numerum horæ diei, a meridie computatæ, atque T_n calorem hujus horæ, ubique ad gradum Thermometri centesimalis reductum, sequentes valores calculo usitato determinavimus.

³) Supra pag. 177, &c.

¹⁾ Repertorium der Physik, herausgeg. von Dove, III B., p. 342.

⁵⁾ Ibid. p. 360.

[&]quot;) Report of the fifth Meeting of the British Association for the advancement of science, held at Dublin 1835. London 1836, p. 191.

⁷⁾ Poggendorff Annal. B. 42 (118), p. 641.

¹⁾ Collectanea meteorol. sub auspiciis Societ. Scient. Danicæ edita, Hafniæ 1829, Fasc. I, p. 195 &c.

^{*)} Poggend. Annal. B. 43 (119), p. 336.

¹⁰⁾ Poggend. Annal. B. 43 (119), p. 338, 339.

I). MADRAS. Latit geograph. = 13° 4′ boreal., Longit. = 98° orient. ab insula Ferro. Observationes anni 1823.

Januarius.

$$T_n = 25^{\circ}54 + 2,967 \operatorname{Sin} (n.\ 15^{\circ} + 48^{\circ}.\ 33^{\circ}) + 0,946 \operatorname{Sin} (n.\ 30 + 69.\ 10) + 0,069 \operatorname{Sin} (n.\ 45 + 350.\ 20).$$

Error probabilis singuli valoris empirici $\varepsilon T_n = 0.25$.

Hora	C a	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
diei.	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.0	28,89	28,64	+0,25	12	24,44	24,21	+0,23
1	28,98	29,17	-0,19	13	23,72	23,78	-0,06
2	28,96	29,25	-0,29	14	23,50	23,30	+ 0,20
3	28,68	28,89	-0,21	15	22,43	22,86	-0,43
4	28,44	28,21	+0,23	16	22,61	22,56	+ 0,05
5	27,61	27,38	+ 0,23	17	22,04	22,51	- 0,47
6	26,66	26,55	+0,11	18	23,68	22,76	+0,92
7	25,61	25,87	-0,26	19	23,74	23,34	+ 0,40
8	25,37	25,38	-0,01	20	23,33	24,23	-0,90
9	25,06	25,06	0	21	25,00	25,35	-0,35
10	24,74	24,81	-0,07	22	26,85	26,57	+ 0,28
11	24,56	24,55	+0,01	23	28,06	27,72	+0,34

Februarius.

$$T_n = 26,69 + 2,691 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 54^{\circ}. 49')$$

 $+ 0,794 \text{ Sin } (n. 30 + 88. 55)$
 $+ 0,296 \text{ Sin } (n. 45 + 222. 45);$
 $\epsilon T_n = 0,25.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Ca	lor	Ditfer.
•	Observ.	Comput			Observ.	Comput	
MeriJ.0	29,67	29,48	+0,19	12	25,46	25,49	-0,03
1	29,54	29,61	-0,07	13	25,11	25,16	-0,0
2	29,33	29,56	-0,23	14	24,61	24,64	-0,03
3	29,17	29,34	0,17	15	24,35	24,07	+ 0,28
4	28,98	28,95	+ 0,03	16	23,35	23,66	-0,3
5	28,56	28,37	+ 0,19	17	22,79	23,65	+0,1-
(,	27,85	27,66	+ 0,19	18	25,56	24,13	+ 1,43
7	27,02	26,91	+0,11	19	25,04	25,06	-0,03
8	25,93	26,32	-0,39	20	25,68	26,24	-0,50
9	25,76	25,92	-0,16	21	27,07	27,43	-0,30
10	26,00	25,73	+ 0,27	22	28,55	28,42	+ 0,13
11	25,71	25,64	+ 0,07	23	29,44	29,11	+ 0.33

Martius.

$$T_n = 27,88 + 2,153 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 55^{\circ}. 51')$$

 $+ 0,564 \text{ Sin } (n. 30 + 89. 15)$
 $+ 0,245 \text{ Sin } (n. 45 + 109. 53);$
 $\varepsilon T_n = 0,28.$

Hora	C a	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.0	30,82	30,46	+ 0,36	12	26,56	26,43	+ 0,13
1	30,54	30,51	+ 0,03	13	26,22	26,23	-0,01
2	29,63	30,23	-0,60	14	25,96	26,10	-0,14
3	29,50	29,78	-0,28	15	25,74	26,00	0,26
4	29,48	29,31	+0,17	16	26,11	25,90	+0,21
5	29,48	28,92	+ 0,56	17	25,18	25,87	-0,69
6	28,94	28,61	+ 0,33	18	27,24	26,03	+1,21
7	27,85	28,32	-0,47	19	26,06	26,46	-0,40
8	27,57	27,98	-0,41	20	27,11	27,21	-0,10
9	27,52	27,36	+0,16	21	27,91	28,17	-0,26
10	27,28	27,13	+ 0,15	22	29,02	29,18	-0,16
11	26,98	26,74	+ 0,24	23	30,32	30,00	+ 0,32

Aprilis.

$$T_n = 29^{\circ}, 92 + 2,469 \sin (n. 15^{\circ} + 60^{\circ}. 33')$$

 $+ 0,899 \sin (n. 30 + 87. 3)$
 $+ 0,300 \sin (n. 45 + 199. 15);$
 $\varepsilon T_n = 0,15.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Compat	4
Merid-0	32,78	32,87	-0,09	12	28,82	28,77	+0,05
1	32,56	32,84	-0,28	13	28,32	28,60	-0,28
2	32,54	32,60	-0,06	14	28,22	28,22	0
3	32,15	32,22	-0,07	15	28,00	27,72	+ 0,28
4	31,82	31,74	+0.08	16	27,17	27,29	-0,1
5	31,37	31,17	+0,20	17	27,07	27,17	-0,1
6	30,50	30,52	-0,02	18	28,06	27,53	+0,53
7	29,63	29,87	-0,24	19	28,07	28,37	-0,30
8	29,06	29,31	-0,25	20	29,50	29,55	-0,0
9	29,07	29,03	+0,04	21	30,59	30,81	-0,22
10	28,94	28,79	+0,15	22	32,11	31,87	+ 0,24
11	28,82	28,78	+ 0,04	23	32,91	32,57	+ 0,34

Majus.

$$T_n = 30\%8 + 2,469 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 61^{\circ}. 15^{\circ})$$

+ 1,012 Sin (n. 30 + 100. 54)
+ 0,157 Sin (n. 45 + 157. 34);
 $\varepsilon T_n = 0,23.$

Hora	Cal	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	33,67	33,90	-0,23	12	29,43	29,45	-0,02
1	33,54	33,78	-0,24	13	29,29	29,11	+0,18
2	33,15	33,34	-0,19	14	28,21	28,69	-0,48
3	32,61	32,71	-0,10	15	28,07	28,26	-0,19
4	32,50	32,07	+ 0,43	16	28,06	27,97	+ 0,09
5	31,72	31,49	+0,23	17	27,94	27,95	-0,01
6	30,83	31,02	-0,19	18	29,26	28,36	+0,90
7	30,35	30,65	-0,30	19	28,96	29,19	0,23
8	30,22	30,36	-0,14	20	29,67	30,34	-0,67
9	30,37	30,12	+ 0,25	21	31,52	31,62	-0,10
10	30,13	29,92	+0,21	22	33,09	32,77	+0,32
11	29,76	29,71	+0,05	23	34,11	33,57	+ 0,54

Junius.

$$T_n = 31,60 + 2,388 \sin (n. 15^{\circ} + 50^{\circ}. 24')$$

 $+ 0,659 \sin (n. 30 + 69. 16)$
 $+ 0,078 \sin (n. 45 + 209. 9);$
 $\epsilon T_n = 0,13.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Ca	Differ.	
	Observ.	Comput			Observ.	Comput	
Merid.	34,11	34,02	+0,09	12	30,46	30,42	+0,0-
1	34,29	34,35	-0,06	13	30,03	30.16	-0,13
2	34,22	34,40	-0,18	14	30,02	29,82	+ 0,20
3	34,52	34,19	+0,33	15	29,52	29,48	+ 0,0-
4	33,83	33,77	+0,06	16	28,96	29,22	-0,2
5	32,79	33,20	-0,41	17	29,06	29,16	-0,10
6	32,52	32,57	-0,05	18	29,63	29,39	+ 0,2
7	32,07	31,97	+0,10	19	29,82	29,98	- 0.10
8	31,79	31,45	+0,34	20	30,79	30,73	+ 0,00
9	30,98	31,07	-0,09	21	31,67	31,67	0
10	30,72	30,81	-0,09	22	32,85	32,62	+ 0,23
11	30,59	30,61	-0,02	23	33,17	33,42	-0,2

Julius.

$$T_n = 30$$
,85 + 2,151 Sin (n. 15° + 51°. 40′)
+ 0,869 Sin (n. 30 + 29. 24)
+ 0,213 Sin (n. 45 + 297. 7);
 $\varepsilon T_n = 0,18$.

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput	
Merid.	32,74	32,75	-0,01	12	29,59	29,80	-0,21
1	33,52	33,51	+0,01	13	29,63	29,69	0,06
2	34,02	33,94	+ 0,08	14	29,35	29,49	-0,14
3	33,94	33,95	-0,01	15	29,04	29,27	-0,23
4	33,44	33,50	0,06	16	29,59	29,08	+0,51
5	32,74	32,65	+0,09	17	28,72	29,07	-0,35
6	32,30	31,66	+0,64	18	29,46	29,19	+ 0,27
7	30,41	30,75	-0,34	19	29,26	29,45	-0,19
8	29,65	30,08	-0,43	20	29,67	29,88	-0,21
9	30,04	29,78	+0,26	21	30,50	30,41	+ 0,09
10	29,87	29,71	+0,16	22	31,24	31,11	+0,13
11	29,93	29,76	+ 0,17	23	32,07	31,92	+ 0,15

Augustus.

$$T_n = 29,06 + 1,771 \text{ Sin } (n. 15^\circ + 43^\circ. 3')$$

 $+ 0,410 \text{ Sin } (n. 30 + 81. 15)$
 $+ 0,381 \text{ Sin } (n. 45 + 326. 33);$
 $\epsilon T_n = 0,14.$

Hora	Calor		Differ. 1	Hora	Ca	Differ.	
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput	ļ
Merid.	30,63	30,46	+0,17	12	28,61	28,47	+ 0,1-
1	30,93	31,02	-0,09	13	28,26	28,02	+0,2-
2	31,11	31,33	-0,22	14	26,89	27,31	-0,4
3	31,33	31,27	+0,06	15	26,92	26,98	-0,0
4	31,07	30,85	+ 0,22	16	27,07	26,98	+ 0,09
5	30,17	30,23	-0,06	17	27,04	27,25	-0,2
6	29,56	29,63	-0,07	18	28,24	27,68	+ 0,50
7	29,17	29,24	-0,07	19	27,91	28,12	-0,2
8	29,29	29,11	+0,18	20	28,29	28,49	-0,20
9	29,07	29,13	-0,06	21	28,79	28,86	-0,0
10	29,11	29,13	-0,02	22	29,48	29,29	+0,19
11	28,70	28,92	-0,22	23	29,85	29,84	+0.0

September.

$$T_n = 29^{\circ}35 + 2,189 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 60^{\circ}. 9')$$

 $+ 0,835 \operatorname{Sin} (n. 30 + 94. 5)$
 $+ 0,222 \operatorname{Sin} (n. 45 + 35. 37);$
 $\varepsilon T_n = 0,25.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	32,17	32,21	-0,04	12	28,15	28,16	-0,01
1	32,46	32,44	+ 0,02	13	28,13	27,77	+0,36
2	32,61	32,19	+0,42	14	27,59	27,45	+ 0,14
3	31,29	31,56	-0,27	15	27,41	27,26	+0,15
4	30,24	30,75	-0,51	1 6	26,56	27,22	-0,66
5	29,79	29,98	-0,19	17	26,59	27,33	- 0,74
6	29,67	29,43	+0,24	18	28,48	27,61	+0,87;
7	29,22	29,12	+0,10	19	28,18	28,07	+0,11
8	29,15	29,01	+0,14	20	28,79	28,76	+0,03
9	29,28	28,94	+0,34	21	29,78	29,64	+0,14
10	28,96	28,80	+0,16	22	30,67	30,63	+0,04
11	27,94	28,53	-0,59	23	31,35	31,56	-0,21;

October.

$$T_n = 28,28 + 2,185 \sin (n.15^{\circ} + 57^{\circ}. 2')$$

 $+ 0,796 \sin (n.30 + 99. 2)$
 $+ 0,125 \sin (n.45 + 128.32);$
 $\epsilon T_n = 0,21.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Cal	Differ.	
	Observ.	Comput			Observ.	Comput	
Merid.	31,15	31,00	+ 0,15	12	26,94	27,14	-0,20
1	30,74	30,99	-0,25	13	26,71	26,81	-0,10
2	30,63	30,67	-0,04	14	26,76	26,46	+ 0,30
3	30,18	30,16	+ 0,02	15	26,22	26,15	+ 0,07
4	29,72	29,63	+0,09	16	25,83	25,93	-0,10
5	29,26	29,15	+0,11	17	25,28	25,93	-0,65
6	28,74	28,76	-0,02	18	27,29	26,23	+ 1,00
7	28,33	28,46	0,13	19	26,39	26,86	-0,47
8	28,15	28,21	-0,06	20	27,82	27,78	+ 0,0-
9	28,00	27,96	+0,04	21	28,68	28,85	-0,17
10	27,96	27,71	+ 0,25	22	29,90	29,85	+ 0,03
11	27,39	27,44	-0,05	23	30,78	30,57	+ 0,2

November.

$$T_n = 26,74 + 2,359 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 55^{\circ}. 55')$$

 $+ 0,789 \text{ Sin } (n. 30 + 76. 48)$
 $+ 0,186 \text{ Sin } (n. 45 + 203. 32);$
 $\epsilon'' T_n = 0,27.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput	
Merid.	28,67	29,39	-0,72	12	24,96	25,63	0,67
1	29,26	29,55	0,29	13	25,29	25,44	-0,15
2	29,67	29,46	+ 0,21	14	25,28	25,09	+0,19
3	29,41	29,22	+0,19	15	24,89	24,62	+0,27
4	28,89	28,75	+0,14	16	24,48	24,37	+0,11
5	27,93	28,12	0,19	17	24,48	24,21	+0,37
6	27,22	27,46	-0,24	18	24,63	24,48	+0,15
7	26,59	26,92	-0,33	19	24,52	25,15	-0,63
8	26,33	26,29	+0,04	20	25,65	26,11	-0,46
9	26,41	25,94	+0,47	21	27,26	27,18	+0,08
10	26,35	25,73	+ 0,62	22	28,82	28,11	+0,71
11	25,37	25,70	-0,33	23	29,44	28,93	+0,51

December.

$$T_n = 26\%00 + 2,774 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 49^{\circ}. 47^{\circ}) + 1,021 \operatorname{Sin} (u. 30 + 69. 48^{\circ}) + 0,378 \operatorname{Sin} (n. 45 + 99. 51^{\circ});$$

$$\epsilon'' T_n = 0,17.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Ca	Differ.	
	Observ.	Lusspan			Observ.	Сотры.	1
Merid.	29,68	29,45	+ 0,23	12	24,40	24,47	-0,07
1	29,70	29,73	-0,03	13	24,35	24,28	+ 0,07
2	29,13	29,45	-0,32	14	24,26	24,12	+ 0,14
3	28,72	28,81	-0.00	15	23,85	23,90	-0.05
4	28,33	28,05	+ 0,27	16	23,32	23,59	-0.27
5	27,67	27,41	+0,20	17	23,24	23,29	-0,0
6	26,67	26,90	-0 ,23	18	23,71	23,19	+0,52
7	26,24	26,49	-0,25	19	23,44	23,50	-0.00
8	26,00	26,08	-0,08	20	23,71	24,35	-0.64
9	25,94	25,63	+0,31	21	25,96	25,66	+ (1.30
10	25,24	25,17	+0,07	22	27,29	27,18	+0.11
11	24,57	24,76	-0,19	23	28,44	28,75	-0.31

Est igitur media totius anni temperatura in Madras = 26,905.

II. RIO JANEIRO. Latit. geograph. = 22°54′ austral.; Longit. = 25° occid. a Ferro. Observationes annorum 1782—1788 instituit Bento Sanches Dorta.

Januarius.

$$T_n = 26,74 + 1,366 \text{ Sin } (15. n + 24,45') + 0,394 \text{ Sin } (30. n + 86. 38) + 0,175 \text{ Sin } (45. n + 273. 16);$$

 $\varepsilon T_n = 0,03.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.0	27,55	27,52	+ 0,03	12	26,75:	26,74	+0,01
1		27,85		13		26,33	
2	28,04	28,08	0,04	14	25,85 :	25,83	+0,02
3		28,18		15		25,35	
4	28,17	28,10	+0,07	16	25,00:	25,03	-0,03
5		27,88		17		24,95	
6	27,51	27,58	-0,07	18	25,16	25,12	+0,04
7		27,31		19		25,47	
8	27,20:	27,14	+0,06	20	25,88	25,91	-0,03
9		27,07		21		26,36	
10	27,02:	27,05	-0,03	22	26,80	26,78	+0,02
11		26,97		23		27,17	

Desunt in observationum seriebus horarum 8, 12, 14 & 16 valores, quos adhibita interpolatione determinavimus & signo (:) notavimus.

Februarius.

$$T_n = 26\%9 + 1,579 \text{ Sin } (15. n + 27\%. 49')$$

 $+ 0,294 \text{ Sin } (30. n + 101. 19)$
 $+ 0,154 \text{ Sin } (45. n + 310. 31);$
 $\varepsilon T_n = 0\%04.$

Hora	C a	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Comput	
Merid.0	27,62	27,60	+ 0,02	12	26,36	26,36	0
1		27,97		13		25,85	
2	28,17	28,22	-0,05	14	25,36	25,35	+0,01
3		28,29		15		24,97	
4	28,28	28,19	+0,00	16	24,80	24,80	0
5		27,96		17		24,86	
6	27,59	27,70	-0,11	18	25,09	25,11	-0,0:
7		27,47		19		25,46	
8	27,41	27,32	+0,09	20	25,89	25,87	+ 0,03
9		27,20		21		26,29	
10	27,00	27,04	-0,04	22	26,71	26,71	0
11		26,77		23		27,17	

Martius.

$$T_n = 25,52 + 1,609 \text{ Sin } (15. n + 30^\circ. 49')$$

 $+ 0,186 \text{ Sin } (30. n + 104. 24)$
 $+ 0,065 \text{ Sin } (45. n + 295. 54);$
 $\varepsilon T_n = 0,04.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.0	26,43	26,47	-0,04	12	25,00:	24,93	+ 0,07
1		26,79		13		24,52	
2	27,06	27,00	+0,06	14	24,07:	24,14	-0,07
3		27,09		15		23,85	
4	27,01	27,06	-0,05	16	23,80:	23,72	+0.08
5		26,91		17		23,77	
6	26,73	26,69	+0,04	18	23,94	23,99	-0,05
7		26,45		19		24,33	
8	26,20:	26,20	0	20	24,77	24,74	+0,03
9		25,94		21		25,19	
10	25,63	25,66	-0,03	22	25,66	25,65	+0,01
11		25,32		23		26,08	

Aprilis.

$$T_n = 24\%15 + 1,380 \text{ Sin } (15. n + 21\%.56\%)$$

+ 0,291 Sin $(30. n + 72. 5\%)$
+ 0,124 Sin $(45. n + 287. 13\%)$;
 $\varepsilon T_n = 0\%03$.

Hora	Ca	Calor	Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Compat			Olser.	Compet	
Merid.0	24,75	24,82	-0,07	12	24,10:	24,03	+ 0.07
1		25,22		13		23,65	
2	25,55	25,49	+0,00	14	23,20:	23,24	-0,04
3		25,62		15		22,86	
4	25,52	25,57	-0,05	16	22,65:	22.00	+ 0,05
5		25,37		17		22,54	
6	25,13	25,12	+0.01	18	22,61	22,63	-0,02
7		24,86		19		22,87	
8	24,70:	24,67	+0,03	20	23,19	23,20	-0,01
9		24.55		21		23,57	
10	24,40	24,44	-0,04	22	24.01	23,98	+ 0,03
11		24,29		23	1	24,40	

Majus.

$$T_n = 21,49 + 1,603 \text{ Sin } (15. n + 16^{\circ}. 21')$$

 $+ 0,246 \text{ Sin } (30. n + 108. 5)$
 $+ 0,157 \text{ Sin } (45. n + 296. 34);$
 $\varepsilon T_n = 0,07.$

Hora	Cal	or •	Differ.	Hora	C a]	or	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.0	22,04	22,04	0	12	21,34:	21,41	0,07
1		22,44		13		20,87	
2	22,72	22,77	-0,05	14	20,30:	20,31	-0,01
3		22,97		15		19,86	
4	23,23	23,01	+ 0,22	16	19,50 :	19,61	-0,11
5		22,90		17		19,60	
6	22,74	22,72	+0,02	18	19,71	19,79	-0,08
7		22,54		19		20,11	
8	22,50:	22,41	+0,09	20	20,31	20,47	-0,16
9		22,29		21		20,85	
10	22,23	22,12	+0,11	22	21,24	21,22	+ 0,02
11		21,84		23		21,62	

Junius.

$$T_n = 20^{\circ}_{0}37 + 1,610 \operatorname{Sin} (15. n + 10^{\circ}. 1')_{i} + 0,305 \operatorname{Sin} (30. n + 59. 32') + 0,195 \operatorname{Sin} (45. n + 294. 10');$$

$$\varepsilon T_n = 0,03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Comput.	
Merid.0	28,80	20,73	+ 0,07	12	20,55 :	20,53	+0,0
1		21,29		13		20,06	
2	21,68	21,75	-0,07	14	19,50:	19,52	-0,0
3		22,03		15		19,02	
4	22,13	22,05	+0,07	16	18,70:	18,68	+0,0
5		21,89		17		18,55	
6	21,56	21,61	-0,05	18	18,57	18,60	-0,0
7		21,34		19		18,79	ĺ
8	21,20:	21,16	+ 0,04	20	19,09	19,05	+0,0
9		21,07		21		19,36	
10	20,97	21,00	-0,03	22	19,68	19,74	-0,0
11		20,84		23		20,20	

Julius.

$$T_n = 19,53 + 1,957 \operatorname{Sin} (15. n + 22^{\circ}. 40')$$

 $+ 0,114 \operatorname{Sin} (30. n + 100. 15)$
 $+ 0,152 \operatorname{Sin} (45. n + 275. 47);$
 $\varepsilon T_n = 0,04.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.0	20,23	20,26	-0,03	12	19,00 :	19,02	-0,02
1		20,73		13		18,50	
2	21,10	21,13	-0,03	14	18,00:	18,01	-0,01
3		21,42		15		17,60	
4	21,63	21,53	+0,10	16	17,40 :	17,38	+0,02
5		21,45		17		17,40	
6	21,11	21,22	-0,11	18	17,63	17,61	+0,02
7		20,86		19		18,03	
8	20,60:	20,55	+ 0,05	20	18,39	18,44	-0,05
9		20,21		21		18,89	
10	19,87	19,85	+0,02	22	19,41	19,35	+0,06
11		19,48		23		19,80	

Augustus.

$$T_n = 21^{\circ}09 + 1,529 \operatorname{Sin} (15. n + 24^{\circ}. 22^{\circ}) + 0,168 \operatorname{Sin} (30. n + 70. 53) + 0,131 \operatorname{Sin} (45. n + 269. 16);$$
 $\varepsilon T_n = 0,03.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	Differ.	
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.0	21,80	21,75	+ 0,05	12	20,70:	20,75	-0,05
1		22,15		13		20,36	
2	22,37	22,46	-0,09	14	20,00:	19,98	+0,03
3		22,67		15		19,62	
4	22,80	22,71	+0,09	16	19,40	19,40	0
5		22,58		17		19,38	
6	22,29	22,33	-0,04	18	19,55	19,54	+0,01
7		22,02		19		19,84	
8	21,70:	21,72	-0,02	20	20,19	20,20	-0,01
9		21,48		21		20,59	
10	21,33	21,27	+0,06	22	20,97	20,97	0
11		21,04		23		21,36	

September.

$$T_n = 21^{\circ}_{,3}7 + 1,826 \operatorname{Sin} (15. n + 25^{\circ}. 26')$$

 $+ 0,250 \operatorname{Sin} (30. n + 74. 57)$
 $+ 0,115 \operatorname{Sin} (45. n + 302. 32);$
 $\varepsilon T_n = 0,05.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.0	22,02	22,07	-0,05	12	21,20:	21,16	+ 0.04
1		22,42		13		20,80	
2	22,63	22,67	-0,04	14	20,46:	20,43	+0,03
3		22,76		15		20,11	
1	22,61	22,68	-0,07	16	20,00:	19,93	+ 0,67
5		22,48		17		19,90	
6	22,17	22,23	-0,06	18	20,09	20,03	+ 0,06
7		22,00		19		20,26	
8	21,80:	21,83	-0,03	20	20,59	20,56	+0,03
9		21,71		21		20,90	
10	21,48	21,60	-0,12	22	21,38	21,27	+0,11
11		21,42		23	4	21,67	

October.

$$T_n = 22,67 + 1,193 \text{ Sin } (15. n + 26,249)$$

 $+ 0,249 \text{ Sin } (30. n + 85. 21)$
 $+ 0,116 \text{ Sin } (45. n + 303. 14);$
 $\varepsilon T_n = 0,04.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Cal	or	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ. Comput.		
Merid.0	23,39	23,35	+0,04	12	22,45 :	22,49	-0,08
1		23,66		13		22,13	
2	23,81	23,87	-0,06	14	21,80:	21,76	+0,04
3		23,93		15		21,45	
4	23,93	23,85	+0,08	16	21,20:	21,28	0,0
5		23,66		17		21,27	
6	23,39	23,43	-0,04	18	21,51	21,41	+ 0,10
7		23,24		19		21,66	
8	23,10:	23,09	+0,01	20	21,89	21,96	-0,0
9		23,01		21		22,29	i
10	22,93	22,92	+0,01	22	22,68	22,64	+0,0
11		22,76		23		22,99	

November.

$$T_n = 23,55 + 1,460 \operatorname{Sin} (15. n + 39^{\circ}. 25')$$

 $+ 0,178 \operatorname{Sin} (30. n + 87. 41)$
 $+ 0,107 \operatorname{Sin} (45. n + 280. 47);$
 $\varepsilon T_n = 0,02.$

Hora	C a	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.0	24,57	24,55	+ 0,02	12	22,85 :	22,91	0,06
1		24,84		13		22,58	
2	24,99	25,03	-0,04	14	22,30:	22,26	+0.04
3		25,10		1 5		22,02	
4	25,06	25,02	+0,04	1 6	21,90:	21,93	-0,03
5		24,80		17		22,00	
6	24,47	24,48	-0,01	18	22,29	22,26	+0,03
7		24,15		19		22,63	
8	23,85:	23,87	-0,02	20	23,04	23,05	-0,01
9		23,62		21		23,47	
10	23,46	23,42	+0,04	22	23,85	23,86	-0,01
11		23,19		23		24,22	

December.

$$T_n = 25,15 + 1,447 \text{ Sin } (15. n + 32,55)$$

+ 0,330 Sin (30. n + 79. 39)
+ 0,118 Sin (45. n + 298. 45);
 $\epsilon T_n = 0,01$.

Hora	Са	lor	Differ.	Hora	Cal	lor	Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Compat.	
Merid.0	26,17	26,16	+0,01	12	24,80:	24,79	+0,01
1		26,50		13		24,42	
2	26,69	26,71.	-0,02	14	24,00	24,01	-0,01
3		26,74		15		23,68	
4	26,60	26,59	+0,01	16	23,50	23,49	+ 0,01
5		26,31		17		23,49	
6	25,97	25,98	-0,01	18	23,65	23,66	-0,01
7		25,70		19		23,98	
8	25,50:	25,49	+0,01	20	24,39	24,38	+ 0,01
9		25,36		21		24,82	
10	25,23	25,24	-0,01	22	25,26	25,28	-0,02
11		25,07		23		25,73	

HI. Реумочти. Latit. geograph. = 50°21′ boreal.; Longit.
 = 13°33′ orrient. a Ferro. Observationes annorum 1833, 1834.

Januarius.

$$T_n = 7,39 + 0,835 \text{ Sin } (n. 15^\circ + 51^\circ. 23')$$

 $+ 0,428 \text{ Sin } (n. 30 + 63. 27)$
 $+ 0,126 \text{ Sin } (n. 45 + 94. 2);$
 $\varepsilon T_n = 0,03.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Obsetv.	Comput.			Obsett.	Comput.	!
Merid.	8,64	8,56	+0,08	12	7,00	6,99	+ 0,01
1	8,69	8,68	+0,01	13	6,96	6,97	-0,01
2	8,43	8,48	-0,05	14	6,91	6,91	0
3	8,31	8,32	-0,01	15	6,78	6,85	-0,07
4	8,09	8,02	+0,07	16	6,77	6,71	+ 0,06
5	7,76	7,74	+0,02	17	6,64	6,56	+ 0,08
6	7, 53	7,54	-0,01	18	6,44	6,49	-0,0
7	7,47	7,40	+ 0,07	19	6,53	6,53	0
8	7,17	7,28	-0,11	20	6,78	6,78	0
9	7,17	7,19	-0,02	21	7,21	7,22	-0,0
10	7,14	7,10	+ 0,04	22	7,69	7,73	-0,0
11	7,10	7,04	+ 0,06	23	8,24	8,22	+ 0,02

Раумочти.

Februarius.

$$T_n = 8,23 + 1,249 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 50^{\circ}. 27')$$

 $+ 0,705 \operatorname{Sin} (n. 30 + 68. 43)$
 $+ 0,176 \operatorname{Sin} (n. 45 + 66. 5);$
 $\varepsilon T_n = 0,06.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Ca	Differ.	
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	10,09	10,01	+0,08	12	7,87	7,76	+0,1
1	10,20	10,23	-0,03	13	7,69	7,63	+0,0
2	9,94	10,08	-0,14	14	7,39	7,48	-0,0
3	9,72	9,67	+0,05	15	7,15	7,31	-0,1
4	9,20	9,13	+0,07	1 6	7,20	7,11	+0,0
5	8,55	8,64	-0,09	17	6,95	6,94	+0,0
6	8,38	8,30	+0,08	18	6,95	6,85	+ 0,1
7	8,14	8,12	+0,02	19	6,98	6,95	+0,0
8	8,03	8,04	-0,01	20	7,17	7,32	-0,1
9	7,98	8,02	0,04	21	7,89	7,93	-0,0
10	7,89	7,97	-0,08	22	8,72	8,70	+ 0,0
11	7,92	7,88	+0,04	23	9,53	9,46	+ 0,0

Рычмочти.

Martius.

$$T_n = 7,25 + 2,282 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 57^{\circ}. 50')$$

 $+ 0,707 \text{ Sin } (n. 30 + 75. 10)$
 $+ 0,151 \text{ Sin } (n. 45 + 145. 53);$
 $\varepsilon T_n = 0,07.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Ca	Differ.	
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	9,88	9,95	0,07	12	5,87	5,92	0,05
1	10,17	10,08	+0,09	13	5,70	5,78	-0,08
2	9,81	9,90	-0,09	14	5,48	5,60	-0,12
3	9,47	9,51	-0,04	15	5,42	5,35	+ 0,07
4	9,07	9,00	+0,07	1 6	5,25	5,13	+0,12
5	8,57	8,45	+ 0,12	17	5,12	5,05	+0,07
6	7,89	7,91	0,02	18	5,15	5,23	-0,08
7	7,21	7,39	-0,18	19	5,59	5,75	-0,16
8	6,89	6,92	0,03	20	6,53	6,58	-0,05
9	6,57	6,53	+0,04	21	7,72	7,61	+0,11
10	6,36	6,24	+ 0,12	22	8,80	8,63	+0,17
11	6,09	6,05	+ 0,04	23	9,31	9,45	0,14

PLYMOUTH.

Aprilis.

$$T_n = 9,48 + 3,262 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 64^{\circ}. 10')$$

 $+ 0,756 \text{ Sin } (n. 30 + 83. 42)$
 $+ 0,190 \text{ Sin } (n. 45 + 209. 39);$
 $\varepsilon T_n = 0,09.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Ca	Differ.	
	Observ.	Comput			Observ.	Comput.	
Merid.	12,95	13,07	-0,12	12	7,22	7,39	-0,17
1	13.28	13,19	+ 0,09	13	7,06	7,15	-0,09
2	13,09	13,01	+ 0,05	14	6,89	6,84	+ 0,05
3	12,67	12,59	+0,08	15	6,70	6,53	+ 0,17
4	11,92	11,97	-0,05	16	6,53	6,38	+0,15
5	11,19	11,18	+0,01	17	6,50	6,55	-0,05
6	10,28	10,31	-003	18	6,81	7,14	-0,33
7	9,25	9,44	-0,19	19	7,99	8,12	-0,13
8	8,75	8,70	+ 0,05	20	9,66	9,36	+0,30
9	8,39	8,14	+ 0,25	21	10,89	10,65	+ 0,24
10	7,78	7,78	0	22	11,68	11,78	-0,10
11	7,53	7,57	-0,04	23	12,42	12,60	-0,18

Рьумочти.

Majus.

$$T_{s} = 14,19 + 3,758 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 62^{\circ}. 15')$$

 $+ 0,534 \operatorname{Sin} (n. 30 + 101. 10)$
 $+ 0,290 \operatorname{Sin} (n. 45 + 237. 13);$
 $\varepsilon T_{s} = 0,10.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	17,81	17,79	+ 0,02	12	11,64	11,63	+ 0,01
1	18,09	17,97	+0,12	13	11,06	11,21	-0,15
2	18,09	17,96	+0,13	14	10,78	10,76	+0,02
3	17,64	17,74	-0,10	15	10,63	10,44	+0,19
4	17,19	17,26	-0,07	16	10,59	10,41	+0,18
5	16,58	16,52	+ 0,06	17	10,63	10,85	-0,22
6	15,53	15,57	-0,04	18	11,42	11,76	-0,34
7	14,48	14,55	-0,07	19	13,17	13,02	+ 0,15
8	13,69	13,62	+0,07	20	14,69	14,41	+0,28
9	13,03	12,89	+0,14	21	15,76	15,69	+ 0,07
10	12,29	12,38	-0,09	22	16,53	16,70	-0,17
11	11,98	12,00	-0,02	23	17,22	17,39	-0,17

Раумочти.

Junius.

$$T_n = 14^{\circ}_{,5}57 + 2^{\circ}_{,5}72 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 67^{\circ}_{,-}44')$$

 $+ 0^{\circ}_{,3}14 \text{ Sin } (n.\ 30 + 138.\ 47)$
 $+ 0^{\circ}_{,2}81 \text{ Sin } (n.\ 45 + 250.\ 53);$
 $\varepsilon T_n = 0^{\circ}_{,0}7.$

Hora	Calor		Differ. Hora	Ca	Differ.		
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput	
Merid.	16,89	16,89	0	12	12,64	12,67	-0,03
1	17,09	16,93	+ 0,16	13	12,25	12,34	-0,09
2	17,02	16,97	+0,05	14	12,10	12,06	+0,04
3	16,76	16,83	-0,07	15	11,99	11,84	+ 0,18
4	16,45	16,56	-0,11	16	11,98	11,97	+ 0,0
5	16,06	16,09	-0,03	17	12,21	12,47	-0,26
6	15,47	15,43	+ 0,04	18	13,24	13,30	-0,00
7	14,79	14,71	+ 0,08	19	14,44	14,33	+0,11
8	14,06	14,02	+0,04	20	15,43	15,25	+0,18
9	13.54	13,56	-0,02	21	16,13	16,06	+0,07
10	13,20	13,21	-0,01	22	16,33	16,55	-0,23
11	12,95	12,95	0	23	16,71	16,79	0,08

PLYMOUTH.

Julius.

$$T_n = 16.80 + 3.224 \operatorname{Sin}(n.15^{\circ} + 65^{\circ}.24')$$

 $+ 0.330 \operatorname{Sin}(n.30 + 104.50)$
 $+ 0.356 \operatorname{Sin}(n.45 + 220.57);$
 $\varepsilon'' T_n = 0.08.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	19,86	19,83	+0,03	12	14,28	14,42	-0,14
1	20,01	19,86	+0,15	13	14,17	14,21	-0,04
2	19,94	19,83	+ 0,11	14	13,97	13,95	+0,02
3	19,77	19,72	+ 0,05	15	13,79	13,72	+ 0,07
4	19,41	19,43	-0,02	16	13,69	13,71	-0.02
5	18,74	18,90	-0,16	17	13,93	14,07	- 0,14
6	18,02	18,10	-0,08	18	14,80	14,87	-0,07
7	17,15	17,13	+0,02	19	16,32	16,01	+0,31
8	16,22	16,18	+0,04	20	17,44	17,26	+ 0,18
9	15,44	15,41	+0,03	21	18,24	18,37	-0,13
10	15,00	14,90	+0,10	22	18,92	19,17	-0,25
11	14,65	14,61	+0,04	23	19,53	19,63	- 0,10

PLYMOUTH.

Augustus.

$$T_n = 16^{\circ}, 20 + 3,506 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 62^{\circ}, 7')$$

 $+ 0,614 \text{ Sin } (n. 30 + 101, 38)$
 $+ 0,374 \text{ Sin } (n. 45 + 214, 9);$
 $\epsilon'' T_n = 0.08.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Обытт.	Comput			Observ.	Comput.	i
Merid.	19,47	19,60	-0,22	12	13,77	13,91	-0,14
1	19,72	19,71	+0,01	13	13,50	13,62	-0,12
2	19,72	19,59	+0,13	14	13,14	13,20	-0,00
3	19,47	19,36	+0.11	15	13,00	12,80	+ 0,20
4	18,95	18,97	-0,02	16	12,81	12,61	+ 0,20
5	18,33	18,38	-0,05	17	12,76	12,86	-0,10
6	17,50	17,55	-0,05	18	13,47	13,65	-0,18
7	16,53	16,60	-0,07	19	14,75	14,89	-0,1
8	15,67	15,67	0	20	16,44	16,35	+ 0,09
9	15,03	14,92	+0,11	21	17,95	17,73	+ 0,22
10	14,50	14,44	+0,06	22	18,86	18,78	+ 0,08
11	14,20	14,14	+0,06	23	19,31	19,43	-0,12

Ричмочти.

September.

$$T_n = 14.98 + 2.872 \operatorname{Sin}(n.15^{\circ} + 67^{\circ}.4')$$

 $+ 0.819 \operatorname{Sin}(n.30 + 75.1)$
 $+ 0.083 \operatorname{Sin}(n.45 + 173.58);$
 $\varepsilon'' T_n = 0.05.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	18,37	18,43	-0,06	12	13,09	13,12	-0,03
1	18,55	18,57	-0,02	13	12,95	12,98	-0,03
2	18,39	18,33	+ 0,06	14	12,78	12,71	+ 0,07
3	17,82	17,79	+ 0,03	15	12,70	12,60	+0,10
4	17,06	17,05	+ 0,01	16	12,55	12,49	+0,06
5	16,19	16,22	-0,03	17	12,56	12,59	-0,03
6	15,35	15,39	-0,04	18	12,97	12,99	-0,02
7	14,58	14,65	-0,07	19	13,64	13,73	0,09
8	14,04	14,06	-0,02	20	14,79	14,75	+0,04
9	13,77	13,64	+0,13	21	16,00	15,90	+0,10
10	13,37	13,38	-0,01	22	17,14	17,01	+0,13
11	13,19	13,23	-0,04	23	17,75	17,89	-0,14

Раумочти.

October.

$$T_n = 12.061 + 2.493 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 66^{\circ}. 16')$$

 $+ 0.897 \text{ Sin } (n. 30 + 82. 6)$
 $+ 0.159 \text{ Sin } (n. 45 + 122. 8);$
 $\varepsilon'' T_n = 0.06.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	15,75	15,91	-0,16	12	11,10	11,08	+ 0,02
1	15,84	15,94	-0,10	13	10,86	10,94	-0,08
2	15,56	15,55	+0,01	14	10,71	10,77	-0,06
3	14,97	14,90	+0,07	15	10,59	10,56	+ 0,03
4	14,25	14,15	+0,10	16	10,52	10,40	+0,12
5	13,46	13,42	+0,04	17	10,36	10,38	-0,02
6	12,75	12,81	0,06	18	10,73	10,63	+ 0,10
7	12,20	12,21	-0,01	19	11,14	11,24	-0,10
8	11,97	11,92	+ 0,05	20	12,04	12,20	-0,16
9	11,70	11,62	+0,08	21	13,46	13,35	+0,11
10	11,44	11,39	+ 0,05	22	14,69	14,50	+0,19
11	11,15	11,22	0,07	23	15,43	15,42	+0,01

Рьумочти.

November.

$$T_n = 8,99 + 1,585 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 60^{\circ}. 5')$$

 $+ 0,622 \operatorname{Sin} (n. 30 + 72. 55)$
 $+ 0,245 \operatorname{Sin} (n. 45 + 69. 19);$
 $\epsilon'' T_n = 0,04.$

Hora	C a	lor	Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	11,17	11,19	0,02	12	8,06	7,99	+ 0,07
1	11,36	11,35	+0,01	13	7,88	7,84	+ 0,04
2	11,22	11,09	+0,13	14	7,75	7,81	-0,06
3	10,66	10,60	+ 0,06	15	7,78	7,75	+ 0,03
4	10,00	10,00	0	1 6	7,74	7,71	+ 0,03
5	9,33	9,46	-0,13	17	7,70	7,67	+0,03
6	9,08	9,10	-0,02	18	7,63	7,69	-0,06
7	9,00	8,90	+0,10	19	7,89	7,88	+0,01
8	8,80	8,76	+0,04	20	8,28	8,31	-0,03
9	8,55	8,62	-0,07	21	9,08	9,00	+0,08
10	8,36	8,42	-0,06	22	9,83	9,84	-0,01
11	8,13	8,19	-0,06	23	10,53	10,64	-0,11

Ричлости

December.

$$T_e = 8\%73 + 0.919 \, \text{Sin} \, (n. \, 15^\circ + 66^\circ. \, 47')$$

 $+ 0.460 \, \text{Sin} \, (n. \, 30 \, + 68. \, 54)$
 $+ 0.207 \, \text{Sin} \, (n. \, 45 \, + 48. \, 16);$
 $\epsilon'' \, T_e = 0.04.$

Hota	Cal	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	C. Fria.	1. ; :-	1		Obsert.	Con put	
Me.id	10,25	10,10	+ 0,12	12	8,20	8,16	+ 0,04
1	10,30	10,30	+ 0.00	13	8,10	8,07	+ 0,03
2	10,03	10,14	-0,11	14	8,05	8,03	+ 0,03
3	0,72	9,74	-0.0.	15	8.03	8,05	- 0.02
4	9.32	0.24	+0.05	16	8,06	8,07	-0,01
5	8.74	8,50	-0,00	17	5,06	8,08	-0,02
6	8,55	8,52	+0.03	15	8,10	8,07	+0,03
7	8,40	8,40	+0,06	19	8,17	8,13	+ 0,04
8	8,41	8,41	0	20	8,36	8,32	+0.04
9	8.30	8.43	-0,07	21	8,58	8,70	-0.12
10	8,35	8.39	-0,04	22	9,20	9,21	-0,01
11	8,26	8,28	-0,02	23	9.66	9,75	-0,00

Medius totius auni calor in Plymouth = 11,54.

IV. SALZUFLEN. Latit. geograph. = 52°3' boreal.; Longit. = 26°20' orrient. a Ferro. Observationes a Brandes anno 1828 institutæ.

Januarius.

$$T_n = 0.000 + 0.885 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 56^{\circ}. 4')$$

+ 0.335 Sin $(n. 30 + 73. 41)$
+ 0.096 Sin $(n. 45 + 60. 35)$;
 $\varepsilon T_n = 0.06$.

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Cal	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	1,69	1,74	-0,05	12	0,24	0,10	+0,14
1	1,75	1,86	-0,11	13	+0,03	0	+ 0,03
2	1,73	1,77	-0,04	1-1	-0,03	-0,09	+0,06
3	1,50	1,59	-0,09	15	-0,18	-0,15	-0,03
1	1,18	1,23	-0,05	16	-0,28	-0,18	-0,10
5	0,93	0,85	+0,08	17	-0,06	-0,30	+0,24
6	0,76	0,73	+ 0,03	18	0,04	-0,17	+ 0,13
7	0,64	0,59	+ 0,05	19	0,09	-0,04	-0,05
8	0,51	0,50	+0,01	20	+0,05	+0,21	-0,16
9	0,41	0,43	-0,02	21	0,50	0,50	0
10	0,38	0,34	+ 0,04	22	1,03	1,01	+0,02
11	0,26	0,32	-0,06	23	1,49	1,53	-0,04

Februarius.

$$T_n = 1,63 + 1,776 \text{ Sin } (n.\ 15^\circ + 54^\circ.\ 48')$$

+ 0,366 Sin $(n.\ 30 + 57.\ 39)$
+ 0,077 Sin $(n.\ 45 + 16.\ 23);$
 $\varepsilon T_n = 0,07.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Compa			Observ.	Comput.	
Merid.	3,29	3,41	-0,12	12	0,38	0,47	-0,09
1	3,59	3,73	-0,14	13	0,20	0.26	-0,06
2	3,75	3,80	-0,05	14	0,09	0,11	-0,02
3	3,85	3,61	+0,24	15	0,09	0,04	+ 0,05
4	3,29	3,24	+0,05	16	0,15	0,05	+ 0,10
5	2,74	2,76	-0,02	17	0,25	0,16	+0,09
6	2,16	2,27	-0,11	18	0,28	0,37	-0,09
7	1,73	1,84	-0,11	19	0,51	0,69	-0,18
8	1,55	1,49	+ 0,00	20	1,08	1,12	-0,04
9	1.25	1,20	+ 0,05	21	1,86	1,67	+0,19
10	1,08	0,94	+0,14	22	2,36	2,29	+ 0,07
11	0,66	0,70	0,04	23	2,94	2,90	+0,04

Martius.

$$T_n = 4.82 + 1.804 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 56^{\circ}. 31')$$

 $+ 0.340 \operatorname{Sin} (n. 30 + 65. 14)$
 $+ 0.075 \operatorname{Sin} (n. 45 + 257. 6);$
 $\varepsilon T_n = 0.04.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	6,54	6,56	-0,02	12	3,75	3,70	+0,05
1	6,74	6,81	0,07	13	3,45	3,51	-0,06
2	6,86	6,88	-0,02	14	3,31	3,32	-0,01
3	6,83	6,77	+ 0,06	15	3,18	3,15	+ 0,03
4	6,54	6,48	+0,06	16	3,15	3,10	+0,05
5	6,06	6,04	+ 0,02	17	3,23	3,21	+0,02
6	5,44	5,52	-0,08	18	3,44	3,50	-0,06
7	4,93	5,01	-0,08	19	3,91	3,95	-0,04
8	4,61	4,58	+ 0,03	20	4,49	4,51	-0,02
9	4,36	4,26	+0,10	21	5,15	5,10	+ 0,05
10	4,05	4,03	+ 0,02	22	5,73	5,67	+0,06
11	3,76	3,86	-0,10	23	6,16	6,14	+ 0,02

Aprilis.

$$T_n = S_r^0 05 + 3,217 \text{ Sin } (n. 15^\circ + 55^\circ. 19')$$

 $+ 0,378 \text{ Sin } (n. 30 + 104. 24)$
 $+ 0,125 \text{ Sin } (n. 45 + 243. 19);$
 $\varepsilon T_n = 0,08.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Compat	
Merid.	11,65	11,55	+ 0,10	12	6,75	6,48	+ 0,27
1	11,98	11,83	+0,15	13	5,86	6,01	-0,15
2	11,76	11,90	-0,14	14	5,61	5,60	+ 0,01
3	11,71	11,76	-0,05	15	5;30	5,35	0,05
4	11,33	11,41	-0,08	16	5,31	5,37	-0,06
5	10,95	10,86	+ 0,09	17	5,80	5,71	+ 0,09
6	10,24	10,17	+0,07	18	6,49	6,40	+ 0,09
7	9,50	9,42	+0,08	19	7,26	7,34	[-0.08]
8	8,70	8,70	0	50	8,50	8,40	+0,10
9	7,89	8,05	-0,16	21	9,39	9,44	-0,05
10	7,43	7,48	-0,05	22	10,18	10,35	-0,17
11	7,03	6,97	+0,06	23	11,13	11,06	+ 0.07

Majus.

$$T_{\kappa} = 13,21 + 3,759 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 47^{\circ}.\ 29')$$

 $+ 0,462 \text{ Sin } (n.\ 30 + 141.\ 2')$
 $+ 0,248 \text{ Sin } (n.\ 45 + 224.\ 34);$
 $\varepsilon T_{\kappa} = 0,07.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Cal	or	Differ.
	Observ.	Comput.	9		Observ.	Comput.	
Merid.	16,20	16,10	+0,10	12	11,08	10,91	+0,17
1	16,53	16,37	+0,16	13	10,01	10,20	-0,19
2	16,41	16,54	-0,13	14	9,58	9,55	+0,03
3	16,51	16,61	-0,10	15	9,16	9,10	+0,06
4	16,44	16,52	-0,08	16	8,86	9,00	-0,14
5	16,33	16,20	+0,13	17	9,41	9,36	+0,05
6	15,69	15,64	+ 0,05	18	10,26	10,20	+0,06
7	15,01	14,88	+ 0,13	19	11,51	11,40	+0,11
8	13,88	14,02	-0,14	20	12,69	12,74	-0,05
9	13,05	13,16	-0,11	21	13,91	13,95	0,04
10	12.35	12,36	-0,01	22	14,91	14,98	-0,07
11	11,73	11,62	+ 0,11	23	15,68	15.66	+ 0,02

Junius.

$$T_a = 16.28 + 3.673 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 55^{\circ}. 14^{\circ})$$

 $+ 0.138 \text{ Sin } (n. 30 + 103. 32)$
 $+ 0.168 \text{ Sin } (n. 45 + 250. 10);$
 $\epsilon T_a = 0.07.$

Hora	Caior		Differ.	Hora	Ca	Differ.	
	Obser.	Cospia			Observ.	Comput	
Merid.	19,20	19,27	-0,07	12	13,69	13,56	+ 0,13
1	19,81	19,68	+0,13	13	13,23	13,07	+0,1
2	20,00	19,92	+0,05	14	12,75	12,72	+ 0,0
3	19,90	19,93	-0,03	15	12,36	12,56	-0,20
4	19,55	19,67	-0,12	16	12,61	12,70	-0,0
5	19,04	19,11	-0,07	17	13,25	13,19	+ 0,0
6	18,30	18,30	0	18	14,12	13,99	+ 0,1
7	17,55	17,35	+0,20	19	15,11	15,01	+ 0,10
8	16,44	16,39	+0,05	20	15,91	16,09	-0,18
9	15,44	15,51	-0,07	21	17,15	17,12	+ 0,03
10	14,58	14,75	-0,17	22	18,00	18,00	0
11	14,05	14,11	-0,06	23	18,70	18,71	-0,0

Julius.

$$T_n = 18,56 + 2,983 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 57^{\circ}. 48')$$

 $+ 0,068 \text{ Sin } (n. 30 + 105. 19)$
 $+ 0,245 \text{ Sin } (n. 45 + 239. 8);$
 $\epsilon' T_n = 0,08.$

Hora	Ca	alor Differ.		Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Comput.	
Merid.	20,99	20,94	+ 0,05	12	16,11	16,31	0,20
1	21,26	21,22	+0,04	13	16,09	16,00	+ 0,09
2	21,35	21,43	-0,08	14	15,89	15,72	+0,17
3	21,53	21,51	+ 0,02	15	15,59	15,57	+ 0,02
4	21,23	21,36	-0,13	16	15,41	15,66	-0,25
5	21,09	20,92	+0,17	17	16,08	16,07	+ 0,01
6	20,15	20,21	-0,06	18	16,86	16,78	+ 0,08
7	19,43	19,33	+0,10	19	17,86	17,69	+0,17
8	18,29	18,45	-0,16	20	18,56	18,64	-0,08
9	17,70	17,68	+0,02	21	19,39	19,48	-0,09
10	17,21	16,99	+0,22	22	20,04	20,00	+0,04
11	16,65	16,66	-0,01	23	20,69	20,59	+ 0,10

Augustus.

$$T_n = 15,86 + 2,796 \text{ Sin } (n. 15^\circ + 55^\circ. 10^\circ)$$

 $+ 0,201 \text{ Sin } (n. 30 + 55. 26^\circ)$
 $+ 0,328 \text{ Sin } (n. 45 + 253. 43^\circ);$
 $\epsilon'' T_n = 0,07.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	18,20	18,01	+0,19	12	13,96	14,05	-0,09
1	18,55	18,40	+0,15	13	13,69	13,72	-0,03
2	18,75	18,74	+ 0,01	14	13,45	13,35	+0,10
3	18,63	18,89	-0,26	15	13,19	13,07	+0.12
4	18,61	18,73	-0,12	16	12,94	13,03	-0,09
5	18.19	18,20	-0,01	17	13,44	13,36	+ 0,08
6	17,41	17,39	+0.02	18	14,09	14.01	+0,08
7	16,55	16,45	+0,10	19	14,81	14,87	-0,06
8	15,69	15,60	+ 0,09	20	15,73	15,76	-0,03
9	15,04	14,97	+ 0,07	21	16,41	16,53	-0.12
10	14,60	14,57	+ 0,03	22	16,97	17,13	-0,16
11	14,19	14,30	-0,11	23	17.64	17,59	+ 0,05

September.

$$T_n = 13,84 + 3,596 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 54^{\circ}. 27')$$

 $+ 0,408 \text{ Sin } (n. 30 + 75. 23)$
 $+ 0,322 \text{ Sin } (n. 45 + 221. 7);$
 $\varepsilon'' T_n = 0,08.$

Hora	Calor		Differ.	Hora Calo		lor	Differ.
	Observ.	Comput.		0		Comput.	- 96
Merid.	17,00	16,85	+ 0,15	12	11,24	11,52	-0,28
1	17,30	17,28	+ 0,02	13	11,20	11,19	+0,01
2	17,53	17,47	+ 0,06	14	10,89	10,79	+0,10
3	17,53	17,47	+0,06	15	10,49	10,42	+ 0,07
4	17,36	17,22	+0,14	16	10,08	10,25	-0,17
. 5	16,63	16,65	-0,02	17	10,43	10,45	-0,02
6	15,89	15,78	+0,11	18	10,94	11,11	-0,17
7	14,51	14,73	-0,22	19	12,18	12,17	+ 0.01
8	13,69	13,69	0	20	13,56	13,46	+0,10
9	13,04	12,83	+0,21	21	14,64	14,65	-0,01
10	12,34	12,22	+0,12	22	15,69	15,68	+ 0,01
11	11,65	11,83	-0,18	23	16,43	16,44	-0.01

October.

$$T_n = 9^{\circ}, 41 + 2,394 \operatorname{Sin}(n.\ 15^{\circ} + 46^{\circ}.\ 9')$$

 $+ 0,551 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 73.\ 43)$
 $+ 0,034 \operatorname{Sin}(n.\ 45 + 277.\ 34);$
 $\epsilon'' T_n = 0,08.$

Hora	Са	lor	Differ.	Calor			Differ.
	Observ.	Comput.			Observ. Comput.		
Merid.	11,68	11,63	+ 0,05	12	8,00	8,24	-0,2
1	11,94	12,02	-0,08	13	7,98	7,86	+0,1
2	12,03	12,13	-0,10	14	7,64	7,47	+ 0,1
3	12,09	11,98	+0,11	15	7,20	7,14	+ 0,0
4	11,76	11,61	+0,15	16	6,78	6,94	-0,1
5	11,08	11,09	-0,01	17	6,91	6,95	-0,0
6	10,36	10,53	-0,17	18	7,25	7,22	+ 0,0
7	9,89	10,00	-0,11	19	7,83	7,74	+ 0,0
8	9,61	9,55	+0,06	20	8,39	8,47	-0,0
9	9,44	9,18	+0,26	21	9,33	9,30	+ 0,0
10	8,85	8,88	0,03	22	10,26	10,20	+ 0,0
11	8,48	8,58	-0,10	23	10,95	11,00	-0,0

November.

$$T_n = 5,53 + 1,767 \operatorname{Sin}(n.\ 15^\circ + 39^\circ.\ 24')$$

 $+ 0,452 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 95.\ 5)$
 $+ 0,116 \operatorname{Sin}(n.\ 45 + 338.\ 15);$
 $\epsilon'' T_n = 0,08.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	7,24	7,01	+ 0,23	12	4,73	4,90	-0,17
1	7,56	7,38	+0,18	13	4,38	4,41	-0,03
2	7,57	7,48	+ 0,09	14	3,96	3,96	0
3	7,40	7,35	+ 0,05	15	3,60	3,62	-0,02
4	7,11	7,05	+0,06	16	3,20	3,48	-0,28
5	6,69	6,68	+ 0,01	17	3,40	3,55	0,15
6	6,34	6,34	0	18	4,01	3,82	+ 0,19
7	6,04	6,08	-0,04	19	4,34	4,23	+0,11
8	5,91	5,92	-0,01	20	4,79	4,76	+ 0,03
9	5,75	5,78	-0,03	21	5,39	5,35	+ 0,04
10	5,45	5,60	-0,15	22	6,03	5,97	+ 0,06
11	5,11	5,31	-0,20	23	6,63	5,56	+ 0,07

SALZUTLEN.

December.

$$T_n = 4^{\circ}98 + 0,790 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 33^{\circ}. 6')$$

 $+ 0,307 \text{ Sin } (n. 30 + 107. 40)$
 $+ 0,060 \text{ Sin } (n. 45 + 126. 12);$
 $\epsilon'' T_n = 0,04.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Compat,	
Merid.	5,70	5,75	0,05	12	4,70	4,79	-0,09
1	5,73	5,78	-0,05	13	4,70	4,59	-0,11
2	5,80	5,71	+ 0,09	14	4,41	4,38	+ 0,03
3	5,68	5,60	+0,08	15	4,18	4,17	+ 0,01
4	5,51	5,49	+0,02	16	3,99	4,01	-0,02
5	5,35	5,42	-0,07	17	3,86	3,94	-0,08
6	5,28	5,38	-0,10	18	4,00	3,99	+0,01
7	5,36	5,36	0	1 9	4,15	4,18	-0,03
8	5,41	5,32	+0,09	20	4,61	4,51	+ 0,10
9	5.28	5,24	+ 0,04	21	4,93	4,90	+ 0,03
10	5,15	5,13	+0,02	22	5,26	5,28	-0,02
11	4,88	4,97	- 0.09	23	5,54	5,58	-0,04

Media anni in Salzuflen temperatura = 9°45.

V). APENROA. Latit. geograph. = 55°2′57″ boreal.; Longit. = 27°6′25″ orrient. a Ferro. Observavit Dr Neuber a calend. Jun. 1822 ad. cal. Jun. 1823, atque a cal. Jun. 1824 ad cal. Jun. 1825, horis 0, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 19, 21 & 23, quibus addidimus valores interpolatione ortos horarum 13, 15 & 17.

Januarius.

$$T_n = -1,000 + 0,591 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 44^{\circ}. 24') + 0,323 \text{ Sin } (n. 30 + 63. 50) + 0,111 \text{ Sin } (n. 45 + 36. 23);$$

 $\varepsilon T_n = 0,04.$

Hora	Cal	or	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Ohserv.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	-0,13	-0,22	+0,09	12		—1,1 9	
1	-0,03	-0,03	0	13	-1,25:	-1,32	+ 0,07
2		-0,14		14		-1,39	
3	-0,24	-0,24	0	15	-1,50:	-1,47	-0,03
4		-0,52		16		-1,52	
5	-0,85	-0,80	-0,05	17	-1,60:	-1,55	-0,05
6		-0,96		18		-1,62	
7	-0,94	-1,01	+0,07	19	-1,51	-1 ,59	+ 0,08
8		1,04		20		-1,49	
9	-1,07	-0,99	-0,08	21	-1,36	-1,29	+ 0,07
10		—1,0 3		22		-0,92	
11	-1,10	-1,09	-0,01	23	-0,51	0,55	+0,04

Februarius.

$$T_n = -0.926 + 1.119 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 59^{\circ}. 19')$$

 $+ 0.451 \operatorname{Sin} (n. 30 + 68. 39)$
 $+ 0.238 \operatorname{Sin} (n. 45 + 28. 20);$
 $\varepsilon T_n = 0.06.$

Hora	C a	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Comput	
Meri I.	1,21	1,23	-0,02	12		-0,91	A Control of the Cont
1	1,37	1,49	-0,12	13	-1, 00:	-1,12	+0,12
2		1,42		14		-1,24	
3	1,11	1,06	+0,05	15	-1,25:	-1,25	0
4		0,54		16		-1,20	1
5	0,04	0,03	+0,01	17	-1,25:	-1,12	-0,13
6		-0,32		18		-1,04	
7	-0,40	-0,48	+0,08	19	-0,89	-0,94	+ 0,05
8		-0,49		20		-0,74	
9	-0.60	-0,47	-0,13	21	-0,32	-0,38	+ 0,06
10		-0,53		22		0,14	
11	-0,71	-0,67	-0,04	23	0,75	0,71	+0,04

Martius.

$$T_n = 1,68 + 1,885 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 56^{\circ}. 16')$$

 $+ 0,573 \text{ Sin } (n. 30 + 55. 31)$
 $+ 0,052 \text{ Sin } (n. 45 + 333. 46);$
 $\varepsilon T_n = 0,03.$

Hora	C a	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	3,68	3,70	0,02	12		0,60	
1	4,02	4,06	-0,04	13	0,40 :	0,45	-0,05
2		4,13		14		0,26	
3	3,89	3,90	-0,01	15	0,10:	0,11	-0,01
4		3,44		1 6		0,01	
5	2,89	2,83	+ 0,06	17	0,10:	0,04	+0,06
6		2,21		18		0,21	
7	1,60	1,66	-0,06	19	0,47	0,55	-0,08
8		1,27		20		1,06	
9	1,02	1,01	+0,01	21	1,74	1,71	+0,03
10		0,85		22		2,51	
11	0,77	0,73	+ 0,04	23	3,14	3,12	+ 0,02

Aprilis.

$$T_n = 5,99 + 3,112 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 60^{\circ}. 33')$$

 $+ 0,678 \text{ Sin } (n. 30 + 41. 16)$
 $+ 0,206 \text{ Sin } (n. 45 + 219. 53);$
 $\varepsilon T_n = 0,09.$

Hora	Calor		Differ. I	Hora	Calor		Disser.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	8,95	9,02	-0,07	12		3,86	
1	9,29	9,43	-0,14	13	3,60:	3,83	-0,23
2		9,60		14		3,70	
3	9,34	9,48	-0,14	15	3,50:	3,52	-0,03
4		9,03		16		3,36	
5	8,50	8,24	+0,26	17	3,60:	3,47	+ 0,13
6		7,23		18		3,95	
7	6,04	6,14	-0,10	19	4,56	4,55	+ 0,01
8		5,16		20		5,48	
9	4,60	4,43	+0,17	21	6,62	6,52	+ 0,10
10		4,03		22		7,51	
11	3,87	3,88	-0,01	23	8,34	8,36	-0,0

Majus.

$$T_n = 11,01 + 4,145 \operatorname{Sin}(n.\ 15^{\circ} + 63^{\circ}.\ 33')$$

 $+ 0,109 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 296.\ 13)$
 $+ 0,184 \operatorname{Sin}(n.\ 45 + 188.\ 51);$
 $\varepsilon T_n = 0,11.$

Hora	Cal	lor	Differ.	Hora	Cal	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	14,47	14,59	-0,12	12		7,23	
1	14,89	14,86	+ 0,03	13	7,25:	7,04	+0,21
2		14,96		14		7,05	
3	14,74	14,88	-0,14	15	7,20:	7,24	-0,04
4		14,59		16		7,62	
5	14,15	14,01	+ 0,14	17	8,00:	8,23	-0,23
6		13,13		18		9,08	
7	12,17	12,00	+0,17	19	10,26	10,14	+ 0,12
8		10,73		20		11,30	
9	9,16	9,49	-0,33	21	12,54	12,43	+0,11
10		8,45		22		13,39	
11	7,74	7,68	+ 0,06	23	14,02	14,12	-0,10

Junius.

$$T_n = 15,86 + 4,960 \text{ Sin } (n..15^{\circ} + 59^{\circ}.47')$$

 $+ 0,379 \text{ Sin } (n..30 + 257.3)$
 $+ 0,394 \text{ Sin } (n..45 + 209.1);$
 $\varepsilon T_n = 0,09.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Cal	lor	Differ.
1	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	19,75	19,59	+ 0,16	12		11,40	
1	20,09	19,91	-0,18	13	11,20:	11,09	+0,11
2		20,22		14		10,99	
3	20,34	20,46	-0,12	15	11,00:	11,09	-0,09
4		20,39		16		11,48	
5	19,98	20,04	-0,06	17	12,20:	12,25	-0,05
6		19,07		. 18		13,44	
7	17,84	17,64	+0,20	19	14,96	14,82	+0,14
8	,	15,95	٩	20		16,29	
9	14,12	14,30	-0,18	21	17,50	17,59	-0,09
10		12,95		22		18,56	
11	12,01	11,98	+0,03	23	19,12	19,19	-0,07

Julius.

$$T_n = 16^2 51 + 3,020 \text{ Sin } (n. 15^\circ + 66^\circ. 35')$$

 $+ 0,223 \text{ Sin } (n. 30 + 282. 43)$
 $+ 0,003 \text{ Sin } (n. 45 + 151. 20);$
 $\varepsilon T_n = 0,07.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Comput.	
Merid.	19,05	19,12	-0,07	12		13,47	
1	19,35	19,30	+ 0,05	13	13,50:	13,38	+0,12
2		19,35		14		13,53	
3	19,12	19,27	-0,15	15	13,70:	13,85	-0,15
4		19,04		16		14,29	
5	18,68	18,63	+0,05	17	15,00:	14,82	+0,18
6		17,99		18		15,41	
7	17,24	17,22	+0,02	19	16,05	16,13	-0,08
8		16,28		20		16,87	1
9	15,25	15,30	-0,05	21	17,59	17,60	-0,01
10		14,47		22		18,26	
11	13,90	13,83	+ 0,07	23	18,71	18,76	0,05

Augustus.

$$T_n = 16^{\circ}_{1}11 + 3,712 \operatorname{Sin}(n.\ 15^{\circ} + 64^{\circ}.\ 18')$$

 $+ 0,175 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 65.\ 13)$
 $+ 0,234 \operatorname{Sin}(n.\ 45 + 201.\ 0);$
 $\varepsilon T_n = 0,04.$

Hora	C a	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	19,39	19,54	-0,15	12		14,01	
1	19,74	19,72	+0,02	13	12,80:	12,85	-0,05
2		19,74		14		12,78	
3	19,54	19,59	0,05	[15	12,80:	12,78	+ 0,02
4		19,10	i I	16		12,81	
5	18,73	18,64	+ 0,09	17	13,40:	13,38	+0,02
6		17,65		18		14,16	
7	16,66	16,70	-0,04	19	15,12	15,15	-0,03
8		15,61		20		16,33	
9	14,61	14,60	+0,01	21	17,50	17,48	+ 0,02
10		13,96		22		18,58	
11	13,35	13,30	+ 0,05	23	19,12	19,13	0,01

September.

$$T_n = 14,000 + 3,592 \text{ Sin } (n. 15^\circ + 61^\circ. 15')$$

 $+ 0,578 \text{ Sin } (n. 30 + 66. 33)$
 $+ 0,269 \text{ Sin } (n. 45 + 216. 49);$
 $\varepsilon T_n = 0,10.$

Hora	C a	lor	Differ.	Hora	Cal	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	17,33	17,49	-0,16	12		11,54	
1	17,74	17,79	-0,05	13	11,20:	11,30	-0,10
2		17,85		14		11,14	
3	17,66	17,66	0	15	10,90:	10,82	+ 0,08
4		17,17		16		10,72	
5	16,56	16,41	+ 0,15	17	11,00:	10,96	+0,04
6	-	15,41		18		11,47	
7	14,07	14,32	-0,25	19	12,29	12,53	-0,24
8		13,30		20		13,77	
9	12,67	12,49	+0,18	21	15,25	15,04	+ 0,21
10	,	11,99		22		16,14	
11	11,72	11,71	+0,01	23	16,93	16,98	-0,05

October.

$$T_n = 10^{\circ}, 26 + 1,970 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 59^{\circ}, 28')$$

 $+ 0,682 \operatorname{Sin} (n. 30 + 67, 18)$
 $+ 0,112 \operatorname{Sin} (n. 45 + 50, 7);$
 $\varepsilon T_n = 0,05.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Ditfer.
	Observ.	Comput.			Obsert.	Comput	
Merid.	12,46	12,68	-0,22	12		9,11	
1	12,90	12,95	-0,05	13	8,90:	8,93	-0,03
2		12,85		14		8,77	
3	12,50	12,43	+ 0,07	15	8,70:	8,63	+ 0.07
4		11,80		16		8,55	
5	11,10	11,15	-0,05	17	8,50:	8,56	-0,0
6		10,57		18		8,70	
7	10,11	10,13	-0,02	19	9,06	9,05	+ 0,01
8		9,83		20		9,61	
9	9,67	9,62	+ 0,05	21	10,40	10,38	+0,02
10		9,45		22		11,25	
11	9,26	9,20	+0,06	23	12,07	11,98	+0.09

November.

$$T_n = 6,64 + 0,951 \text{ Sin } (n.\ 15^\circ + 52^\circ.\ 49')$$

 $+ 0,369 \text{ Sin } (n.\ 30 + 71.\ 3)$
 $+ 0,142 \text{ Sin } (n.\ 45 + 58.\ 33);$
 $\varepsilon T_n = 0,03.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	°C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	7,93	7,86	+0,07	12		6,11	
1	8,05	8,02	+ 0,03	13	6,00:	5,97	+ 0,03
2		7,92		14		5,90	
3	7,62	7,66	-0,04	15	5,80:	5,84	-0,04
4		7,38		1 6		5,81	
5	7,01	7,00	+0,01	17	5,80:	5,78	+0,02
6		6,79		18		5,78	
7	6,72	6,66	+0,06	19	5,91	5,88	+ 0,03
8		6,60		20		6,12	
9	6,45	6,53	-0,08	21	6,46	6,51	0,05
10		6,41		22		7,01	
11	6,30	6,27	+ 0,03	23	7,51	7,49	+ 0,02

December.

$$T_a = 2,64 + 0,607 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 57^{\circ}. 53')$$

 $+ 0,294 \text{ Sin } (n. 30 + 59. 43')$
 $+ 0,097 \text{ Sin } (n. 45 + 38. 34');$
 $\varepsilon T_a = 0,03.$

Hora	C a	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Comput.	
Merid.	3,46	3,46	0	12		2,32	
1	3,65	3,61	+ 0,04	13	2,25:	2,25	0
2		3,58		14		2,20	
3	3,36	3,38	-0,02	15	2.15:	2,18	-0,0
4		3,11		16		2,16	
5	2.81	2,83	-0,02	17	2,15:	2,14	+ 0,0
6		2,62		18		2,14	
7	2,55	2,51	+0.04	19	2,24	2,18	+0,00
8		2,46		20		2,30	
9	2,44	2,45	-0,01	21	2,41	2,52	-0.1
10		2,42		22		2,83	
11	2,39	2,38	+0,01	23	3.22	3,18	+ 0,0-

Medius Apenroæ anni calor = 8,29.

VI). BOOTHIA FELIX. Latit. geograph. = 70°1' boreal.; Longit. = 74°12' occid. a Ferro. Observationes instituit Ross per annos 2½, 1830—1832.

Januarius.

$$T_s = -32,60 + 0,154 \sin (n. 15^{\circ} + 27^{\circ}. 30^{\circ}) + 0,025 \sin (n. 30 + 27. 50^{\circ}) + 0,022 \sin (n. 45 + 0^{\circ}. 9^{\circ});$$

$$\varepsilon T_n = 0,04.$$

Hora	Cal	lor	Differ.	Hora	Cal	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Compat.	
Merid.	-32,62	-32,54	-0,08	12	-32,60	-32,66	+0,06
1	26	46	+ 0,20	13	73	70	-0.03
2	41	42	+0,01	1-1	77	72	-0,05
3	51	41	-0,10	15	71	74	+ 0,03
4	50	43	-0,07	16	73	74	+0,01
5	42	46	+ 0,04	17	78	73	0.05
6	43	49	+0,06	18	. 69	72	+0,03
7	48	52	+0,04	19	68	71	+ 0,03
8	56	54	-0,02	20	74	70	-0,04
9	65	56	-0,09	21	64	68	+ 0,04
10	59	58	-0,01	22	68	63	0,05
11	57	62	+0,05	23	57	58	+ 0.01

BOOTHIA.

Februarius.

$$T_a = -35,63 + 0,770 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 77^{\circ}. 24')$$

 $+ 0,411 \text{ Sin } (n. 30 + 36. 29)$
 $+ 0,133 \text{ Sin } (n. 45 + 49. 23);$
 $\varepsilon T_a = 0,07.$

Hora	C a	lor	Differ.	Hora	Cal	or	Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Comput	
Merid.	_34,58	-34,54	-0,04	12	-36,38	-36,24	-0,14
1,	_34,19	-34,36	+ 0,17	13	-35,89	-36,16	+ 0,27
2	-34,25	-34,40	+0,15	14	-35,98	-35,98	0
3	-34,72	-34,66	-0,06	15	-36,00	-35,94	-0,06
4	-35,19	-35,05	-0,14	16	-35,98	-35,89	-0,09
5	-35,57	-35,46	-0,11	17	-35,98	-35,90	-0,08
6	_35,71	-35,79	+0,08	. 18	-35,95	-35,96	+ 0,01
7	-3 5,99	-36,03	+0,04	19	-35,90	-35,99	+ 0,09
8	_36,05	-36,17	+0,12	20	-35,88	-35,91	+ 0.03
9	-36,26	-36,25	-0.01	21	-35,59	_35,69	+0,10
10	-36,36	-36,27	-0,09,	22	-35,41	-35,31	-0,10
11	-36,35	-36,28	-0,07	23	-35,07	-34,90	-0,17

Воотніл.

Martius.

$$T_n = -34,04 + 4,002 \text{ Sin } (n. 15^\circ + 56^\circ. 10')$$

 $+ 1,119 \text{ Sin } (n. 30 + 67. 31)$
 $+ 0,126 \text{ Sin } (n. 45 + 80. 48);$
 $\varepsilon T_n = 0,12.$

Hora	Са	lor	Differ.	Hora	Са	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	-30,29	-30,23	-0,06	12	-35,68	-35,77	+ 0,09
1	-29,80	-29,82	+ 0,02	13	-36,24	-36,05	-0,19
2	-29,91	-29,96	+ 0,05	14	-36,28	-36,35	+ 0,07
3	-30,31	-30,57	+0,26	15	- 36,37	-36,66	+ 0,29
4	-31,18	-31,46	+0,28	16	_36,48	-36,92	+044
5	-32,40	-32,43	+ 0,03	17	_37,12	-37,02	-0,10
6	_33,45	-33,33	-0,12	18	_37,04	36,83	- 0,2
7	-34,23	-34,05	-0,18	19	-36,25	-36,25	0
8	-34,66	-34,59	-0,07	20	-35,49	-35,27	- 0,22
9	-35,04	-34,99	-0,05	21	-33,91	-33,96	+ 0,0
10	-35,35	-35,28	0,07	22	-32,55	_32,52	-0,03
11	-35,63	- 35,53	-0,10	23	-31,37	_,31,19	-0,18

Воотиил.

Aprilis.

$$T_n = -19703 + 37411 \sin(n.15^{\circ} + 67^{\circ}.46')$$

 $+ 0746 \sin(n.30 + 65.4)$
 $+ 0740 \sin(n.45 + 209.35)$;
 $\epsilon T_n = 0706$.

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Cal	or	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	15,37	-15,45	+0,08	12	-21,78	-21,63	-0,15
1	-15,18	-15,24	+0,06	13	-21,78	-21,74	-0,04
2	-15,26	-15,33	+0,07	1-1	-21,84	-21,84	0
.3	-15,55	-15,69	+0,14	15	_21,94	-21,91	-0,03
4	-16,23	-16,31	+0,08	1 6	-21,82	-21,85	+ 0,03
5	-17,29	-17,15	-0,14	17	-21,60	-21,55	0,03
6	-18,12	-18,11	-0,01	18	-21,09	-20,94	-0,13
7	-19,10	-19,11	+0,01	19	-20,07	-20,04	-0,03
8	-19,94	-20,01	+0,07	20	-18,77	-18,95	+0,18
9	-20,75	-20,72	-0,03	21	-17,70	-17,81	+0,11
10	-21,24	-21,20	-0,04	22	-16,76	-16,77	+0,01
1,1	-21,54	-21,47	-0,07	23	-16,04	-15,97	-0,07

Воотнил

Majus.

$$T_n = -9^{\circ}, 19 + 3,251 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 65^{\circ}, 51')$$

 $+ 0,162 \operatorname{Sin} (n. 30 + 145, 58)$
 $+ 0,137 \operatorname{Sin} (n. 45 + 3, 11);$
 $\varepsilon T_n = 0^{\circ}, 10.$

Hora	Ca	or	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	-6,27	-6,12	-0,15	12	-11,75	-12,07	+0,32
1	- 5,91	- 5,87	-0,04	13	-12,89	-12,49	-0,40
2	-6,07	-5,88	-0,19	14	-12,75	-12,63	0,12
3	-6,14	-6,19	+0,05	15	-12,48	-12,45	0,03
4	-6,69	-6,71	+0,02	16	_11,91	-11,98	+0,07
5	-7,45	-7,38	-0,07	17	-11,25	-11,39	+0,14
6	-8,16	-8,09	-0,07	18	-10,52	-10,47	0,05
7	-8,78	-8,77	-0,01	19	- 9,70	-9,63	-0,07
8	-9,48	- 9,44	-0,04	20	- 9,00	-8,79	-0,21
9	-10,18	-10,11	-0,07	21	-8,00	- 8,00	0
10	-11,01	-10,79	-0,22	22	-7,22	-7,26	+0,04
11	-11,38	-11,47	+0,09	23	- 6,52	-6,61	+0,09

Воотны.

Junius.

$$T_n = 1,39 + 2,949 \operatorname{Sin}(n.\ 15^\circ + 69^\circ.\ 24')$$

 $+ 0,050 \operatorname{Sin}(n.\ 30 + 186.\ 29)$
 $+ 0,324 \operatorname{Sin}(n.\ 45 + 316.\ 6);$
 $\varepsilon T_n = 0,18.$

24		Differ.	Hora	Ca	lor	Dilfer.
Jusery.	Comput			Observ.	Comput	
- 4,09	+3,91	+0,18	12	-1,30	-1,16	-0,14
- 4,73	+4,30	+0,43	13	-1,67	-1,58	-0,09
- 4,53	+ 4,49	+0,04	14	-1,62	1,80	+ 0,18
- 4,02	+ 4,36	-0,34	15	-1,44	-1,67	+0,23
- 3,62	+3,87	-0,25	16	-1,08	-1,17	+0,09
- 2,92	+ 3,09	-0,17	17	-0,52	-0,35	-0,17
- 2,27	+ 2,22	+ 0,05	18	+0,38	+0,58	-0,20
- 1,51	+ 1,40	+0,11	19	+ 1,80	+ 1,44	+ 0,36
- 0,79	+0,75	+0,04	20	+2,30	+2,12	+0,18
- 0,83	+0,24	+0,59	21	+ 2,12	+ 2,63	-0,51
-0,61	-0,19	-0,48	22	+ 2,95	+3,05	-0,10
-0,91	-0,65	-0,26	23	+3,54	+ 3,47	+0,07
	- 4,73 - 4,53 - 4,02 - 3,62 - 2,92 - 2,27 - 1,51 - 0,79 - 0,83 - 0,61	-4,73 +4,30 -4,53 +4,49 -4,02 +4,36 -3,62 +3,87 -2,92 +3,09 -2,27 +2,22 -1,51 +1,40 -0,79 +0,75 -0,83 +0,24 -0,61 -0,19	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{vmatrix} -4,73 \\ -4,53 \end{vmatrix} + 4,30 \end{vmatrix} + 0,43 \end{vmatrix} + 0,04 \end{vmatrix} + 0,05 \end{vmatrix} $	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

Воотніл.

Julius.

$$T_n = 5,15 + 2,142 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 62^{\circ}. 5')$$

 $+ 0,133 \operatorname{Sin} (n. 30 + 308. 59)$
 $+ 0,136 \operatorname{Sin} (n. 45 + 357. 17);$
 $\varepsilon T_n = 0,06.$

Hora	Ca	alor Differ.	Hora	Calor		Differ.	
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput	
Merid.	7,02	6,94	+0,08	12	3,21	3,16	+ 0,05
1	7,22	7,28	-0,06	13	2,80	2,93	-0,13
2	7,41	7,48	-0,07	14	2,99	2,93	+ 0,06
3	7,35	7,38	-0,03	15	3,05	3,09	-0,04
4	7,24	7,10	+0,14	16	3,42	3,46	-0,04
5	6,55	6,63	-0,08	17	3,95	3,91	+0;04
6	6,15	6,13	+ 0,02	18	4,42	4,39	+0,03
7	5,58	5,58	0	19	4,87	4,82	+ 0,05
8	5,07	5,06	+0,01	20	5,13	5,19	-0,06
9	4,56	4,53	+ 0,03	21	5,59	5,61	-0,02
10	3,86	4,03	-0,17	22	6,05	6,03	+ 0,02
11	3,71	3,65	+ 0,06	23	6,50	6,46	+ 0,04

BOOTEIL

Aug ustus.

$$T_* = 3,62 + 1,667 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 55^{\circ}. 45^{\circ})$$

+ 0,107 Sin $(n. 30 + 328. 34^{\circ})$
+ 0,127 Sin $(n. 45 + 84. 32^{\circ})$
 $\approx T_* = 0,06.$

Hora	Ca	Calor		Hora	Ca	lor	Differ.
	Osem.	Capet			General.	Comput	
Merid	5,02	5,07	-0,05	12	2,07	2,06	+ 0,01
1	5,24	5,20	-0,05	13	2,01	1,95	+ 0.00
2	5,32	5,35	-0,03	14	2,11	2,00	÷ 0.11
3	5,20	5,27	+ 0.02	15	2,19	2,16	+ 0.03
4	5,21	5.10	+0,10	16	2,41	2,35	+0.0
5	4,52	4,58	 0,0∜.	17	2,44	2,55	-0,11
6	1,43	4,560	-0,17	15	2,61	2,75	-0,1-
7	4,39	4,25	+0,14	19	3,01	2,99	+ 0,0.
8	3,97	3,82	+ 0,15	20	3,34	3,32	+ 0.03
9	3.31	3,32	-0,01	21	3,57	3,74	- 0.1.
10	2,65	2,50	-0,12	22	4,25	4,23	+ 0.03
11	2.22	2,36	-0,14	23	4,69	4,70	-0,01

Воотніа.

September.

$$T_n = -3,69 + 0,970 \sin (n. 15^{\circ} + 65^{\circ}. 12')$$

$$+ 0,224 \sin (n. 30 + 57. 25)$$

$$+ 0,049 \sin (n. 45 + 285. 14);$$

$$\varepsilon T_n = 0,06.$$

:-	Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Cal	lor	Differ.
		Observ.	Comput.			Observ.	Compat	
	Merid.	-2,64	-2,66	+0,02	12		-4,33	-0,18
	1	2,43	-2,53	+ 0,10	13	4,45	-4,39	-0,06
	2	-2,47	-2,51	+0,04	1-1	1,47		0
	3	-2,58	-2,53	0,05	15	-4,52	-4,52	0
	4	2,74	-2,84	+0,10	16	4,54	4,52	-0,02
· :	5	-3,15	-3,14	-0,01	17	-4,47	-4,39	-0,08
	6	-3,49	-3,48	-0,01	18	-4,38	-4,27	-0,11
	7	-3,82	-3,79	0,03	19	-4,04	-4,03	-0,01
:	8		-4,02	+0,01	20	-3,58	_3,75	+0,17
	9	-4,24	4,1 6	-0,08	21	-3,39	-3,54	+0,15
	10	-4,27	4,24	-0,03	22	3,14	-3,15	+ 0,01
	11	-4,35	-1,29	0,06	23	-2,77	2,88	+ 0.11

Воотніа.

October.

$$T_{a} = -12^{\circ}53 + 0.570 \sin (n. 15^{\circ} + 80^{\circ}. 8')$$
$$+ 0.258 \sin (n. 30 + 82. 13)$$
$$+ 0.048 \sin (n. 45 + 66. 29);$$
$$\varepsilon T_{a} = 0.03.$$

Hora	C a		Differ.	Hora	Cal		Differ.
	1						
Merid.	-11,69	-11,67	-0,02	12	-12,88	-12,88	0
1	_11,67	-11,68	+ 0,01	13	-12,96	-12,91	-0,05
2	-11,84	-11,82	-0,02	14	12,88	-12,93	+ 0,05
3	-12,05	-12,05	0	15	-12,92	-12,94	+0,02
4	-12,25	-12,31	+0,00	16	-12,93	-12,95	+0,02
5	-12,53	-12,54	+0,01	17	-12,98	-12,93	-0,05
6	-12,74	-12,71	-0,03	18	-12,84	-12,87	+0,03
7	_12,87	-12,80	-0,07	19	-12,76	-12,74	-0,02
8	_12,83	-12,84	+0,01	20	-12,60	-12,54	-0.06
9	-12,78	_12,85	+0,07	21	-12,15	-12,28	+0,13
10	-12,82	-12,85	+0,03	22	-12,06	-12,02	-0,04
11	-12,92	-12,86	-0,06	23	-11,80	-11,79	-0,01

Воотига.

November.

$$T_n = -21,31 + 0,341 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 147^{\circ}. 22')$$

 $+ 0,240 \operatorname{Sin} (n. 30 + 28. 58)$
 $+ 0,112 \operatorname{Sin} (n. 45 + 95. 17);$
 $\varepsilon T_n = 0,07.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	-20,86	-20,91	+ 0,05	12	-21,76	-21,50	-0,26
1	-20,91	-20,93	+0,02	13	-20,93	-21,28	+0,35
2	-21,06	-21,07	+0,01	14	-21,03	-21,08	+ 0,05
3	-21,26	-21,26	0	15	-21,03	-20,95	-0,08
4	-21,48	-21,39	-0,09	16	-21,00	-20,92	-0,08
5	-21,63	-21,61	-0,02	17	_21,04	-21,01	-0,03
6	_21,69	-21,70	+0,01	18	_21,12	-21,15	+0,03
7	-21,73	-21,76	+0,03	19	-21,20	_21,28	+0,08
8	-21,84	_21,78	-0,06	20	-21,24	-21,32	+0,08
9	-21, 65	-21,79	+0,14	21	-21,35	-21,26	-0,09
10	_21,75	-21,7 5	0	22	-21,20	_21,13	-0,07
11	_21,77	-21,66	-0,11	23	-21,00	-20,98	0,02

Воотила.

December.

$$T_{a} = -30^{\circ}{,}33 + 0^{\circ}{,}164 \sin (n. 15^{\circ} + 101^{\circ}{,} 53^{\circ}{,}$$
$$+ 0^{\circ}{,}017 \sin (n. 30 + 92. 15$$
$$+ 0^{\circ}{,}040 \sin (n. 45 + 327. 0);$$
$$\varepsilon T_{a} = 0^{\circ}{,}03.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Cal	Differ.	
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	30,18	-30,18	0	12	-30,40	-30,48	+0,0
1	16	15	-0,01	i3	40	48	+0,0
2	14	17	+0,03	14	48	49	+0,0
3	23	20	-0,03	'15	55	46	-0,0
4	34	27	+0,07	16	40	41	+0,0
5	31	34	-0,03	17	34	35	-0,0
6	35	42	+0,07	18	25	28	+ 0,0
7	42	46	+0,04	19	16	24	+0,08
8	51	47	-0,04	20	21	21	0
9	44	46	+0,02	21	26	20	-0,00
10	48	45	-0,03	22	22	20	-0,0
11	48	44	-0,04	23	19	19	0

VII). PORTA CARICA. Novæ Semliæ. Latit. geogr. = 70°37 borcal., Longit. = 75°27' ab insula Ferro. Observationes annorum 1832—1835.

Januarius.

$$T_n = -19,38 + 0,518 \sin (n. 15^{\circ} + 32^{\circ}. 22')$$

 $+ 0,255 \sin (n. 30 + 336. 30)$
 $+ 0,024 \sin (n. 45 + 257. 55);$
 $\epsilon T_n = 0,09.$

Hora	Cal	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Ohserv.	Comput.	
Merid.	-19,12	-19,23	+0,11	12	-19,78	-19,74	-0,04
1		-18,99		13		-19,72	
2	-18,94	-18,77	0,17	14	_19,78	-19,68	-0,10
. 3		-18,63		15		-19,66	
. 4	-18,29	-18,59	+0,30	16	-19,75	-19,67	-0,08
5		-18,66		17		-19,69	
6	-18,81	-18,80	-0,01	18	-19,80	-19,72	-0,08
7		_19,06		19		-19,74	
8	-19,25	-19,31	+0,06	20	-19,91	-19,75	-0,16
9		-19,52		21		-19,71	
10	-19,50	-19,66	+0,16	22	-19,62	-19,61	-0,01
11		-19,73		23		-19,43	

Februarius.

$$T_a = -17,72 + 0,725 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 77^{\circ}. 41')$$

 $+ 0,208 \operatorname{Sin} (n. 30 + 68. 3)$
 $+ 0,061 \operatorname{Sin} (n. 45 + 195. 57);$
 $\varepsilon T_a = 0,15.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Cal	lor	Differ.
Verid	Observ.	Comput			Observ.	Comput	
Merid.	-16,77	-16,84	+0,07	12	-18,01	-18,22	+ 0,2
1		-16,84		13		-18,19	
2	-16,79	-16,92	+0,13	14	-18,09	18,19	+0,10
3		-17,06		15		-18,22	
4	-17,65	-17,24	-0,41	16	-18,31	-18,25	-0,0
5		-17,46		17		-18,24	
6	-17,70	-17,70	0	18	-17,95	_18,13	+0,18
7	1	-17,90		19	İ	-17,92	
\mathbf{s}	-18,06	18,12	+0,06	20	-17,38	-17,62	+0,24
9		-18,24		21		-17,35	
10	-18,67	-18,29	-0,38	22	-17,27	-17,10	-0,17
11		-18,27		23		-16,92	

Martius.

$$T_n = -23^{\circ},71 + 2,692 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 62^{\circ}.\ 5')$$

 $+0,695 \text{ Sin } (n.\ 30 + 77.\ 39$
 $+0,147 \text{ Sin } (n.\ 45 + 91.\ 57);$
 $\varepsilon T_n = 0,10.$

Hora	C a	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	-20,57	-20,51	0,06	12	-25,54	$-25,\!56$	+0,02
1		-20,33		13		-25,78	
2	-20,61	-20,56	-0,05	1-1	-25,95	-25,93	-0,02
3		-21,09		15		-26,03	
4	-21,74	-21,79	+0,05	16	-26,14	-26,06	0,08
5		-22,49		17		-25,96	
6	-23,08	-23,12	+ 0,04	18	-25,41	-25,65	+0,24
7		-23,66		19		-25,08	
8	-24,23	_24,13	-0,10	20	-24,54	-24,23	-0,31
. 9		-24,55		21		-23,17	
10	-24,87	-24,94	+0,07	22	-21,83	-22,06	+ 0,23
11		-25,27		23		-21,12	
		<u> </u>	1		1		!

Aprilis.

$$T_a = -16,04 + 3,470 \text{ Sin } (n. 15^\circ + 64^\circ. 3')$$

 $+ 0,096 \text{ Sin } (n. 30 + 53. 1)$
 $+ 0,187 \text{ Sin } (n. 45 + 258. 11);$
 $\varepsilon T_a = 0,05.$

Hora	Cal	lor	Differ.	Hora	Cal	or	Differ.
Marid	Observ.	Comput			Observ.	Comput.	
Merid.	-13,10	-13,03	-0, 07	12	-18,92	-18,90	-0,0
1		-12,70		13		-19,20	
2	-12,48	-12,53	+ 0,05	14	-19,36	-19,38	+0,02
3		-12,60		15		-19,37	
4	-12,88	_12,97	+0,09	16	-18,99	-19,09	+0,10
5		-13,65		17		-18,51	
6	-14,60	-14,56	-0,04	18	-17,69	-17,67	0,0
7		15,58		19		-16,69	
8	-16,52	-16,56	+ 0,04	20	-15,71	-15,70	-0,0
9		-17,39		21		-14,81	
10	-17,95	-18,03	+0,08	22	-13,93	-14,07	+ 0,1
11		-18,52		23		-13.38	

Majus.

$$T_n = -8,05 + 2,866 \sin (n. 15^{\circ} + 68^{\circ}. 19^{\circ})$$

 $+ 0,130 \sin (n. 30 + 148. 46)$
 $+ 0,168 \sin (n. 45 + 141. 26);$
 $\varepsilon T_n = 0,08.$

Hora	Cal	lor	Differ.	Hora	Cal	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	-5,33	-5,21	-0,12	12	-10,74	-10,75	+ 0,01
1		-5,22		13		-10,88	
2	-5,31	5,41	+_0,10	1-1	-10,77	-10,82	+0,05
3		-5,70		15		-10,63	
4	6,01	-6,04	+0,03	16	-10,34	- 10,32	-0,02
5		6,43	,	17		- 9,90	
6	-7,12	6,93	-0,19	18	- 9,38	- 9,31	-0,07
7		7,55		19		- 8,55	
8	8,06	-8,30	+0,24	20	-7,61	-7,68	+0,07
9		-9,09		21		-6,79	
10	-9,98	9,83	-0,15	22	_ 5,99	- 6,01	+ 0,02
11		-10,40		23		- 5,47	

Junius.

$$T_a = 0.52 + 2.168 \sin (n. 15^{\circ} + 72^{\circ}, 2^{\circ}) + 0.171 \sin (n. 30 + 267, 35 + 0.174 \sin (n. 45 + 130, 43);$$

 $\epsilon T_a = 0.11.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Cu	lor	Differ.
	Obsert.	Canput			Ulsert.	Compet	
Merid.	+ 2,30	+ 2.54	-0,1ŝ	12	-1,98	-1.85	-0.13
1		+ 2,55		13		-1,81	
2	+ 2,67	+ 2,44	+0,23	14	-1,58	-1,58	0
3		+ 2,27		15		-1,24	t
4	+1.96	+2,08	-0,12	16	-0,72	-0,88	+ 0,10
5		+1,83		17		-0,50	
6	+1,19	+ 1,47	-0,28	18	0	-0,09	+ 0,0
7	1	+ 0,96		19	e	+ 0,39	
8	+0,23	+0,29	-0,06	20	+ 1,10	+ 0,03	÷ 0,1
9		-0,45		21	100 mg	+1,50	
10	-0,96	-1,12	+ 0,16	22	+ 2,01	+2,01	0
11		-1,62		23		+ 237	î

^{*)} Tam Baer in Annal. Poggendor J. Vol. 43, p. 538, quam etiam illum secuti Munck e in Gehlers Physikal. Wörterbuch Vol. 9, p. 378, & Dove in Repertor. der Physik. Vol. 3, p. 356, habent pro hora p. m. 10 valorem + 0.96, quem esse debere - 0.96 & lex continuitatis, a reliquis valoribus stabilitæ, & adjecta media omnium summa + 0.72 suadent.

Julius.

$$T_n = 2,39 + 1,519 \operatorname{Sin}(n.15^\circ + 73^\circ.4')$$

 $+ 0,217 \operatorname{Sin}(n.30 + 256.32)$
 $+ 0,098 \operatorname{Sin}(n.45 + 146.2);$
 $\varepsilon T_n = 0,05.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Comput.	
Merid.	3,60	3,69	-0,09	12	0,59	0,67	-0,08
1		3,68		13		0,68	
2	3,65	3,64	+0,01	14	0,90	0,84	+ 0,06
3		3,58		15		1,10	
4	3,57	3,51	+ 0,06	16	1,37	1,40	-0,03
5		3,37		17		1,72	
6	3,06	3,13	-0,07	18	2,12	2,08	+0,04
7		2,75		19		2,45	
8	2,26	2,25	+0,01	20	2,74	2,83	-0,09
9		1,71		21		3,21	
10	1,27	1,21	+0,06	22	3,57	3,45	+0,12
11		0,85		23		3,62	

.lugustus.

$$T_{c} = 3.06 \pm 0.882 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} \pm 67^{\circ}. 56')$$

 $\pm 0.162 \text{ Sin } (n. 30 \pm 333. 4)$
 $\pm 0.000 \text{ Sin } (n. 45 \pm 220. 29);$
 $\epsilon T_{c} = 0.07.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Ca	Differ.	
	E physical .	Cimpic			Oznas.	Compet	
Merit	3,52	3,75	+0,07	12	2,17	2.23	-0,0
1		3,85		i 3		2.25)
2	3.91	3,95	-0.04	14	2.35	2,34	+0,0
3		4,01		15		2,40	
4	3,90	3.92	-0,02	16	2,44	2,47	-0.0
5		30		17		2,59	
6	3,71	3,53	+0,18	18	2,78	2,73	+ 0,0
7		3,17		10		2,94	
8	2.58	2,79	-0,21	20	3,12	3,15	- 0.0
9		2,48		21		3.35	
10	2,43	2.20	+0,14	22	3.47	3.51	-0.0
11		2.21		23		.).' ;	

September.

$$T_n = -1,10 + 0,743 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 53^{\circ}. 49')$$

 $+ 0,304 \text{ Sin } (n. 30 + 68. 50)$
 $+ 0,020 \text{ Sin } (n. 45 + 90. 0);$
 $\varepsilon T_n = 0.$

Hora-	C a	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	-0,21	-0,20	-0,01	12	-1,43	-1,44	+ 0,01
1		0,09		13		1,51	
2		-0,12		14		-1,60	
3		-0,27		15		-1,71	
4	-0,48	-0,49	+0,01	16	-1,82	-1,82	0
5		-0,73		17		-1,86	
6		-0,94		18		-1,82	
7		_1,17		19		-1,63	
8	-1,25	-1,24	-0,01	20	-1,43	-1,44	+0,01
9		-1,31		21		1,11	
10		-1,35		22		-0,75	
11		-1,39		23		0,43	

October.

$$T_a = -6.51 + 0.211 \sin (n. 15^{\circ} + 47^{\circ}. 20^{\circ}) + 0.269 \sin (n. 30 + 55. 43^{\circ}) + 0.112 \sin (n. 45 + 87. 26^{\circ});$$

$$\varepsilon T_a = 0.09.$$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Cal	lor	Ditfer.
	Observ.	Compat			Observ.	Comput	
Merid.	-6,13	-6,05	-0,05	12	-6,49	-6,52	+0,03
1		-5,97		13		-6,51	
2	-6,09	-6,06	-0,03	14	6,59	6,48	-0,11
3		-6,22		15		-6,49	
4	-6,32	-6,39	+0,07	16	-6,54	-6,58	+ 0,04
5		-6,53		17		-6,72	
6	-6,63	-6,60	-0,03	18	-6,76	-6,87	+ 0,11
7		-6,61		19		-6,95	
8	-6,62	-6,60	-0,02	20	— 7,15	-6,91	-0,24
9		-6,59		21		-6,74	
10	-6,58	6,59	+0,01	22	-6,24	-6,53	+ 0,29
11		-6,58		23		-6,20	

November.

$$T_n = -15,98 + 0,618 \operatorname{Sin} (n. 15^{\circ} + 341^{\circ}. 58')$$

 $+ 0,109 \operatorname{Sin} (n. 30 + 344. 32)$
 $+ 0,162 \operatorname{Sin} (n. 45 + 47. 6);$
 $\varepsilon T_n = 0,07.$

Hora		lor	Differ.	Hora	Ca	<u> </u>	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	-15,90	-16,08	+0,18	12	-15,96	-15,94	-0,02
1		-15,82		13		-16,08	
2	-15,84	-15,67	0,17	14	-16,11	-16,15	+0,04
3		-15,60		15		-16,15	
4	-15,51	_15,58	+0,07	1 6	-16,25	-16,17	0,08
5		-15,54		17		-16,26	
6	-15,41	_15,47	+ 0,06	18	-16,31	_16,43	+ 0,12
7		_15,38		19		-16,63	
8	-15,48	_15,33	-0,15	20	-16,87	-16,78	-0,09
9		-15,37		21		-16,80	
10	-15,40	-15,51	+0,11	22	-16,69	-16,67	0,02
11		_15,73		23		_16,39	

December.

$$T_n = -10^{\circ}_{1}87 + 0.725 \text{ Sin } (n.\ 15^{\circ} + 105^{\circ}.\ 6')$$

 $+0.069 \text{ Sin } (n.\ 30 + 240.\ 0)$
 $+0.070 \text{ Sin } (n.\ 45 + 143.\ 41);$
 $\varepsilon T_n = 0.06.$

Hora	Cal	lor	Differ.	Hora	Cal	lor	Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Comput.	
Merid.	-10,07	-10,19	+ 0,12	12	-11,63	-11,67	+ 0,04
1		-10,32		13		-11,56	
2	-10,51	-10,48	-0,03	14	-11,34	-11,39	-0,05
3		_10,61		15		-11,20	
4	-10,80	_10,73	-0,07	16	-11,15	_11,01	-0,14
5		-10,82		17		-10,87	
6	-10,90	-10,94	+ 0,04	18	-10,61	-10,68	+0,07
7		11,09		19		-10,51	
8	-11,26	-11,28	+ 0,02	20	-10,30	-10,34	+ 0,04
9		_11,47		21		-10,20	
10	11,73	_11,63	-0,10	22	-10,27	-10,11	0,16
11		-11,70		23		-10,10	
	1	l	1	11		1	

Medius in Porta Carica anni calor = - 9,45.

VIII). MATOTSCHKIN-SCHAR, Novæ Semliæ. Latit. geogr. = 73° bor., Longit. = 75° orient. ab insula Ferro. Observationes instituerunt annis 1832—1835 Pachtussow & Ziwolka, quas deinde collegit v. Baer.

Januarius.

$$T_n = -15,40 + 0,192 \text{ Sin } (n.\ 15^\circ + 224^\circ.\ 58') + 0,140 \text{ Sin } (n.\ 30 + 16.\ 55) + 0,068 \text{ Sin } (n.\ 45 + 147.\ 6);$$

 $\varepsilon T_n = 0,14.$

Hora	Ca	,	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
-	Observ,	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	-15,10	-15,46	+ 0,36	12	-15,15	-15,26	+0,11
1		-15,48		13		-15,12	
2	-15,63	15,51	-0,12	14	-15,00	-15,02	+0,02
3	-	-15,52		15		-15,01	
4	-15,62	-15,53	-0,09	16	-15,18	-15,08	-0,10
5		-15,52		17		-15,22	
6	-15,38	-15,52	+ 0,14	18	-15,36	_15,36	0
7		-15,53		19		_15,47	
8	-15, 56	-15,55	-0,01	20	_15,29	_15,52	+0,23
9		-15,55		21		_15,52	
10	-15,62	-15,50	-0,12	22	_15,89	-15,49	-0,40
11		-15,40		23		- 15,46	

Februarius.

$$T_n = -22,08 + 0,180 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 105^{\circ}. 39')$$

 $+ 0,080 \text{ Sin } (n. 30 + 325. 52)$
 $+ 0,037 \text{ Sin } (n. 45 + 63. 26);$
 $\epsilon T_n = 0,04.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Cal	lor	Dilfer.
	Observ.	Comput			Observ.	Comput	
Merid.	-22,02	-21,92	-0,10	12	- 22,42	-22,33	-0,09
1		-21,90		13		-22,28	
2	-21,85	-21,90	+ 0,05	14	-22,16	-22,19	+0,03
3		-21,94		15		-22,09	
4	-21,96	-21,99	+0,03	16	-21,95	-22,01	+0,00
5	E 7	-22,04		17		-21,97	
6	-22,16	-22,10	-0,06	18	22,06	-21,97	-0,0
7		-22,15		19		-21,99	
8	-22,20	-22,21	+0,01	20	_21,99	-22,02	+ 0,03
9		-22,27		21		-22,02	
10	-22,25	-22,32	+0,07	22	-21,94	-22,00	+0,00
11		-22,34		23		-21,96	

Martius.

$$T_n = -15^{\circ}30 + 1,042 \sin (n. 15^{\circ} + 41^{\circ}. 55')$$

 $+0,346 \sin (n. 30 + 93. 7)$
 $+0,077 \sin (n. 45 + 310. 36);$
 $\epsilon T_n = 0,09.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	C a	lor	Differ.
	Observ.	Comput			Observ.	Comput.	
Merid.	-14,08	-14,32	+ 0,24	12	-15,42	-15,59	-0,17
1	-	-14,14		13		-15,88	
. 2	-14,23	-14,10	-0,13	14	-16,22	-16,18	-0,04
3		-14,20		15		-16,44	
1	-14,42	-14,41	-0,01	16	-16,67	-16,58	-0,09
5		-14,67		17		-16,54	
6	-14 ,90	-14,92	+ 0,02	18	-16,28	-16,37	+0,09
7		-15,10		19		- 16,08	ļ
8	-15,11	15,19	+0,08	20	-1 5,67	-15,72	+0,05
9		_15,23		21		-15,33	
10	-15,47	-15,28	-0,19	22	-15,16	-14,95	0,21
11		_15,41		23		-14,57	

Aprilis.

$$T_n = -13^{\circ}_{1}19 + 2,257 \sin (n. 15^{\circ} + 84^{\circ}. 26')$$

 $+ 0,242 \sin (n. 30 + 106. 16)$
 $+ 0,246 \sin (n. 45 + 147. 10);$
 $\epsilon T_n = 0,11.$

Hora	Cal	lor	Differ.	Hora	Cal	or	Differ.
	-Observ.	Соперил			Observ.	Comput	
Merid	-10.54	-10,55	+0,04	12	-15,31	-15,34	+ 0,03
1		-10,78		13		-15,23	
2	-11,33	-11,17	0,16	14	-15,00	-14,86	-0,1
3		-11,62		15		-14,63	
4	-12,28	-12,19	-0 ,09	16	-14,67	-14 ,55	-0,1
5		_12,51		17		-14,20	
6	-13,02	_12,57	-0,15	18	-13,84	-13,98	+0,1
7		-13,56		19		-13,30	
8	-14,03	_14,07	+0,04	20	-12,45	-12,56	+ 0,1
9		-14,74		21		-11,77	
10	-15,21	-15.06	-0,15	22	-11,12	-10,97	-0,13
11		-15,35		23		-10,67	

Majus.

$$T_n = -6.81 + 3.178 \sin (n.15^{\circ} + 85^{\circ}.52')$$

+ 0.081 Sin (n. 30 + 116. 27)
+ 0.096 Sin (n. 45 + 97. 59);
 $\varepsilon T_n = 0.07.$

Hora	Cal	lor	Differ.	Hora	Са	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	-3,42	-3,47	+0,05	12	-10,19	-10,00	-0,19
1		-3,59		13		9,83	
2	-4,03	-3,96	-0,07	14	-9,48·	-9,66	+0,18
3		-4,52		15		9,17	
4	5,08	-5,19	+0,11	16	8,64	8,57	0,07
5		-5,91		17		—7,87	
6	-6,75	-6,64	-0,11	18	—7,1 6	— 7,13	-0,03
7		7,38		19		6,33	
8	-8,08	-8,11	+ 0,03	20	5,44	-5,52	+0,08
9		-8,80		21		-4,75	
10	-9,29	-9,39	+0,10	22	-4,17	-4,10	-0,07
11		-9,81		23		-3,65	

Junius.

$$T_a = 1,43 + 1,867 \sin (n. 15^{\circ} + 76^{\circ}. 45')$$

 $+ 0,143 \sin (n. 30 + 200. 45)$
 $+ 0,207 \sin (n. 45 + 89. 5);$
 $\varepsilon T_a = 0,20.$

Hora	Ca	lor	Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Compat			Observ.	Comput	
Merid.	+ 3,50	+ 3,40	+0,10	12	-0,20	-0,64	+ 0,+
1		+ 3,33		13		-0,69	
2	+3,15	+3,08	+ 0,07	14	-0,02	-0,50	+ 0,48
3		+ 2,74		15		-0,15	
4	+2,12	+2,41	-0,29	16	+0,15	+0,27	-0,12
5		+2,14		17		+0,67	
6	+ 1,59	+1,91	-0,32	18	+0,74	+1,06	-0,32
7		+ 1,63		19		+ 1,45	
8	+ 1,22	+1,24	-0,02	20	+ 1,71	+ 1,90	-0,19
9		+0,73		21		+ 2,40	
10	+ 0,55	+0,16	+0,39	22	+ 2,85	+ 2,58	-0,03
11		-0,34		23	}	+3,24	

Julius.

$$T_n = 4,42 + 1,346 \text{ Sin } (n.\ 15^\circ + 64^\circ.\ 46')$$

 $+ 0,194 \text{ Sin } (n.\ 30 + 171.\ 51)$
 $+ 0,102 \text{ Sin } (n.\ 45 + 84.\ 23);$
 $\varepsilon T_n = 0,07.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Ca	lor	Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput,	
Merid.	5,89	5,77	+0,12	12	3,12	3,13	- 0,01
1		5,75		13		2,94	
2	5,57	5,62	-0,05	14	2,87	2,92	-0,05
3		5,43		15		3,03	
4	5,23	5,24	-0,01	16	3,35	3,24	+0,11
5		5,09		17		3,51	
6	5,03	4,96	+ 0,07	18	3,68	3,83	-0,15
7		4,80		19		4,19	
8	4,48	4,56	-0,08	20	4,76	4,58	+0,18
9		4,24		21		4,99	
10	3,91	3,84	+0,07	22	5,20	5,36	-0,16
11		3,45		23		5,63	

Augustus.

$$T_a = 4,96 + 0,986 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 78^{\circ}. 49^{\circ})$$

 $+ 0,262 \text{ Sin } (n. 30 + 133. 3)$
 $+ 0,005 \text{ Sin } (n. 45 + 315. 0);$
 $\varepsilon T_a = 0,10.$

Hora	Calor		Differ.	Differ. Hora	Ca	Differ.	
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	6,39	6,12	+ 0,27	12	4,22	4,19	+ 0,03
1	,	6,02		13		4,05	
ດ	5,65	5,84	-0,19	14	4,03	3,97	+ 0,06
3		5,61		15		3,96	
4	5,44	5,36	+ 0,08	16	3,94	4,06	-0,12
5		5,14		17		4,27	
6	4,92	4,96	-0,04	18	4,63	4,58	+ 0,05
7		4,81		19		4,95	
8	4,76	4,70	+ 0,06	20	5,45	5,34	+0,11
9		4.59		21		5,69	
10	4,39	4,47	-0,08	22	5,70	5,95	-0,25
11		4,34		23		6,10	

September.

$$T_{\star} = -0.551 + 1.111 \sin (n. 15^{\circ} + 65^{\circ}. 45^{\circ}) + 0.280 \sin (n. 30 + 118. 18) + 0.573 \sin (n. 45 + 90. 0);$$

$$\epsilon T_{\star} = 0.21.$$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Ca	Differ.	
	Observ.	Comput			Observ.	Compat	
Merid.	+ 1,04	+ 1,32	-0,25	12	-1,56	1,54	+0,28
1		+ 1,14		13		-1,S6	
2		+0,60		11		-1,61	
3		-0,01		15		-1,28	
4	-0,13	-0,42	+ 0,29	16	-1,36	-1,08	-0,25
5		-0,49		17		-1,09	
6		-0,30		18		-1,21	
7		-0,07		19		-1,24	
8	-0,34	-0,06	-0,28	20	-0,69	-0,98	+0,29
9		-0,36		21		-0,51	
10		-0,92	1	22		+0,38	
11		-1,50		23		+1,04	

October.

$$T_n = -5.41 + 0.131 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 189^{\circ}. 34')$$

 $+ 0.370 \text{ Sin } (n. 30 + 60. 31)$
 $+ 0.189 \text{ Sin } (n. 45 + 230. 0);$
 $\varepsilon T_n = 0.23.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Cal	Differ.	
	Observ.	Comput			Observ.	Comput	
Merid.	5,04	-5,26	+0,22	12	-5,09	-4,92	-0,17
1		-5,28		13		-4,80	
2	-5,40	5,30	-0,10	14	-4,32	-4,82	+0,50
3		-5,32		15		-5,14	
4	-5,27	-5,39	+0,12	16	-6,09	-5,43	-0,66
5		- 5,54		17		-5,66	
6	-6,01	-5,74	-0,27	18	5,32	5,73	+0,41
7		5,91		19		-5,64	
8	-5,59	-5,98	+0,39	20	-5,49	-5,48	-0,01
9		-5,86		21		-5,33	1
10	-5,80	-5,64	-0,16	22	-5,46	-5,17	-0,29
11		-5,22		23		-5,23	

November.

$$T_n = -12,92 + 0,242 \sin (n. 15^\circ + 319^\circ. 36')$$

 $+ 0,087 \sin (n. 30 + 358. 54)$
 $+ 0,065 \sin (n. 45 + 165. 15);$
 $\epsilon T_n = 0,03.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Ca	Differ.	
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	-13,07	-13,06	-0,01	12	-12,71	-12,78	+ 0,07
1		-13,02		13		-12,74	
2	-12,91	-12,95	+ 0,04	14	-12,76	-12,74	-0,02
3		-12,87		15		-12,79	
4	-12,82	-12,79	-0,03	16	-12,97	-12,92	-0,05
5		-12,70		17		-13,05	
6	-12,62	-12,67	+0,05	18	-13,13	-13,17	+0,04
7		-12,69		19		-13,24	
8	-12,79	12,74	-0,05	20	-13,20	-13,25	+0,05
9		- 12,80		21		-13,22	
10	-12,85	-12,82	-0,03	22	-13,22	-13,15	-0,07
11		_12,82		23		-13,11	

December.

$$T_n = -19,68 + 0,596 \text{ Sin } (n. 15^{\circ} + 332^{\circ}. 16')$$

 $+ 0,043 \text{ Sin } (n. 30 + 140. 22)$
 $+ 0,030 \text{ Sin } (n. 45 + 33. 41);$
 $\varepsilon T_n = 0,06.$

Hora	Calor		Differ.	Hora	Calor		Differ.
	Observ.	Comput.			Observ.	Comput.	
Merid.	-19,95	-19,90	- 0,05	12	-19,50	-19,40	-0,16
1		-19,80		13		- 19,54	
2	-19,70	-19,65	-0, 05	14	-19,69	-19,74	+0,05
3		_19,54	1	15		_19,89	
4	-1 9,35	_19,43	+0,08	16	-20,00	-20,01	+0,01
5		_19,35	In the second se	17		-20,11	
6	_19,26	_19,23	-0,06	18	-20,19	-20,19	0
7		-19,14		19		-20,24	
8	-19,18	_19,08	-0,10	20	-20,32	-20,25	-0,07
9		_19,07		21		-20,22	
10	-18,96	-19,13	+0,17	22	-20,05	-20,14	+0,09
11		-19,25	•	23		-20,03	

Medius in Matotschkin-Schar anni calor = - 8,37.

Præcipuus finis, quem allatis hisce calculis adtingere nobis proposuimus, fuit ut examine apte instituendo erueremus, an pro diversis hisce locis universales quædam relationes omnibus communes elici possint, quod, si successerit, justam præbebit causam concludendi, eadem, quæ tot regionibus, per intervalla distantiarum a se maxime dissitis, atque climatum inæqualitatibus inter se dissimillimis, communia deprehenduntur, universales constituere leges ubicunque locorum observandas. Ante omnia vero hic monendum est, ab originariis observationibus, unde anomaliæ iisdem vulgo adhærentes nondum sunt calculi ope eliminatæ, nihil certi posse concludi. Removendo scilicet primum fortuitas omnes aberrationes, ad justam inter se convenientiam necessario sunt redigendæ observationes, quo demum facto fidem nostram ab omni parte istæ merentur. Et quidem duplex cum hujusmodi observationibus instituendus est corrigendi calculus, unus variationes respiciens quotidianas, qualem utique hic suscepimus, alter medios mensium valores determinans, qui series observationum requirit plurium annorum, quoque hisce jam deficientibus supersedemus.

Primum hic consideranda venit ratio illa singularis quotidianæ variationis temperaturæ, quam ex occasione observationum Helsingforsiæ institutarum jam antea (supra pag. 209) animadvertimus. Tempore scilicet æstivo, uti exspectandum erat, a valore maximo, circa horam pomeridianam secundam vulgo incidente, æquabiliter omnino versus tempus nocturnum diminuta pedetentim celeritate

decrescit calor, usque quo minimum nocturnum adtingat, unde deinde inverso ordine crescit, atque talem fere graphice expressam figuram præbet, qualem pro mensibus æstivis Helsingforsiæ supra (pag. 208) depictam exposuimus. Temporibus vero autumnali & vernali, atque præsertim hiemali, complicatior ita evadit hæc ratio mutabilitatis, ut a valore maximo meridiano primum majori velocitate decrescat calor usque ad horam fere octavam vel nonam pomeridianam, deinde vero vulgo minori ad horam duodecimam nocturnam, unde denuo aucta celeritate usque ad minimum nocturnum decrescit, quæ quidem inexspectata ratio, explicatior facta tali graphica delineatione, quales pro tempore hiemali climatis Helsingforsiæ (supra pag. 208) plures attulimus, indicare videtur, adesse aliquam causam, nondum quidem adsignabilem, quæ anteriorum horarum elevatiorem temperaturam circa horam octavam vel nonam vespertinam aliquatenus retinere conatur; qui utique conatus interdum ea agere observatur vis intensitate, ut alterum quoddam præter vulgare illud meridianum, ibidem non raro gignat aucti caloris maximum, qualis rationis specimina præbent observationes institutæ in Madras mensibus Julio & Augusto, in Leith Februario & Octobri, Apeuroæ Februario, in Boothia Februario, Novembri & Decembri, in Porta Carica Januario, Februario & Octobri, atque in Matotschkin-Schar Januario, Februario, Septembri, Octobri & Novembri, pro quo ultimo nominato loco de cetero observatur, evanuisse mense Decembri maximum meridianum horæ secundæ, sed nihilo minus manifestum sese ostendisse

vespertinum horæ octavæ. Cumque insuper observationes in oceanis telluris remotissimis tam Atlantico quam Pacifico utriusque hemisphærii atque Indico institutæ nos doceant *), memoratam rationem ibidem quoque non esse inusitatam, ad concludendum facile inducimur, hoc phænomenon universale esse ubique locorum observandum. Ea vero ejus variatio specialis in Madras animadvertitur, cum qua etiam fere convenit ratio in Rio Janeiro observata, quod scilicet tempore æstivo quoque ibi obveniat, temporibus autem æquinoctii fere evanescat, quod an situi horum locorum tropico debeatur, nondum liquet **).

Proximus deinde usus, quem ex istiusmodi multarum observationum calculis, quos attulimus, haurire intendimus, est ut universales eruamus atque commodas regulas medium locorum calorem facile determinandi, quod quidem negotium periodica observationum, post æqualia temporis spatia recurrentium, natura sublevabit. Pertinet ad eam formam functionis, qua determinantur valores, ut summa omnium intra periodum sitorum valorum media sit proxime eadem, quoteunque sumantur termini æquidistantes, ubi quidem per se patet eo certiorem, seu vero proximiorem, esse valorem, in quo plures partes divisa sit periodus, atque adeo quo

^{*)} Cfr. Memoires presentées de l'Acad. Imp. des Sciences de S:t Petersbourg, ubi Nob. a Schantz observationes exposuimus.

^{**)} Istud idem est, ut putamus, phænomenon, quod Baer, observationes thermometricas in Novaja Semlja sub latit. geogr. 73°57' horeal. & longit. 54°48' occid. a Grenow. institutas referens, a calore casæ, cujus parieti suspensum erat thermometrum, derivat. Vide Bulletin scient. de l'Acad. Imp. des sciences de S:t Petersbourg, 1840. T. VII, p. 239.

plures in calculo adhibeautur termini. Divisio igitur in duas partes, quando duo solummodo adhibeatur termini, temporibus diei noctisque homonymis respodentes, minima gaudebit certitudine, quod etiam ab experientia locorum allatorum confirmatur, ostendente aberrationem ad valorem fere 1° centes. interdum exsurgere posse *); quæ rei ratio in causa est, cur methodus Brewsteri ex observatis valoribus horæ decimæ ante & post meridiem medium determinandi calorem non sit omnibus numeris certa salutanda. Idem omnino valet etiam de valore e media summa caloris maximi & minimi desumto.

Quando in tres partes æquales dividitur periodus diurna, ita ut medius valor observationum quavis octava hora annotatarum quæratur, multo jam propius ad veritatem acceditur. Ostendit namque experientia omnium locorum allatorum, valorem sic determinatum caloris medii non esse erroneum nisi quantitate ± 0°,1. Si igitur in hoc gradu certitudinis acquiescimus, habebimus, significantibus (m) calorem medium quæsitum, atque (1a.), (2a.), (3a.), &c. calores horis 1, 2, 3, &c. antemeridianis, nec non (1p.), (2p.), (3p.), &c. cosdem horis pomeridianis observatos,

^{*)} Dove, qui (in Repertor. der Physik, B. III, pagg. 367 &c.) comparationem observationum calculo non correctarum instituit, observavit differentiam 2,46 Fahr. = 1°37 (Boothia, Mart., h. 7).

$$(m) \pm 0^{\circ}_{1} = \frac{1}{3} [(1a.) + (9a.) + (5p.],$$

$$= \frac{1}{3} [(2a.) + (10a.) + (6p)],$$

$$= \frac{1}{3} [(3a.) + (11a.) + (7p.)],$$

$$= \frac{1}{3} [(4a.) + (12 \text{ merid.} + (8p.)],$$

$$= \frac{1}{3} [(5a.) + (1p.) + (9p.)],$$

$$= \frac{1}{3} [(6a.) + (2p.) + (10p.)],$$

$$= \frac{1}{3} [(7a.) + (3p.) + (11p.)], * \dots a)$$

$$= \frac{1}{3} [(8a.) + (4p.) + (12 \text{ nocte})].$$

Commoditati igitur vitæ nostræ quotidianæ servientibus nobis, ne nocturni temporis quietem turbari sinamus, formulas eligere vel penultimam vel antepenultimam ubique locorum potissimum convenit.

Si quatuor observationibus æquidistantibus ad inveniendum medium calorem utimur, adeo jam decrevisse docet experientia aberrationem a vero, ut sæpe ne centesimam quidem gradus partem superet, quare talis valor uti absolute verus omni jam jure potest ubique adhiberi. Habemus igitur

$$(m) = \frac{1}{4} [(1a.) + (7a.) + (1p.) + (7p.)],$$

$$= \frac{1}{4} [(2a.) + (8a.) + (2p.) + (8p.)],$$

$$= \frac{1}{4} [(3a.) + (9a.) + (3p.) + (9p.)],$$

$$= \frac{1}{4} [(4a.) + (10a.) + (4p.) + (10p.)] **)$$

$$= \frac{1}{4} [(5a.) + (11a.) + (5p.) + (11p.)],$$

$$= \frac{1}{4} [(6a.) + (12 \text{ merid.}) + (6p.) + (12 \text{ nocte})],$$

^{*)} Conferantur ea, quæ supra pag. 244 attulimus.

^{**)} Conir. Kämtz Meteorol. Vol. I. p. 105.

in quibus singulis formulis illud ubique locorum constans adesse docet experientia, quod quanto superet verum valorem par unum quantitatum temporibus homonymis correspondentium, tanto ab illo deficiat alterum. Illud incommodi in usu earundem quoque obvenit, quod nocturnam unam requirant observationem, cujus remedium sequens adferet combinatio. Si quatuor jam valores aquidistantes verum medium præbere possunt, multo majori jure illud sex præstare valebunt. Habemus igitur inter plures alios valores hunc:

(m) =
$$\frac{1}{6}$$
 [(3a.) + (7a.) + (11a.) + (3p.) + (7p.) + (11p.)],
qui cum supra allato

$$(m) = \frac{1}{4} [(3a.) + (9a) + (3p.) + (9p.)]$$

valori (3a.) eliminando inservit. Hac vero exterminatione peracta eruitur sequens valor:

$$(m) = \frac{(7a.) - (9a.) + (11a.)}{2} + \frac{(7p.) - (9p.) + (11p.)}{2}, \dots \beta).$$

qui catenus est exactus, quatenus erroribus vacui babeantur valores observati, quod idem de reliquis quoque allatis determinationibus valet.

Ostendit jam Kāmtz*), testantibus observationibus in Leith & Patavii institutis, valorum a multis adhibitum

$$(m) = \frac{1}{4} [(7a.) + (2p.) + 2 (9p.)] \dots \gamma).$$

non esse erroneum nisi quantitate circiter ± 0,1. Idem fere de locis omnibus hic consideratis adseverare possumus, unde intelligitur hanc formulam ubique eo tutius adhiberi posse, quo certius

^{*)} Meteorologie, B. I, p. 103.

sit, ne immediatas quidem observationes majore vulgo gaudere certitudine.

Indicavimus supra esse $(m) = \frac{1}{4}[(4a.) + (10a.) + (4p.) + (10p.)]$, quo valore uti non possumus quando occasio observationes hora matutina quarta instituendi nobis defuit. Si vero earum loco calor nocturnus minimus = m innotescit, illeque in horam fere quartam matutinam incidere solet, habemus proxime

$$(m) = \frac{1}{4} [(m + (10a.) + (4p.) + (10p.)] \dots \delta).$$

Si igitur, quod commode effici poterit, adnotantur observationes ab hora septima matutina ad undecimam vespertinam inclusive, media summa e valoribus α , $\beta & \gamma$ vero proximus erit valor caloris medii (m), etiamsi septem horarum nocturnarum observationes omnino desint.

Cognito jam (m), possent utique nocturni valores (1a.), (2a.), &c. facile determinari ope harum e præcedentibus deducendarum æquationum:

$$(1a.) = 4(m) - (7a.) - (1p.) - (7p.);$$

$$(2a.) = 4(m) - (8a.) - (2p.) - (8p.);$$

$$(3a.) = 4(m) - (9a.) - (3p.) - (9p.);$$
&c. &c. &c.

Attendamus vero, necesse est, ne illis incaute utamur; si enim in (m) aliquis adhuc restat error, quadruplus ille in calculum ingreditur, qui cum erroribus fortuitis reliquorum terminorum nimiam gignere potest a vero aberrantiam. Nihilo tamen minus eximium in interpolatione valorum incognitorum perficienda præstant usum

Supra jam passim innuimus, tempus minimi caloris nocturui ab hora quarta matutina per totum aunum non multum recedere; quatenus vero hæc regula universalis sit, ubique fere locorum observanda, sequens instituto calculo undique collecta ostendet expositio:

	Hora minimi coloris.							
	Jan.	Febr.	Mart.	April.	Maj.	Jun.		
Madras	16,70	16,54	16,63	16,74	16,64	16,73		
Rio Janeiro	16,87	16,26	16,23	16,90	16,55	17,46		
Patavium	18,63	18,53	17,50	17,07	15,51	15,07		
Plymouth	18,18	18,02	16,89	16,04	15,57	15,15		
Mühlhausen	18,05	17,70	16,58	16,02	15,46	15,03		
Salzuslen	16,89	15,34	15,87	15,47	15,76	15,06		
А репгоа	18,30	14,61	16,37	16,03	13,43	14,05		
Leith	18,28	18,90	17,41	16,72	16,29	16,05		
Helsingforsia *)	15,59	16,12	16,42	15,46	14,86	14,48		
Boothia	15,48	18,89	16,44	15,14	13,92	14,16		
Porta Carica :	19,58	16,24	15,80	14,47	13,14	12,34		
Matotschkin-Schar ")	20,41	21,50	16,36	11,63	12,30	12,66		

^{*)} Comparationis causa, quæ de climate Helsingforsiæ supra experti sumus, addidimus.

Alterum temperaturæ nocturnæ minimum, quod a supra memorata vespertini caloris celeriore depressione pendet, quodque currentibus mensibus hiemalibus in hisce locis hyperboreis plerumque est conspicuum,
determinare studio omisimus.

		Hora minimi caloris								
	Jul.	Aug.	Sept.	Octob.	Nov.	Dec.				
Madras	16,74	15,60	15,63	16,52	16,82	17,81				
Rio Janeiro	16,81	16,64	16,58	16,52	16,02	16,51				
Patavium	15,45	16,24	16,48	17,07	17,54	18,25				
Plymouth	15,57	15,99	16,12	16,61	17,39	14,03				
Mühlhausen	15,43	15,94	16,62	16,78	16,90	17,86				
Salzuflen	15,19	15,62	16,02	16,45	16,15	17,13				
Apenroa	13,14	14,48	15,94	16,45	17,44	17,76				
Leith	15,85	16,92	16,68	18,01	13,75	18,49				
Helsingforsia	14,44	15,07	15,96	15,99	15,69	15,80				
Boothia	13,63	13,14	15,48	15,80	19,91	13,86				
Porta Carica	12,42	11,29	17,15	19,20	20,70	11,23				
Matotschkin-Schar.	13,68	14,59	18,66	18,66	19,73	18,89				

In universali quadam ex hisce determinationibus formanda conclusione, seorsim primum consideranda videntur loca intra circulum polarem sita, quorum diversa a reliquis est ratio. Tempore scilicet hiemali, ob defectum solis, variatio quotidiana caloris ibidem adeo est exigua, ut minimæ accedentes variæ perturbationes regularem rei rationem omnino abscondere valeant; æstivo vero tempore præsentia solis inoccidui specialem suam quoque exserit

vim, qua agente ad mediam fere noctem transfertur minimus calor. Quod autem reliqua attinet loca, facile animadvertitur, in regionibus tropicis per totum annum, sicut in omnibus tempore æquinoctiorum, calorem minimum in horam matutinam fere quartam ubique incidere, a qua pro mutato tam situ locorum quam tempore anni plus minus ita recedit, ut æstate aliquatenus regressus, hieme vero progressus appareat; nullibi autem ille ortum solis ita proxime antecedere videtur, ut illud multi supposuerunt.

Examinari deinde meretur, quatenus tempus maximi caloris ab hora pomeridiana secunda pro diversis locis & anni temporibus plus minus aberret. Calculus de hacre susceptus sequentes præbuit valores:

		Hora caloris maximi								
	Jau.	Febr.	Mart.	April.	Maj.	Jun.				
Madras	1,67	1,19	0,63	0,39.	0,22	1,68				
Rio Janeiro	3,05	2,90	3,19	3,24	3,76	3,65				
Patavium	2,17	1,84	2,22	3,65	2,28	2,20				
Plymouth	1,00	1,08	0,89	0,87	1,48	. 1,46				
Mühlhausen	1,26	1,46	, 1,71	2,10	2,56	2,46				
Salzuflen	1,07	1,76	1,91	1,84	3,00	2,55				
Apenroa	1,42	1,28	1,74	2,08	2,07	3,53				
Leith	2,40	1,90	2,72	3,67	4,02	3,90				
Helsingforsia	1,98	1,80	1,89	2,09	2,41	2,51				
Boothia	2,80	1,29	1,33	1,20	1,42	2,11				
Porta Carica	3,81	0,40	0,91	2,24	0,47	0,35				
Matotschkin-Schar .	23,50	1,28	1,78	23,66	0,10	0,19				

	Hora caloris maximi									
	Jul.	Aug.	Sept.	Oct.	Nor.	Dec.				
Madras	2,51	2,35	0,85	0,47	1,12	0,96				
Rio Janeiro	4,04	3,74	3,26	2,97	2,94	2,65				
Patavium	2,17	2,34	1,85	2,08	1,27	1,51				
Plymouth	1,00	0,58	0,85	0,55	1,08	0,97				
Mühlhausen	2,23	2,20	1,54	1,38	0,44	0,94				
Salzuflen	2,95	3,03	2,54	1,92	1,88	0,69				
Apenroa	2,11	1,61	1,69	1,22	1,13	1,31				
Leith	4,38	4,26	2,53	1,27	1,74	1,42				
Helsingforsia	1,64	1,86	1,92	1,55	1,86	2,40				
Boothia	2,22	1,87	1,69	0,42	0,23	1,30				
Porta Carica	0,56	3,20	1,25	0,84	8,05	22,53				
Matotschkin-Schar.	0,38	23,84	0,10	13,07	6,16	8,60				

Has determinationes attente consideranti mox patebit, esse quidem aliquam in tempore maximi caloris quotidiani variationem menstruam, cujus vero, quæ nec a locorum latitudine geographica, neque longitudine, videtur pendere, specialis ratio ex hisce observationibus non potest- æstimari. Illud tantum indubium videtur, tempore æstivo horam maximi caloris ultra secundam pomeridianam in universum porrigi, hiemali autem eandem non omnino attingere, a qua tamen regula, uti a quacunque alia, observationes

locorum Novæ Sembliæ non parum aberrant. Si igitur, hisce omissis, reliquas summatim consideramus, habemus approximativam quandam, olim sine dubio corrigendam, regulam, secundum quam incidit calor maximus in horam fere (2 ± 0.6) pomeridianam, sicut sequens illud ostendit comparatio:

	Hora caloris maximi media
Mense	Januario
	Februario 1,65
	Martio 1,82
	Aprili
	Majo
	Junio
	Julio
	Augusto 2,38
	Septembri 1,89
	Octobri
	Novembri
	Decembri 1,42

DESCRIPTION DU XENOLITE,

NOUVEAU MINÉRAL, PAR N. NORDENSKIÖLD.

(Lu à la Société, le 6 Avril 1840.)

Pendant les recherches des pierres d'alluvion, qui se trouvent aux environs de Péterhoff, faites par Mir de Wærth, Secrétaire de la Société Minéralogique de S:t Pétersbourg, on a trouvé, outre le minéral examiné par M:r Hess et nommé Wærthite, un autre qui de même est fibreux, mais plus transparent et considérablement plus dur que le Wærthite. Il me fut donné en 1838, comme une variation plus pure du Wærthite: un examen au chalumeau fit voir cependant bientôt des caractères approchant du Disthène; mais comme les mesures des cristaux, autant qu'on pouvait les examiner à cause de leur finesse, montrerent des différences du disthène, j'en fis faire à M:r Komonen, qui alors travaillait dans mon laboratoire, une analyse par laquelle il fut déterminé que ce minéral n'était composé que de silicate d'alumine. - Comme par conséquent ce minéral est nouveau, je propose le nom de Xénolite, tiré de la circonstance que cette pierre est étrangère à la place où elle a été trouvée, sans que le lieu de son gisement soit encore connu.

Ce minéral se trouve cristallisé dans des prismes très-fins réunis en des masses fibreuses; une petite raie, simple et très-fine, que je réussis à isoler, formait un prisme à trois pans, dont l'inclinaison de deux faces pouvait, avec un grand Gonyomètre, être mesurée par réflexion, et fut trouvée égale à 45°3S; la troisième face semble faire un angle droit avec une des autres, mais ne pouvait être mesurée avec une complète exactitude. Il s'y trouve aussi une face terminale perpendiculaire à l'axc. La face du prisme qui fait des angles aigus avec les deux autres, est toujours très-brillante, les autres plus ternes.

La dureté en est presque égale à celle du Quarts, je n'ai pu y remarquer aucune différence dans les directions différentes.

La gravité spécifique égale à 3,58.

Incolore, quelquesois avec des parties colorées, grisatres et jaunâtres.

Translucide.

Cassure inégale, graineuse.

Eclat vitreux, presque nacré sur les clivages les plus nets.

Au Chalumeau, dans le matras, ne donne point d'eau, se blanchit un peu. En morceau ne se fond pas; à quelques endroits les clivages sont aussi brillants qu'anparavant, à d'autres les coins semblent s'arrondir. En poudre est également infusible, devient seulement un peu translucide et déploie, dans la plus grande chaleur, beaucoup de lumière. Se dissout difficilement avec le Borax et le sel de Phosphore; avec celui-ci devient opaliu, quand le verre

est saturé. — Avec une petite quantité de Soude se fond, avec effervescence, en un verre à demi transparent; plus de Soude rend la fusion plus difficile. Avec la Solution de Cobalt on obtient une couleur bleue, qui ressemble plus au schmalts qu'à celle qu'on obtient avec de l'alumine.

consequemment la composition est exprimée par:

Al Si.

Comme il a été remarqué cî-dessus, ce minéral s'est trouvé avec les pierres granitiques aux environs de Péterhoff, sans que l'endroit où il se trouve dans la roche soit connu. Il est cependant à supposer que ces pierres sont venues de la partie de la Finlande située au nord de Péterhoff, d'autant plus qu'on y a trouvé des morceaux d'une variété de Scapolite, dont exactement la même se trouve dans une roche isolée non loin de Sordawalla, dans le Gouvernement de Wibourg.

the period of the community

 $\mathcal{L}_{i} = \{ i \in \mathcal{L}_{i} \mid \mathcal{L}_{i} = 1 \mid i \in \mathcal{L}_{i} \mid i \in \mathcal{L}_{i} \}$

DESCRIPTION DU GIGAN-THOLITE,

PAR

N. NORDENSKIÖLD.

(Lu à la Société, le 6 Avril 1840.)

Ce minéral, comme beaucoup d'autres, a été quelque temps connu avant que sa composition chimique eût été déterminée. On apporta, déjà en 1825, de la paroisse de Tammela, de petits morceaux d'un fossile, dont la forme et l'apparence me firent croire qu'ils étaient de la tourmaline décomposée. Ce ne fut qu'en 1830, après avoir fait des excavations dans la roche, qu'on trouva le minéral tout-à-fait inaltéré, et le reconnut d'une espèce nouvelle, qui a reçu le nom de Gigantholite, à cause des grandes masses dans lesquelles il est cristallisé. — Ce minéral vient d'être analysé par Mr le comte Trolle-Wachtmeister, *) qui l'a trouvé composé de:

Silice	46,27 contient oxygène	24,04
Alumine	25,10	11,72

^{*)} Kongl. Vetenskaps-Academiens Handlingar för år 1837, pag. 136.

Oxide serrique 15,60 3,19
Magnessie 3,80 1,47
Oxide Manganeux 0,89 0,20 5,63
Potasse 2,70 0,46
Soude 1,20 0,31)
Eau
Fluor des traces

101,56

dont la composition peut être exprimée par:

Une analyse faite par Mir Komonen, en 1838, avait donné un résultat qui n'en diffère pas beaucoup, savoir:

Silice	 	• •				45,5
Alumine	 	• •	 •	٠.		26,7
Oxide ferreux	 - •		 ٠			12,4
Oxide Manganeux.	 					0,9
Magnésie						
Potasse	 		 . "			5,8
Eau	 					6,2
		r.			_	99,9
						33,3

Ce minéral se trouve tonjours dans de grands cristaux plus ou moins prononcés, agrouppés ensemble. Les cristaux consistent en prismes à plusieurs pans, composés de lames d'une épaisseur d'une demi-ligue jusqu'à deux ou trois, lesquelles sont atta-

chées par une mince feuille de chlorite. On n'a pas jusqu'ici trouvé des cristaux tout-à-fait isolés; des faces terminales se trouvent quelque fois, mais toujours incomplètés. En examinant la cristallisation on trouve des joints perpendiculaires contre l'axe du prisme, sans qu'on puisse trouver des clivages ultérieurs. Le prisme luimième est entouré de faces qui font alternativement des angles de 14S et de 152 degrés, appartenant conséquemment à un prisme de douze pans du système rhomboëdrique. Je n'ai pu même approximativement déterminer les mesures du Rhomboëdre primitif; j'ai trouvé des traces des faces d'un rhomboëdre très-plat, mais il est assez curieux que sur aucun cristal on n'ait trouvé en même temps trois faces rhomboëdriques réunies, et par cette raison j'ai cru longtemps ces cristaux appartenir au système prismatique. Pourtant les angles du prisme déterminent le système suffisamment.

La dureté en est plus grande que celle de la chaux carbonatée, mais moindre que celle de la chaux fluatée.

Le poids spécifique = 2,862-2,878.

La couleur gris-fonce tirant sur le vert. Quand les cristaux sont couverts de chlorite, ils paraissent plus verts qu'ils ne le sont réellement.

Il donne une poudre blanche.

Difficile à casser. La cassure peu luisante quand l'éclat n'est pas augmenté par des feuilles de chlorite.

Se décompose en plein air, de manière que les premiers morceaux obtenus l'étaient tous.

Au chalumeau donne, dans le matras, un peu d'eau, qui ne montre pas d'acide; devient brunâtre, et l'on voit comme le minéral est en plusieurs directions pénétré de chlorite. Entre les pincettes se dilate un peu et se fond en une scorie colorée de fer. En poudre, sur le charbon, preud d'abord une couleur de tuile, devient ensuite grisâtre et se fond très-difficilement en un verre noirâtre. Se fond avec le Borax en un verre coloré de fer; se fond difficilement avec le Sel de phosphore en laissant un squelette de Silice, le verre montre pendant le refroidissement une couleur de fer, opalise un peu et devient blanc. Avec la Soude donne une scorie qui fait voir une couleur prononcée de Manganèse.

Ce minéral se trouve en noyanx, dans un granit en trèsgros grains et riche en quartz, dans deux endroits à Tammela, c'està-dire à Häcksaari non loin du village de Torro et á Kirkonnummi.

Le minéralogiste anglais, M:r Brooke, dit qu'un minéral pareil à celui-ci en forme décomposée se trouve à Schneeberg en Saxe, et qu'il a été trouvé aussi dans l'Amérique du Nord, où on l'a nommé Phyllite.

DETERMINATIO SUPERFICIEI,

INTERSECTIONE CONTINUA OMNIUM GENERIS, DATI LINEARUM PRODEUNTIS,

AUCTORE

HENR. GUST. BORENIO.

(Societ. exhib. d. 14 Octobr. 1839.)

Duo problemata jam inde a primis temporibus calculi integralis noti a Mathematicis tractata, atque denuo accuratiori subducta esse examini deprehendimus, unum scilicet, sub nomine problematis trajectoriæ inclytum, alterum vero: invenire curvam, generatam intersectione continua omnium generis dati linearum. Tentamen quoddam prioris problematis ad superficiem quoque extendendi a memet factum, sub titulo: determinatio superficiei, omnes generis dati lineas sub angulo dato intersecantis, Academiæ Imperiali Petropolitanæ haud ita pridem offerre milii licuit. Casum quasi specialem hujus problematis, ponendo scilicet angulum datum evanescere, facile perspicimus analogum esse problemati illi secundo jam diutius tractato, cujus igitur erit finis: determinare superficiem, intersectione continua omnium generis dati linearum prodeuntem. Cujus igitur nunc casus, in tractatulo illo a memet nondum examinati, solutionem Societati Scientiarum Fennicæ in sequentibu dijudicandam offere audeo.

Sint

$$\begin{cases} y = f(x, g, h) \\ z = q(x, g, h) \end{cases} \cdot \cdot 1)$$

æquationes lineæ in spatio, coordinatis rectangularibus expressæ,

$$F(x,y,z)=o\ldots 2)$$

æquatio superficiei prodeuntis intersectione continua, positis in æquationibus 1) g et h variabilibus, unde patet lineam illam 1) superficiem 2) tangere debere; sit porro

$$dz = pdx + qdy \dots 3)$$

æquatio differentialis plani tangentis, designantibus p et q valores quantitatum $\frac{dz}{dx}$ et $\frac{dz}{dy}$ ex æquatione 2) deductos, substituendo scilicet in his pro x, y et z coordinatas puncti contactus. Ex æquationibus 1, habebimus differentiando, positis tantummodo x, y et z variabilibus,

$$dy = dxf'x$$

$$dz = dx \varphi' x$$

quibus in æquatione 3) substitutis prodibit

$$q'x = p + qf'x \dots 4),$$

æquatio superficiem quæsitam definiens, cujus integratio pendet ab

$$dv = dx f'x$$

$$dz = dxq'x$$

quæ quidem, positis g et h constantibus, dabunt integralia parti-

$$y = f(x, g, h)$$

$$z = \varphi(x, g, h).$$

Ponendo igitur

$$g = \psi h$$

Determinatio superficiei intersectione linearum prodeuntis. 383

désignante ψ functionem arbitrariam, eliminandoque g et h ope equationum 1), habebinus integrale completum inter x, g et h.

Quamvis vero hoc modo perveniamus ad integrale æquationis 4) maxime generale, tamen rem accuratius perpendentes facile intelligimus nos rectam adhuc non obtinuisse problematis solutionem. Patet enim integralia

$$y = f(x, g, h)$$
$$z = \varphi(x, g, h)$$

esse æquationes easdem, quas supra lineam in spatio exprimere posuimus; unde elucet superficiem, ad quam eliminatione pervenimus, ponendo

$$g = \psi h$$
,

non tangere sed continere lineam æquationibus 1) expressam. Eliminando vero inter æquationes

$$y = f(x, g, h)$$
$$z = \varphi(x, g, h)$$

unam constantem, ex. gr. h, differentiandoque deiude posito g variabili, duas habebimus æquationes continentes quantitatem g; hanc igitur eliminando ad solutionem perveniemus singularem, æquationi 4) adhuc satisfacientem. Habebimus igitur æquationem inter x, y et z, qua determinabitur superficies, cujus planum taugens in puncto cujus coordinatæ x, y et z erit idem, ac lineæ æquationibus 1) expressæ, unde lineam hancce superficiem illam tangere, adeoque superficiem intersectione continua lineæ generari necesse est. Facile præterea perspectu est nos idem obtinere resul-

tatum, differentiando primo æquationes 1) positis g et h variabilibus, unde erit

$$dgf'g + dhf'h = o$$
$$dg\varphi'g + dh\varphi'h = o,$$

quæ æquationes dabunt

$$f'gq'h = q'gf'h \dots 5$$
),

eliminandoque deinde g et h inter hanc et æquationes 1).

Sit ex. gr.

$$\begin{aligned}
 y &= g^2 + hx \\
 z &= h + gx
 \end{aligned},$$

dabitque æquatio 5)

$$2g=x^2,$$

ex quibus eliminatione quantitatum g et h habebimus

$$4(xz-y)=x^4.$$

Aequatio 4) dabit

$$g = p + hq$$

quam, eliminando quantitates g et h, cum præterea ex æquatione

$$4(xz-y)=x^*$$

habeamus

$$xp = x^3 - z$$

$$xq=1$$
,

patet fieri identicam.

Sit exempli secundi loco

$$y = gx + 1$$

$$z = \left(\frac{h^2 - g^2 + g^2 h^2}{2gh}\right) x + h$$

Determinatio superficiei intersectione linearum prodeuntis. 385

Aequatio 5), cum sit f'h = o, abibit in

$$f'g\varphi'h = o$$
.

Est vero

$$f'g = x$$
$$\varphi'h = \left(\frac{g^2 + h^2 + g^2h^2}{2gh^2}\right)x + 1.$$

Ponendo igitur $\varphi'h = o$, eliminandoque g et h ope æquatio-num 1), habebimus

$$-x^3 + y^2 + z^2 = 1.$$

With a state of the state of th

1. 28 12 11

÷ /

1.

and the stand of the stand

the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sale of the sa

DE TEMPORE REGELATIONIS ET CONGELATIONIS

AQUARUM FLUMINIS KYRO

DISSERIT

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Societ. exhib. d. 1 Martii 1841.)

-000

Occurrunt in Ephemeridibus Aboënsibus anni 1810, earumque N:o 142, series adnotationum temporis, quo regelatio vernalis glacierum fluminis Kyro ab anno 1739 ad annum usque 1810 exstitit. Est illud flumen, uti notum, inter præcipua Finlandiæ occidentalis numerandum, paroecias Ilmola, Storkyro, Lillkyro & Mustasaari Provinciæ Wasensis, longitudine circiter 16 milliariorum Suecanorum perfluens, quod igitur magnam aquarum copiam quotaunis derivat, atque documentum certe non spernendum ad explicandum clima hujusce regionis præbet. Operæ igitur pretium omnino erit, in tempora regelationis & congelationis ejusdem determinanda diligentius inquirere.

Series supra memorata in paroecia Storkyro sub latitudine geographica 63° & longitudine 8° 10' occidentali a Petropoli, est collecta, ubi aqua fluminis, in distantia 4 milliariorum ab ostio, pedes Suecanos 59 supra libellam maris elevari perhibetur. Continuationem

ejusdem seriei, ad præseus usque tempus extensæ, indefessæ debemus in momentis quibusvis meteorologicis aduo andis industriæ Sacellani loci Rev. Isr. Reinii, qui autographas suas decem annorum collectiones in usum scientificum adhibendas nobis amicissime commisit.

Calculo jam vulgari quadratorum minimorum ad hasce observationibus applicato, initioque computationis annorum z ab anno 1739 sumto, ponatur dies regelationis fluminis Kyro

$$x = m + n(z - 1738)$$
 Aprilis,

ubi m & n sunt coefficientes constantes mox determinandi; quo facto habebuntur

$$66191 = 2345 \cdot m + 116883 \cdot n,$$

 $2345 = 93 \cdot m + 4667 \cdot n,$
 $116883 = 4667 \cdot m + 310967 \cdot n.$

Inde vero eruuntur

$$m = 25,735$$
, & $n = -0,0103$,

nec non summa quadratorum aberrationum S = 7053,

adecque
$$x = [25,735 - 0,0103 (z - 1738)]$$
 Aprilis,

cujus valoris vacillationes annuæ verisimillianæ, a varils causis oriundæ, inter limites \pm 5,9 dierum continentur. Sæcularis autem
variatio est = - 1,03 dici, quæ quantitate \pm 0,22 diei probabiliter est incerta; unde igitur apparet, uno jam die anteriorem,

De tempore regel. et congel. aquarum fluminis Kyro. 389 quam ante centum annos exstitit, nostro ævo haberi regelationem fluminis Kyro. Hisce cognitis sequens institui potest comparatio.

Annua	Die; re	regelationis Differ.		Annu Å	Dies re	gelationis	Differ.	
11.9.	Observat.	Compatat		H.	Observat	Computat		
1739	14 Maji	25,7 April	+18,3	1759	26 April	25,5 April	+ 0,5	
1740	9 Maji	25,7	+ 13,3	1760	2 Maji	25,5	+ 6,5	
41		25,7		61	14 April	25,5	-11,5	
42	3 Maji	25,7	+ 7,3	62	24 —	25,5	- 1,5	
43		25,7		63	8 Maji	25,5	+ 12,5	
44	20 April	25,7	- 5,7	64	20 April	25,5	- 4,5	
45	30 —	25,7	+ 4,3	65	24 —	25,5	- 1,5	
46	1 Maji	25,7	+ 5,3	66	20 —	25,4	- 5,4	
47	1 —	25,6	+ 5,4	67	7 Maji	25,4	+11,6	
48	28 April	25,6	+ 2,4	68	1 —	25,4	+ 5,6	
49	6 Мајі	25,6	+10,4	69	20 April	25,4	- 5,4	
1750	2 April	25,6	-23,6	1770	25 —	25,1	- 0,4	
51	14 —	25,6	-11,6	71	5 Maji	25,4	+ 9,6	
52	17 —	25,6	- 8,6	72	26 April	25,4	+ 0,6	
53	18 —	25,6	- 7,6	73	12 —	25,4	- 13,4	
54	21 —	25,6	- 4,6	74	25 —	25,4	- 0,4	
55	14 —	25,6	-11,6	75	29 —	25,4	+ 3,6	
56	4 Maji	25,6	+ 8,4	76	4 Maji	25,4	+ 8,6	
57	14 April	25,5	11,5	77	29 April	25,3	+ 3,7	
58	26 —	25,5	+ 0,5	78	23 —	25,3	- 2,3	

Annus.	Dies re	gelationis	Differ.	Ammus.	Dies re	gelationis	Differ.
us.	Observat	Computat		Į.	Observat.	Computat.	
1779	3 April	25,3 April	-22,3	1802	22 April	25,1 April	- 3,1
1780	11 Maji	25,3	+ 15,7	03	10 —	25,1	-15,1
81	26 April	25,3	+ 0,7	04	29 —	25,0	+ 4,0
82	20 —	25,3	_ 5,3	05	26 —	25,0	+ 1,0
83	19	25,3	- 6,3	06	3 Maji	25,0	+ 8,0
84	28 —	25,3	+ 2,7	07	7 —	25,0	+ 12,0
85	27 —	25,3	+ 1,7	08	8 —	25,0	+13,0
86	23 —	25,2	- 2,2	09	7 —	25,0	+ 12,0
87	1 Maji	25,2	+ 5,8	1810	11 -	25,0	+16,0
88	23 April	25,2	- 2,2	11		25,0	
89	30 —	25,2	+ 4,8	12	5 —	25,0	+10,0
1790	30 —	25,2	+ 4,8	13	12 April	25,0	- 13,0
91	24 —	25,2	- 1,2	14		24,9	
92	9 —	25,2	-16,2	15	1 Maji	24,9	+ 6,1
93	27 —	25,2	+ 1,8	16	27 April	24,9	+ 2,1
94	15 —	25,2	-10,2	17	5 —	24,9	-19,9
95	26 —	25,1	+ 0,9	18	11 Maji	24,9	+16,1
96	28 —	25,1	+ 2,9	19	1 —	24,9	+ 6,9
97	16 —	25,1	- 9,1	1820		24,9	
98	25 —	25,1	- 0,1	21	25 April	24,9	+ 0,1
99	24 —	25,1	- 1,1	22		24,9	
1800	23 —	25,1	- 2,1	23		24,9	
1	23 —	25,1	2,1	24	24 —	24,8	- 0,8

Ann	Dies re	gelationis	Differ.	λıııı	Dies re	egelationis	Dif	ler.
7	Observata	Computat.		116.	Observat.	Computata		
1825	26 April	24,8 Apri	+ 1,2	1833	27 April	24,8April	+	2,2
26		24,8		34	17 —	24,7	_	7,7
27	14 —	24,8	10,8	35	30 —	24,7	+	5,3
28		24,8		36	15 —	24,7		9,7
29	2 Maji	24,8	+ 17,2	37	23 —	24,7	_	1,7
1830	25 April	24,8	+ 0,2	38	29 —	24,7	+	4,3
31	22 —	24,8	- 2,8	39	4 Maji	24,7	+	9,3
32	11 —	24,8	-13,8	1840	19 April	24,7	_	5,7

Si a nostra ætate initium sumitur futuræ computationis, invenietur dies regelationis

$$= [24,68 - 0,0103 (z - 1840)]$$
 Aprilis.

Decem tantummodo annorum seriem, qua tempus congelationis fluminis Kyro determinatur, colligere nobis contigit, sequentem scilicet:

Anno	1831		٠			die	17	Novembris
	1832					22	21	22
	1833					22	27	22
	1834					22	1	29
	1835		٠			22	3	27
	1836	۰		•		22	20	29
	1837					23	16	22
	1838					22	17	22
	1839					23	15	23
	1840						1 2	22

Collecta est eadem itidem ex adnotationibus Rev. Reinii, die congelationis partim expresse indicato, partim e temperatura airis æstimando. Brevior quidem est hæcce, quam ut variationi annuæ vel sæculari determinandæ sufficeret; pro nostro tamen tempore inde intelligitur diem 15 Novembris in Storkyro esse congelationis memoratæ medium.

Est igitur longitudo æstatis in Finlandia ad latitudinem geographicam 63° a die 24 Aprilis ad 15 Novembris = 205 diebus, quæ Petropoli est 217 & Archangelopoli 178 dierum; unde intelligitur, diminutionem a Petropoli ad Storkyro pro differentia latitudinis 3° esse 12 dierum, & a Storkyro Archangelopoliu pro latitudinis differentia 1° esse 27 dierum, quod a ratione climatica inter Petropoliu & Archangelopoliu observata, si uniformis assumitur, omnino differt*), & ostendit, regiones Finlandiæ pro æquali latitudine geographica longiore gandere æstate.

Multiplicem utique in indole, qualem heic examinavimus, plurium locorum convenientiam partialem non potest quin animadvertat attentus examinator; eminentissimam vero illam esse, quæ per totum fere decennium saculi proxime præterlapsi sextum sese observandam obtulit, quisque facile concedet. Ab anno scilicet 1750 per annos octo successivos adeo præter ordinem normalem festinata observabatur regelatio vernalis fluminum Petropolitani, Aborosis, Kyroensis & Archangelopolitani, ut ad concludendum indu-

^{*)} Conserantur en, que de Archangelopoli exposuimns in Bullet. scient. publ. par l'Acad. Imp. des scienc. de S. Pétersbourg. T. VIII. N:0 19, p. 290 &c.

De tempore regel. et congel. aquarum fluminis Kyro. 393

camur, suisse hoc tempore periodum in Europa, saltem boreali, solito calidiorem, quod an ab iisdem derivandum sit causis, quæ calamitosum terræ motum, Olisiponem anno 1755 devastantem, genuerant, aliis examinandum relinquimus.

Comparationis præsenti jam ævo instituendæ causa, ut etiam quo eadem futuri uti possint scrutatores, sequentem seriem temporis, quo in amniculo Paroeciæ Wöro intra 25 successivos annos, a 1800 ad 1824 inclusive, regelatæ sunt glacies, hic adponamus, ex autographis adnotationibus Sacellani quoudam in Wöro, Phil. Doct. Henr. Wegelii, collectam. Instituebat hic suas observationes sub latitudine geographica 63° 9′ atque longitudine 8° 18′ occidentali a Petropoli, in vicinio igitur a domicilio supra nominati Reinii parum remoto.

•	
Anno. Dies regelationis.	Anno. Dies regelationis.
1800 20 Aprilis	1813 8 Aprilis
1 14	14 9 —
2 7	45 20 —
3 6 —	16 22 -
4 26	17 2 Maji
5 15 —	18 10 —
6 24 —	19 29 Aprilis
7 29 —	20 19 —
8 6 Maji	21 19 —
9 5 —	22 15 —
1810 13 —	23 30 —
11 29 Aprilis	24 11 —
12 28	
	The diameter 00 C X 11

Hine dies medius . . 22,6 Aprilis.

Inexspectata est differentia trium dierum, quibus serius defluunt glacies in australiori Storkyro quam in borealiori Wöro,
cujus anomaliæ causam in eo quærendam esse judicamus, quod
aquæ e nive riparum regelatæ amniculum parvum citius implere
valeant, & glaciei elevandæ atque rumpendæ sufficiant, ad quod
in flumine majori efficiendum longius requiritur tempus. Neque
minus videtur notatu dignum, quod in eundem diem, per medium,
incidit regelatio Wöroënsis atque Borgoënsis *), etiamsi eorundem
locorum differentia latitudinis 3 fere gradus superet. Similiter est
in specialioribus per universam Finlandiam, & quidem Petropoli
atque Archangelopoli, conspicua universaliores variationum causas
prodens singularis convenientia.

^{*)} Conferantur quæ supra pag. 140 attulimus.

NOTE

SUR

LES PREMIERS PRINCIPES DE L'ALGÈBRE,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 5 Avril 1841.)

La remarque déjà ancienne, que les vérités de la Géométrie l'emportent sur celles de l'Analyse pour la clarté et l'évidence, ne me paraît pas juste. Toute naturelle qu'elle paraisse à ceux qui, sans réfléchir plus profondément sur les véritables principes de l'Analyse, se contentent de l'idée qu'en donnent ordinairement les auteurs d'Algèbre, je n'hésite pas à avancer qu'elle n'en est pas moins erronée, et que l'obscurité apparente qui règne sur quelques points de ces principes, n'est causée que par la manière fautive dont on les conçoit. La véritable origine de la confusion qui a lieu relativement à quelques résultats de l'Algèbre, m'a depuis long-temps paru être celle, qu'on ne se rend pas clairement compte de la nature même de ces résultats. Que dirait on d'un traité de Géométrie, où l'on s'appliquerait à démontrer des définitions, où l'on se servirait de termes, dont on n'aurait pas expliqué le sens, où enfin on regar-

derait comme évidentes des vérités dont les démonstrations seraient aussi nécessaires que possibles? Eh! bien, c'est-là, j'ose l'affirmer, le cas de nos traités ordinaires d'Algèbre: on s'y obstine quelquesois à démontrer des résultats qui ne sont pas susceptibles de démonstration par la raison bien simple qu'ils n'expriment que le sens d'une notation arbitraire, on y emploie des notations dont on n'a pas fixé la signification dans tous les cas, enfin on y adopte par sois comme indubitables, sans ancun examen, des résultats qui ne devraient être admis qu'après une déduction détaillée.

Ce sont particulièrement les méprises du premier genre, ou les tentatives de prouver des résultats dont la démonstration est impossible, qui me paraissent les plus fréquentes dans les éléments ordinaires d'Algèbre. L'origine de ces méprises est ordinairement celle, qu'on ne fait pas attention à la vérité bien évidente, qu'une notation arbitraire, adoptée dans l'hypothèse de nombres d'une classe déterminée (p. ex entiers, ne peut s'étendre à des nombres d'une autre classe par un raisonnement quelconque, et que ce n'est que par une couvention nouvelle, aussi arbitraire que la première, qu'une telle extension pourra avoir lieu. Voici quelques résultats du genre en question, qu'on s'efforce ordinairement de prouver, bien qu'ils n'expriment réellement que le sens de notations arbitraires:

$$0. 2 = 0$$

$$-3. -4 = +3. 4$$

$$\frac{-3}{-5} = +\frac{3}{5}$$

$$2^{0} = 1$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^{2}}$$

$$5^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{5^{2}}$$

$$\sqrt{-1}.\sqrt{-1} = -1$$

$$(1+\sqrt{-1})(1-8\sqrt{-1}) = 9-7\sqrt{-1}.$$

Ce que nous venons d'établir paraîtra paradoxe à beaucoup de personnes. Si, dira-t-on, 2 multiplié par zéro n'est pas nécessairement zéro, il sera également vrai que

$$0.2 = 1.$$

À cela je réponds: Oui, mais cette supposition serait contraire à l'universalité des opérations de l'Algèbre, puisqu'il en résulterait que par exemple l'égalité

$$(a-b)c=ac-bc,$$

qui peut être rigoureusement prouvée pour des nombres quelconques a, b, c, dont a > b, n'aurait pas lieu pour a = b, c = 2.

L'égalité

$$0.2 = 0$$

ne l'emporte donc pas, pour la vérité intrinsèque, sur celle de

$$0.2 = 1;$$

mais il a fallu adopter celle-là, à fin de pourvoir à l'universalité du système algébrique.

Il en est de même de tous les autres résultats rapportés cidessus, d'où découle, à ce que l'on voit, en même temps la véritable explication des règles du calcul des nombres négatifs et des expressions imaginaires.

J'ai dit plus haut que le manque de clarté, qu'on reproche à l'Algèbre, dérive quelquesois de l'omission d'explications nécessaires sur le sens même des notations. Cette omission a particulièrement lieu dans les cas où des multiplicateurs ou exposants algébriques reçoivent des valeurs irrationnelles. Quel est par ex. le sens des expressions

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$$
 $2^{\sqrt{3}}$
 $1^{\sqrt{3}} \cdot 7$

On ne le trouve expliqué dans aucun ouvrage sur l'Algèbre, tout naturel qu'il soit de pouvoir attribuer des valeurs quelcon-

ques, et par conséquent aussi irrationnelles, aux lettres dont se composent les formules algébriques.

Enfin l'obscurité de quelques résultats de l'Algèbre tient à la négligence des auteurs de développer suffisamment des vérités, dont la nature compliquée exigerait une déduction soignée, mais qu'on admet sans examen à cause de leur analogie avec d'autres vérités, avec lesquelles elles n'ont cependant qu'une liaison difficile à saisir. Cette légèreté, d'autant plus inconcevable, qu'on s'applique, à d'autres occasions, à prouver des résultats dont la démonstration est impossible, se fait surtout remarquer dans l'extension des résultats de l'Algèbre à des nombres irrationnels. C'est ainsi que par ex. les égalités

$$ab = ba$$

$$ab \cdot c = a \cdot bc$$

$$a^b \cdot a^c = a^b + c$$

$$\frac{a^b}{a^a} = a^b - c$$

$$(a^b)^c = a^{b^c}$$

sont ordinairement adoptées sans preuve lorsque les lettres a, b, c désignent des nombres irrationnels, bien que, dans ce cas, elles aient véritablement besoin d'une démonstration détaillée.

Voilà, ce me semble, les trois causes principales de l'obscurité qui, dans les traités ordinaires d'Algèbre, règne sur quelques points de cette partie des Mathématiques. La première se trouve, à ce que je sache, pour la première fois indiquée ici: pour les deux dernières, je me suis attaché à les écarter dans un Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter à la Société il y a deux ans, et qui est déjà publié. On y devra encore ajonter une quatrième, savoir le manque de définitions claires et précises de certaines opérations de l'Algèbre, p. ex. le développement des expressions algébriques; mais cette cause d'embrouillement, quelque active qu'elle soit, ne regarde plus les premiers élémens du système algébrique, et exigerait d'ailleurs, pour être suffisamment éclairée, plus de détails que ne comporte l'étendue de cette Note: c'est pourquoi nous en remettons la discussion à une autre fois.

ANMÄRKNINGAR

OM

VATTENYTANS UTI ÖSTERSJÖN OCH MEDELHAFVET TIDTALS SKEENDE HÖJNINGAR OCH SÄNKNINGAR,

FRAMSTÄLLDE AF

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Föredragne för Vet. Soc. d. 7 December 1840.)

En allmän och långvarig erfarenhet har längesedan derom öfvertygat dem, som bo vid stränderne af Östersjön och dess vikar, att ett samband äger rum emellan vattnets tidtals skeende, af verldshafvets obb och flod icke beroende, stigande och fallande i denna insjö, samt dermed samtidigt inträffande väderleksförändringar: och då dessa sistnämnda gemenligen iakttagas äga sammanhang med Barometerförändringarne, så har, redan för 93 år sedan, framlidne Lectoren Gissler i Hernösand uti en till Svenska Vetenskaps-Academien år 1747 ingifven uppsatts (tryckt i dess Handlingars Tom. VIII, sid. 142 och följ.) framställt sin derom vunna erfarenhet, att Östersjöns vattenyta sjunker när Barometern stiger, och tvertom höjer sig när Barometern faller. Han hade nemligen vid sjöstranden å bemälde ort fästat en i vattnet verticalt stående, uti geometriska tum och linier indelad trädribba, samt jemfört

vattnets derå utmärkta höjd med Barometerstånden, då ofvannämnde förhållande för honom tydligen framställt sig.

Femtienie år seduare, eller år 1806, ingaf framlidne Verkl. Stats-Radet och Riddaren af Schulten till samma Vetenskaps Academie ett försök att förklara orsaken till vattnets stigande och fallande i Östersjön (tryckt i samma års Handlingar sid. 77 och följ.), grundadt på jemförelse emellan Barometerns och hafsytans förändringar, hvilka sistnämnde härledas "ifrån vår atmosphers eller luftmassas föränderliga tyngd, som genom sin olika tryckning upphöjer och nedtrycker den ena och den andra" (sid. 84). Såsom hufvudgrund för denna theorie antager han, att lufttryckningen vore samtidigt olika på särskilda kuster af Östersjön, så att den besunnes lag t. ex. i Torneo när den är hög vid Pommern, livaraf följden blelve, att vattnet, som tryckes mera å sistnämnde ort,- der måste sänka sig och flyta åt Torneo, hvarest lufttryckningen är mindre, och tvertom en annan gång. Genom auställd beräkning och jemförelse af vttersta gränsorna för Barometerförändringarne och deraf beroeude vattenhöjderne finner han, att den största skillnaden mellan högt och lågt vatten sålunda kan blifva 31 fot, hvaremot han anser svag och föga trolig den förklaring, "att vindarne genom sitt påstötande skulle förmå framdrifva vattenmassan för sig och kunna höja den till flere fots större höjd på den under vinden belägna kusten ölver dess läge på läsidan."

Ända till närvarande tid har man synts vara fullt tillfredsställd af denna theorie, hvaremot inga anmärkningar försports; och

saken skulle troligen icke snart å nyo upptagits till discussions ämne, om icke nya med de Gisslerska försöken alldeles analoga observationer sistförflutna år blifvit gjorda vid kusten af Medel-Uti Algier har nemligen Fransyske Professoren Aimé, likasom fordom Gissler hos oss, samtidigt med Barometer-observationer iakttagit hafsytans höjningar och sänkningar, hvarigenom han, sedan han särskildt öfvertvgat sig derom, att verldshafvets ebb och flod i Medelhafvet ei visar sig märkbar, kommit till öfvertygelse om det af Gissler och af Schulten längesedan anmärkta förhållandet, att nemligen hassytan stiger på samma tid som Barometer-ståndet blir lägre, och tvertom. Aimés observationer aro i sammandrag meddelade uti Aragos &c. Annales de Chimie et de Physique, T. 73, p. 416, for April 1840. Emedan hvarken Gissler eller af Schulten specifikt uppgifvit sina iakttagelser, och dessa af Aime äro, så vidt jag känner, de enda i gifna tal meddelade bestämmelser, så har jag trott dem, också för likheten med förhållandet hos oss, förtjena en egen uppmärksamhet, hvarföre jag ock till min upplysning graphiskt construerat dem för Januari och Februari 1839, och finnit, med undantag af några anomalier, en alldeles påtaglig och obestridlig öfverensstämmelse uti det reciproca förhållandet mellan Barometer-stånd och vattenhöjd, såsom hosföljande utkast det tydligen visar.

Ju mera jag ölverväger de omständigheter, som med detta phenomen sammanhänga, desto tvifvelaktigare vill den antagna theovien sor mig framställa sig. Först kunde sråga väckas, om den är tillräcklig att förklara förhållandet i hela sin utsträckning. Enligt hvad anfördt blifvit, kan den af förändrad lufttryckning förväntade ändringen i vattenhöjden ej ösrerstiga 31 fot, eller 13 fot ösrer och likaså mycket under medelhöjden; men dessa gränsor torde, att doma af hvad har i Helsingfors ofta erfarits, esomoftast i betydlig mån af vattenytans rörelser öfverskridas. Af annu väsendtligare inflytande på theoriens bestånd är utan tvifvel den omståndighet, att den hufvudsakliga grunden, hvarpå den hvilar, nemligen den utan bevis antagna samtidiga olikheten af Barometer-stånd eller lufttryckning på olika delar af hafvet icke så inträffar i verkligheten, som formodadt blifvit. Tvertom bar jag infor denna Societet tillsorene sokt ådagalägga (uti Dess Acter T. I, sid. 1, folj.) att motsatsen deraf, med någon här icke lätt märkbar modification, vanligast intraffar, så att lufttryckningen är nåra samtidigt hög, och likaså en annan gång låg, ösver hela Östersjön med alla dess vikar, hög vid Prenssiska kusten då den är hög i Torneo, och bög vid Finska och Littändska stränderne åtminstone sex ummar ester det den blisvit det på de Svenska. Deras ledes man oemotständeligen till den slutsats, att om och vattenytans hojuingar inträssa likudigt med lusttryckningens minskningar, desso sednare likval ej kunna yara orsak till de forra.

Men hvar skall man då söka den? Tvisvelsutan i något förhållande, som har samband med dem begge. I anledning af hvad man i seduare tider utforskat, skulle man derföre återkomma till den gamla förmodan, att vindriktningen härvid är en icke oväsendtlig omständighet; ehuruväl äfven dervid stridiga förhållanden förekomma. Man känner, att lufttryckningen i allmänhet är större under påstående nordlig vind än under sydlig, och att den nordliga vinden framskjuter vattnet söderut, då man således på den nordliga sjöstranden ser samtidighet för hög Barometer och lågt vatten. Sådant skulle inträffa t. ex. i Torneo och sannolikt i hela Bottniska viken; men alldeles motsatt borde förhållandet vara på Preussiska kusterne af Östersjön, dit vattnet, under hög Barometer, af samma nordliga vind framflyttas och borde visa sig högt. Ar detta verkliga förhållandet? Emot den antagna theorien och derpå grundade förmodan, finner man, det så vara. Navigations-Läraren Bannasch har uti Poggendorffs Annaler, B. 112, s. 209, &c. meddelat resultaterne af de observationer, som till bestämmande af vattenytans höjningar och sänkningar i Östersjön blifvit åren 1815-1834 gjorda vid Fyrbåken i Pillau, hvilka visa, att vattnet der står högre under påstående nordliga vindar, än under sydliga. Lägst var det vid OSO och SO, som der är landvind, och högst vid dess motsatts NW; men skillnaden emellan dessa ytterligheter var, i medeltal för alla åren, ej större än 81 Preussiska tum. Med huru mycket detta-medeltal af enskilda ytterligheter öfverskridits, är ej uppgifvet.

Äfven vid de i Algier gjorda iakttagelserna, när de nogare granskas, förekomma sådana partiela afvikelser, att de förtjena ta-

gas under särskildt skärskådande. Här må endast observationerne för Januari månad 1839 betraktas. Barometer- och vattenstånden äro antecknade en gång om dagen, hvaraf man finner förändringarne ifrån en föregående dag till en följande. Om då iakttagelserne fördelas uti tvenne flockar, en för uppstigande och en annan för nedgående Barometer, och man, för lättare i ögonen fallande jemförelse, reducerar lufttryckningen ifrån qvicksilfver- till vattenhöjd, så uppkommer följande öfversigt:

	rns höjning t med Vattenhöjd. Millimeter. 18,90 2,15 1,35 4,05 43,20 21,60 13,50 25,65 44,55 1,35 86,40 8,10 17,55 74,22 35,10 75,60	Hafsytans motsvarande sänkning. Millimeter. 100 50 — 10 40 80 20 — 40 20 90 0 130 50 — 30 0 130 80	Förhållandet mellan luft- tryckningen och vatten- sänkningen. 1: 5,29 1:23,26 1: 9,88 1: 4,85 1: 0,92 1: 0,78 1: 2,02 1: 1,50 1: 6,17
3,9	52,65	20	1: 0,38
Summa	525,92	730	1: 1,39

mätt Qvicksilfv. höjd. Millimeter.	ns sänkning, med Vattenhöjd. Millimeter.	Halsylans motsvarande höjning. Millimeter.	Förhållandet mellan luft- tryckningen och vatten- sänkningen.
0,5 3,8	6,75 51,30	180	1:2,70 1:1,56
1,2	16,20	- 20	20.0,00
2,1	28,35	50	1:1,76
4,7	63,45	30	1:0,47
2,2	29,70	80	1:2,70
3,4	45,90	50	1:1,09
5,2	70,20	10	1:0,14
7,5	101,25	150	1:1,47
1,0	13,50	— 10	
7,7	103,95	180	1:1,73
7,7	103,95	50	1:0,48
2,7	36,45	20	1:0,55
Summa	670,95	850	1:1,27

Här visa sig många anomalier. Dels förekomma ibland 30 sall 5, der vattnet höjt sig vid stigande Barometer, och dels äro vattnets höjdförändringar på långt när icke proportionela mot Barometer-ändringarne. Öfverhusvudtaget äro de förra 33 procent större än de i förhållande till ensamt de sednare skulle vara, hvilket, jemte de antydda anomalierne, synes tillkännagisva, att äsven andra orsaker, utom den föränderliga lusttryckningen, medverka

till phenomenets framställande. Sannolikt är förhållandet sådant äfven i Östersjön.

Af allt detta synes man bora sluta, att man annu är långt ifrån att fullkomligen känna i fråga varande phenomen, och att man således ej får vänta att någon säker theorie till dess förklarande annu kan uppgöras. Det enda qvantitativa som man, enligt hvad ofvanföre är uppgifvet, ifrån Pillau och Algier känner, är icke tillräckligt för detta behof. För att i sådant afseende kunna utforska beskaffenheten i Östersjön, borde samtidiga observationer på flera punkter af dess stränder anställas, nemligen 1:0 mätning af vattenhöjden, 2:0 uppgift om Barometer-ståndet, 3:0 anteckning om vindens riktning och styrka, samt 4:0 uppgift om väderlekens öfriga beskaffenhet. Dessa autechningar borde göras hvar dag, t. ex. klockan 12 om middagen, till en början under loppet af ett år, den tid deraf, då stränderne aro isfria, särdeles höst och vår, då de största förändringar pläga inträffa. Kunna Barometer-observationer på alla ställen icke åstadkommas, så bör detta dock ej hindra auteckningen af de öfriga omständigheterne, emedan lusttrycknings-förändringarne på sådane asstånd, som här kunna komma i fråga, äro att anses såsom liktidiga. Uppgiften om vindens styrka torde icke behölvas eller kunna åstadkommas noggrannare, an att den antecknas sasom varande, efter allmanna språkbruket, antingen stark, medelmittig eller svag. Den enda väsendtliga apparat, som till dessa iakttagelser fordras, är en graderad Om vattenytans i Östersjön och Medelhafvet höjn, och sänkn. 409 mätstång, hvilken fästes vertikal, hälst inom något i vattnet stående hus eller skjul, som hindrar squalpningen af vågorna och derigenom lättar observationen.

De orter i Finland, der localen bör göra dessa observationer lättast verkställbara, och der de tillika vore för ändamålet mest tjenliga, synas mig vara: Torneå eller Uleåborg, Larsmo Prestgård utanför Jacobstad, Christinestad, Åland, Hangö, Helsingfors och Wiborg. Men då de alla äro belägna endast på en sida af Östersjön, och behofvet nödvändigt påkallar observationer äfven från den motsatta, så vore anteckningar önskliga äfven ifrån Hogland, Reval eller Baltischport, Windau, Pillau, Carlskrona, Gottland och Hernösand; och då de inom Östersjön befintliga Fyrbåkar hafva sin ständiga Betjening, hvars tjensteåligganden obetydligen ökades genom uppdrag att verkställa i fråga varande anteckningar, så kunde ändamålet säkrast vinnas, om hos dessa Inrättningars Styrelse, i hvars interesse denna sak synes vara, sollicitation om sagde observationers anställande kunde göras.

Andrew Colombia

* , = e , te

e de la companya de l La companya de la co

to the second of the second of the second

.

NOVA SPECIES GENERIS PHYTOCORIS (FALLEN).

EX ORDINE HEMIPTERORUM,

DESCRIPTA

Δ

CAROLO REGIN. SAHLBERG.

(Societ. exhib. d. 9 Decembr. 1839.)

Phytocoris flavosparsus.

Long. 11 lin. Lat. 1 lin.

Viridis, supra nigro-pilosus, antennis, pedibus maculisque elytrorum plurimis, sparsis, pallide flavescentibus.

Habitat in Chenopodio albo. In Paroecia Fenniæ australis Pövtis aliquoties captus.

Magnitudine et statura Phyt. viriduli. Caput triangulare, convexiusculum, pallide flavescens, pilis nigrescentibus adspersum. Oculi nigri, globosi, prominuli. Antennæ tenues, dimidio corpore multo longiores; articulo primo brevi, ceteris crassiore, virescente; secundo longissimo, duobus insequentibus vix crassiore, nec apice incrassato; tertio præcedente paullo breviore; ultimo brevi, basali vix dimidio longiore; omnibus his tribus ultimis pallido-flavescentibus.

Thorax brevis, transversus, antice coarctatus capite fere angustior, postice valde dilatatus, longitudine plus duplo latior, angulis posticis haud prominentibus, supra convexus, linea transversali ante apicem impressa, virescens, versus marginem auticum plus minus pallescens, pilis nigrescentibus adspersus.

Scutellum triangulare, subacutum, virescens, pigro-pilosum marginibus lateralibus interdum angustius interdum latius pallide flavescentibus, convexiusculum, fovcolis ante basin Linis excavatis, aliquando in lineam impressam transversam confluentibus.

Elytra virescentia, pilis nigrescentibus adspersa, maculis numerosis, inæqualibus, sæpius transversis, pallide flavescentibus, subpellucidis variegata. Membrana alba, pellucida, macula ad basin sat magna, oblique elongata viridi, in qua punctum albido-pellucidum interdum adest.

Corpus subtus virescens, parce pilosum, in quibusdam plus minus flavo-variegatum.

Pedes elongati, graciles, pallide flavescentes; femoribus, imprimis anticis, plus ninus virescentibus, parum incrassatis; tibiis posterioribus spinulosis.

Obs. In serie specierum Phytocoris Svecicarum a Falléu descriptarum, inter Pli. viridulum et Ericetorum, Sectionis secundæ, collocanda est hac nostra Species.

CONSIDÉRATIONS

SUR LA MANIÈRE LA PLUS CONVENABLE D'ÉTABLIR LES PRINCIPES DU CALCUL DIFFÉRENTIEL,

PAR

N. G. DE SCHULTEN.

(Lu à la Société, le 25 Avril 1839.)

Le développement général

$$f(x+h) = fx + f_1x \cdot h + f_2x \cdot h^2 + \dots + f_mx \cdot h^m + \varphi(x,h) \cdot \dots 1$$
,

où f désigne une fonction quelconque, $f_1x..f_mx$ sont des fonctions de x dépendantes de la forme de f, m est un nombre entier arbitraire et $\varphi(x,h)$ une fonction de x et h qui complète l'identité des deux membres de l'équation pour toute valeur de x et de h, étant, comme on sait, la base du Calcul Différentiel et de toutes ses applications, il est naturel que ce point du calcul en question, qui en est le plus important et le plus difficile d'établir convenablement, attire avant tout notre attention, et que la manière dont le présentent les auteurs qui écrivent sur ce calcul, soit ce qui caractérise le mieux leur méthode de s'acquitter de cette tâche. Or, pour que l'équation 1) soit établie d'une manière satisfaisante, les conditions suivantes nous paraissent indispensables:

1:0 Doit on partir d'une définition générale du développement en question, pour le distinguer de tout autre de même forme, adopté arbitrairement et de même identique avec la fonction f(x+h) pour toutes les valeurs de x et h.

2:0 L'idée fondamentale du développement 1) étant établie, il faudra le déduire pour une forme quelconque de la fonction f, condition nécessaire pour donner aux principes du Calcul Différentiel une étendue suffisante, sans laquelle il serait déplacé de les appliquer à des fonctions inconnues.

3:0 Doit on, pour cette déduction, se servir d'une méthode parfaitement rigoureuse, c'est-à-dire ne l'appuyer que sur des propriétés claires et indubitables des fonctions en général.

L'ensemble de ces conditions pouvant, à ce qu'il me semble, servir de base pour juger les méthodes employées par différents auteurs pour présenter les principes du Calcul Différentiel, je vais essayer d'en faire l'application à celles de ces méthodes, qui sont le plus connues.

Pour la théorie d'Euler, exposée dans l'excellent ouvrage Institutiones Calculi Differentialis, il faudra avouer qu'elle ne satisfait à aucune des conditions établies ci-dessus. L'existence de l'équation 1) pour une fonction quelconque y est ti-tée par induction du développement de quelques fonctions explicites connues, sans qu'il soit expliqué en quoi consiste effective-

ment le développement d'une fonction. Si l'on ajoute que notre grand géomètre fait partout abstraction du terme supplémentaire, qui complète l'identité de la fonction et de son développement, et qu'il n'explique l'idée des différentielles qu'on recourant à celle de quantités infiniment petites, il sera impossible de disconvenir que les idées fondamentales de son bel ouvrage laissent encore beaucoup à désirer.

La théorie de Lagrange, développée dans les ouvrages si connus Théorie des fonctions analytiques et Leçons sur le calcul des fonctions, est beaucoup plus parfaite. Depuis le commencement même de sa théorie l'illustre auteur a fixé son attention sur la propriété qui distingue particulièrement le développement 1), comme le prouve le s. 6 du Chapitre I du premier ouvrage, où il observe que, par la nature de ce développement, l'accroissement h pourra! toujours être pris assez petit pour que f.x. h.m surpasse $\varphi(x, h)$. Il est vrai qu'il présente cette remarque importante sous la forme d'un théorème, au lieu d'en partir comme d'une définition, par laquelle est déterminé le sens même du développement en question; mais l'attention constante que porte ce grand géomètre à la circonstance dont il s'agit, et la détermination si importante des limites de $\varphi(x, h)$, par laquelle il a le premier démontré l'existence du développement en question pour une sorme quelconque de f, montrent suffisamment qu'il regardait ce point de sa théorie comme un des plus essentiels. On ne saurait douter non plus que Lagrange n'ait apperçu la nécessité d'établir l'équation 1) d'une manière parfaitement générale, puisque tant dans les Chapitres I et VI de l'ouvrage cité, que dans la 9:e des Leçons sur le calcul des fonctions, il la déduit sans admettre aucune restriction dans la forme de f. Mais, pour ce qui regarde les méthodes employées dans ces déductions, j'oserais croire qu'il y a quelque chose à objecter contre leur rigueur.

D'abord il parait naturel de remarquer contre l'exactitude du raisonnement au commencement du Chapitre I de la Théorie des fonctions, par lequel Lagrange cherche à établir que l'équation 1) ne saurait contenir des puissances fractionnaires ni négatives de h, qu'il n'y explique pas ce qu'il entend par le développement d'une fonction, et qu'il y fait en même temps complétement abstraction de la fonction supplémentaire $\varphi(x, h)$, laquelle cependant ne s'évanouit jamais, si ce n'est dans le cas très-particulier où fx est la somme d'un nombre limité de termes simples. Ces deux circonstances rendront toujours peu convaincant le raisonnement dont il s'agit, quelque ingénieuse que soit du reste l'idée sur laquelle y est fondée l'exclusion des puissances fraction-unires.

Il se présente de même sucilement des observations contre la méthode très-simple qu'emploie Lagrange au §. 3 du Chapitre I, pour établir l'équation 1). Ayant posé l'équation

$$f(x+i)=fx+iP,$$

il en conclut d'abord que P est une fonction de x et i qui ne devient point infinie lorsque i = o. Sans s'arrêter à cette conclusion, qui n'est pas bien établie, on pourrait remarquer qu'il serait possible que P s'évauouit pour toutes les valeurs de x lorsque i=0, ce qui rendrait le coefficient p nul et détruirait par conséquent l'existence même de la fonction prime de fx. Par la même raison les autres coefficients q, r, etc. pourraient s'évanouir au lieu de devenir fonctions de x. Il est donc évident que par les méthodes du Chapitre I de la Théorie des fonctions l'équation 1) n'est pas encore suffisamment établie. Que Lagrange lui-même n'a pas été content de ces méthodes, sur lesquelles il appuie cependant les idées mêmes des fonctions dérivées, paraît évident par les deux autres méthodes de déduire l'équation dont il s'agit, qu'il propose au Chapitre VI du même ouvrage. Celles-ci sont sans doute plus parfaites; mais à l'égard de l'une et l'autre on pourra observer qu'elles supposent l'existence de la fonction prime, qui n'a pas été suffisamment prouvée. La même remarque est applicable à la déduction de l'équation 1) contenue dans la 9:e des Leçons sur le calcul des fonctions, qui d'ailleurs paraît présérable à toutes les autres par la facilité avec laquelle on en tire la propriété fondamentale de cette équation, citée plus haut. C'est toujours une démonstration générale et rigoureuse de l'existence de la fonction prime d'une fonction quelconque, que paraît laisser à désirer la théorie de l'auteur immortel.

Une méthode très-convenable pour établir rigoureusement les principes du Calcul Différentiel me paraît être celle qu'a employée Ampère dans son excellent mémoire inséré au 13:e Calier du Journal de l'École Polytechnique et ayant pour titre: Recherches sur quelques points de la théorie des fonctions dérivées, qui conduisent à une nouvelle démonstration de la série de Taylor et à l'expression finie des termes qu'on néglige lorsqu'on arrête cette série à un terme quelconque. Il commence ses recherches par une démonstration analytique très-ingénieuse de la propriété de la fonction de x et i

$$\frac{f(x+i)-fx}{i}$$

(où f désigne une fonction quelconque) de ne devenir nulle ni infinie pour toutes les valeurs de x comprises entre des limites données, lorsqu'on y suppose i=o, d'où il conclut que cette fonction, pour i=o, se réduit dans tous les cas à une fonction de x. Ce point essentiel établi, il y appuie une déduction élégante de l'équation 1), suivie d'une détermination très-simple de la valeur absolue et des limites de la fonction supplémentaire q(x, h).

Les seules remarques qui se présentent relativement à l'ouvrage d'Ampère me paraissent être les suivantes:

1:0 N'a-t-il par fixé la condition essentielle que doit remplir chaque terme du au développement de f(x+i), par laquelle scule cette opération pourra avoir un seus réel et déterminé. Par suite de ce défaut la déduction de l'équation 1) donnée par Ampère n'est pas complète, même après la détermination y ajoutée des limites du terme supplémentaire $\varphi(x, h)$, quoique il faille convenir qu'après cette détermination ce que laisse encore à désirer sa déduction est bien simple et facile à suppléer.

2:0 Faudra-t-il compléter, sous quelques rapports, la démonstration qu'a donnée Ampère de la propriété de la fonction de x et de i

$$\frac{f(x+i)-fx}{i}$$

de se réduire, dans le cas de i=o, à une fonction de x, quelle que soit la forme de la fonction f. Ce complément sera proposé dans ce qui suit.

La plupart des auteurs qui traitent le Calcul Différentiel se contentent d'une marche moins générale et moins rigoureuse que celle de Lagrange et Ampère. Ainsi par exemple M. Lacroix dans son Traité du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral, après avoir trouvé par les méthodes élémentaires de l'Algèbre que l'équation 1) a lieu sans exception pour des fonctions explicites particulières, en fait d'abord la base du Calcul Différentiel (l'ouvrage cité, 2:e édit, T. I, p. 140—145), mais en donne plus tard une déduction plus générale (p. 160—163), quit n'est cependant pas rigoureuse en ce que l'auteur célèbre y fait abstraction de la fonction supplémentaire, et qu'il ne définit pas ce que c'est que le dé-

veloppement en question. La démonstration ingénieuse de l'existence de la limite de

$$\frac{f(x+h)-fx}{h},$$

rapportée à la Note p. 241 de l'ouvrage de M. Lacroix, mérite sans doute beaucoup d'attention; mais, outre qu'elle a besoin d'être complétée, ainsi que nous l'avons déja remarqué pour celle d'Ampère, l'existence de la limite en question y est considérée sans aucune liaison avec celle de l'équation 1). Dans son Traité Élémentaire du Calcul Différentiel et du Calcul Intégral M. Lacroix appuie, comme nous savons, sur la considération de cette limite son exposition des premiers principes du Calcul Différentiel; mais il ne prouve pas l'existence générale de la limite dont il s'agit, et, pour la déduction de l'équation 1), elle se trouve, dans l'ouvrage en question, sujette aux remarques que nous avons déjà faites relativement à celle du Tome I, p. 160-163, du grand ouvrage. Enfin je me permettrai encore une remarque sur la manière dont envisagent tant M. La croix que plusieurs autres géometres d'un grand mérite la propriété fondamentale de l'équation 1), qui s'exprime brièvement par l'identité de l'équation

$$\frac{q(x, h)}{h^m} = 0$$

pour h=q et toutes les valeurs de x. Cette identité on l'adopte comme une chose claire et indubitable, qu'on ne se soucie pas de prouver (voyez par ex l'ouvrage de M. Lacroix T. 1, p. 348,

362, etc.); mais elle n'est certainement pas évidente par elle-meme, puisque les termes du second membre d'une équation identique de la forme de celle désignée par 1) penvent fort bien être tels, que l'identité en question n'a pas lieu. La propriété dont il s'agit n'étant pas un axiome, il faut qu'elle soit ou un théorème, ou une définition par laquelle est déterminé le sens même qu'on donne au développement de la fonction f(x+h). Dans le premier cas, qui ne peut être admis qu'après une définition préalable de ce qu'on entend par le développement en question, il faudra démontrer la propriété citée; dans le second, il ne sera pas moins nécessaire d'en prouver l'existence, avant de l'employer. En tout cas la rigueur des conclusions exige donc que l'identité dont il s'agit soit prouvée.

Une methode de faciliter singulièrement la déduction de l'équation 1), employée par quelques auteurs modernes, est celle de considérer la fonction fx sous la forme d'une série infinie. Supposant

$$fx = Ax^{\alpha} + Bx^{\beta} + Cx^{7} + &c.,$$

on aura, selon cette méthode,

$$f(x+h) = A(x+h)^{\alpha} + B(x+h)^{\beta} + C(x+h)^{\gamma} + &c.,$$

où il n'y aura qu'à développer $(x+h)^{\alpha}$, $(x+h)^{\beta}$, etc. suivant les puissances de h, pour arriver au développement de $f(x+h)^{*}$).

^{*)} Voyez par ex. Ausführliches Lehrbuch der höhern Mathematik, von Adam Burg, Wien 1832, 1833, I B., p. 441, et Compendium der höhern Mathematik, par le-meme, Wien 1836, p. 393.

Mais cette méthode, quoique très-commode, u'est pas rigoureuse, puisqu'on y sait abstraction du terme supplémentaire du développement de fx, qui ne s'évanonit cependant jamais, excepté dans quelques cas très-particuliers.

Enfin il saudra dire quelques mots sur la méthode très-remarquable employée par M. Cauchy pour présenter les principes du Calcul Différentiel. Cette méthode, qui mérite la plus grande attention pour sa rigueur et sa simplicité, differe, comme on sait, de toutes les autres en ce qu'elle ne dépend pas de la cousidération de l'équation 1). Dans la préface de l'ouvrage où est exposée sa méthode l'illustre auteur rend compte des raisons qui l'ont engage à se fraver une nouvelle route dans le champ actuel, lesquelles portent toutes sur les inconvenients attachés à l'usage des séries infinies. Malgre le respect qu'inspire une telle autorité, soserais croire que cette circonstance ne doit pas nous faire abandonner la méthode ancienne de fonder les principes du Calcul Différentiel sur la considération du développement des fonctions. Il n'est pas douteux que l'emploi des séries infinies ne soit contraire à la rigueur nécessaire dans cette partie importante de l'Analyse, siusi que l'observe M. Cauchy: mais l'idée du dével'oppement d'une sonction, conçue justement, n'entraîne pas celle d'une série infinie: au contraire l'opération analytique connue sous ce nom ne pourra être définie convenablement que par la considération du reste qui complète l'identité de la somme des termes succesifs qu'elle fournit avec la fonction développée. Au moyen d'une juste définition de ce procédé, laquelle devrait être introduite dans les éléments mêmes d'Algèbre, tout ce qui se rapporte au développement des fonctions pourra être présenté d'une manière aussi simple que rigoureuse, et il en sera de même du Calcul Différentiel, dont les principes, à l'aide de cette notion fondamentale, s'établissent avec autant de rigueur et de facilité que par la méthode ingénieuse de M. Cauchy. Qu'il nous soit, du reste, permis de remarquer que cet illustre géomètre, dont la théorie se recommande tant par sa rigueur, n'a pas jugé nécessaire de démontrer analytiquement l'existence de la fonction prime d'une fonction quelconque, ce que nous croirions cependant indispensable, pour que les principes du Calcul Différentiel aient toute la généralité qu'on est en droit d'en exiger.

Terminant ici les remarques que, dans l'intérêt de la science, nous avons cru devoir nous permettre relativement aux méthodes employées jusqu'ici pour présenter les principes du Calcul Différentiel, nous allons soumettre au jugement des géomètres celle que nous croirions la plus convenable par sa conformité aux idées habituelles sur ce sujet, sa simplicité et sa rigueur.

L'équation précitée 1) étant, à notre avis, la base naturelle du Calcul Différentiel, nous allons déduire cette équation de la manière qui nous paraît la plus satisfaisante. Les conditions établies au commencement de ce mémoire devant nous guider

dans cette tàche, nous commencerons par proposer la définition suivante du procédé analytique important, connu sous le nom de développement des fonctions:

Développer une fonction quelconque fu suivant les puissances de u, c'est former un nombre arbitraire de produits de la forme

au"

m ayant une valeur numérique déterminée et a ne dépendant pas de u, lesquels se succèdent d'après une telle loi, que le reste qui complète l'identité de leur somme avec fu pour toute valeur de u, divisé par la puissance de u qui entre dans le dernier de ces produits, donne pour quotient une fonction de u qui s'évanouit constamment pour u=0, ou constamment pour $\frac{1}{u}=0$.

De cette définition résultent plusieurs conséquences importantes, dont nous ne ferons observer ici que les suivantes, qui sont nécessaires au sujet actuel.

1:0 La première alternative de la définition, ou l'hypothèse de u=o, étant adoptée, les exposants de u dans les produits consécutifs iront toujours en croissant, c'est-à-dire tendront de plus en plus vers l'infini positif, et le contraire aura lieu dans la supposition de $\frac{1}{u}=0$.

Pour le prouver, nous serons remarquer que, dans l'équation

$$fu = au^m + \dots bu^n + cu^p + \varphi u,$$

la coexistence des conditions

$$\frac{qu}{u^n} = 0, \quad \frac{cu^n + qu}{u^n} = 0,$$

c'est-à-dire

$$\frac{\varphi u}{up} = o, \quad cu^{p-n} \left(1 + \frac{\varphi u}{cup}\right) = o,$$

n'est évidemment pas possible, pour u=o, à moins que p-n ne soit positif, ni pour $\frac{1}{a}=0$, à moins que la même différence ne soit négative.

Dans le premier cas, ou lorsque les exposants augmentent continuellement, la série des termes dùs au développement de la fonction est nommée ascendante, dans le second descendante.

2:0 Au contraire, une suite ascendante ou descendante, produite par le développement d'une fonction, indique certainement que, dans le premier cas, le développement a eu lieu dans l'hypothèse de u=o, et, dans le second, dans celle de $\frac{1}{a}=o$.

Car les deux équations précédentes

$$\frac{\varphi u}{u^p} = o, \quad cu^{p-n} \left(1 + \frac{\varphi u}{cu^p} \right) = o$$

ne peuvent évidemment coexister, lorsque p-n est positif, sans que u=o, et, lorsque cette différence est négative, sans que $\frac{1}{u}=o$.

3:0 Pour une fonction quelconque de u, qui n'a qu'une seule valeur pour chaque valeur de u, les termes successifs

qui résultent de son développement, sont entièrement déterminés, tant dans l'hypothèse de u=o, que dans celle de $\frac{1}{u}=o$, de manière que le coefficient ou l'exposant de tel de ces termes qu'on voudra étant tant soit peu changé, la condition essentielle établie ci-dessus pour le développement d'une fonction, ne pourra plus en être remplie.

Pour démontrer cette vérité, soient, comme précédemment, au^m, .. buⁿ, cu^p

les termes qui résultent du développement de la fonction fu; nons allons prouver qu'un produit quelconque c_iu^p différent de cu^p , substitué au lieu de cu^p , ne satisfait plus à la condition qui caractérise essentiellement le développement de fu.

Posant

$$fu = au^m + \dots + bu^n + cu^p + \varphi u = au^m + \dots + bu^n + c, u^{p-1} + \varphi, u,$$

on aura

$$c_{i}u^{p_{i}} + \varphi_{i}u = cu^{p} + \varphi u$$

$$\varphi_{i}u = cu^{p} - c_{i}u^{p_{i}} + \varphi u,$$

$$\frac{\varphi_{i}u}{u^{p_{i}}} = cu^{p-p_{i}}\left(1 + \frac{\varphi u}{cu^{p}}\right) - c_{i},$$

valeur qui évidemment ne s'évanouit ni pour u = o, ni pour $\frac{1}{u} = o$, si p, p, c, c, ont des valeurs finies qui ne remplissent pas les deux conditions

$$p_{i} = p_{i}, c_{i} = c_{i}$$

puisque, selon l'hypothèse, soit pour u = o soit pour $\frac{1}{u} = o$,

$$\frac{qu}{u^p}=o.$$

La proposition inverse de celle que nous venons d'établir n'a pas lieu. En effet la même suite de termes, prolongée indéfiniment, pourra résulter du développement de fonctions différentes, comme le prouvent les fonctions

$$fu$$
 et $fu+e^{-\left(\frac{1}{u}\right)^2}$,

où fu désigne une sonction de u quelconque, et e la base des logarithmes népériens.

La question générale du développement des fonctions étant éclaircie autant que l'exige notre but actuel, nous allons effectuer cette opération sur l'expression générale f(x+h) où f représente une fonction quelconque, le développement ayant lieu par rapport à h et dans l'hypothèse continuellement répétée de h=o.

Soit d'abord f une fonction quelconque uniforme, réelle et continue \star).

^{*)} Par sonction réelle d'une ou de plusieurs quantités nous entendons une sonction qui ne prend pas des valeurs imaginaires pour toutes les valeurs réelles de ces quantités; par sonction continue une sonction susceptible de variations moindres qu'une quantité donnée quelconque: d'où s'ensuit immédiatement ce qu'il sandra entendre par sonction imaginaire on discontinue. L'acception ancienne des mots sonction continue et sonction discontinue, qui ne convient pas bien à l'état actuel de la science, n'est donc pas employée ici. Du reste le mot sonction est ici appliqué à des quantités même invariables pour toutes les valeurs d'une ou de plusieurs autres dont elles sont censées dépendantes, comme il le saut en effet, puisque la dépendance continuelle d'une quantité de quelques autres, qui la rend sonction de celles-ci, n'exige pas nécessairement que

Pour préparer la solution du problème important dont il s'agit nous prouverous d'abord deux propositions préliminaires, dont la première sera celle que la fonction de x et de h

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

se change, dans la supposition de h = 0, en une fonction uniforme et continue de x, qui ne s'évanouit pas pour toutes les valeurs de cette variable si fx est susceptible de variations continuelles en même temps que x, et dont les valeurs sont réelles pour toutes les valeurs réelles de x comprises entre des limites quelconques, si fx se trouve réelle pour ces mêmes valeurs.

Pour la démonstration de ce théorème analytique nous partirons des principes suivants, dont la vérité paraît évidente, et qui d'ailleurs seront utiles sous d'autres rapports dans ce qui suit.

1) Toute fonction uniforme, réelle et continue de deux variables x et h se réduit, lorsque h=o, à une fonction uniforme, réelle et continue de x, s'il y a des limites de x telles, que toutes les valeurs de x en comprises ne la rendent, dans le cas de h=o, ni imaginaire, ni discontinue, ni infinie, ni enfin indéterminée *).

cette quantité soit variable. C'est ainsi que zéro lui-même devra être regardé comme fonction d'une ou de plusieurs quantités, si cette valeur particulière en résulte constamment par quelque opération analytique.

²⁾ C'est par une exposition de ce principe plus convenable que celle qu'on a fait auparavant, que nous nous proposons de perfectionner la démon-

2) Quelle que soit une fonction uniforme, réelle et continue fx, susceptible de variations continuelles en même temps que x, il sera possible de prendre des limites de x telles, que depuis l'une d'elles jusqu'à l'autre cette fonction soit toujours croissante ou toujours décroissante, et des limites de x telles, que pour une ou plusieurs valeurs de x en comprises et invariables, et des valeurs de h décroissant continuellement d'une limite donnée vers zéro, la fonction

$$\frac{\int (x+b)-fx}{b}$$

soit toujours croissante ou toujours décroissante, si par la forme particulière de fx cette fonction de x et de h ne reste invariable.

3) Si une fonction uniforme de h prend une valeur imaginaire pour h=o, il y aura toujours une valeur de h finie et dé-

stration ancienne de la vérilé en question. En effet on s'est contenté, comme le font voir les démonstrations d'Ampère et de Binet citées plus hant, d'établir en principe qu'une fonction quelconque de x et de h se change, pour h = 0, nécessairement en une function de x, si elle ne prend alors une valeur nulle ou infinie pour toutes les valeurs de x. Sans nous arrêter à la remarque que la valeur nulle d'une fonction pour toutes les valeurs de x ne l'empêche pas de rester une louction de x, ainsi que nous l'avons observé dans la note précédente, nous ferons remarquer que le principe en question n'est pas exact, puisqu'il y a des sonctions de r et de le qui, pour h=o, ne deviennent ni nulles ni infinies pour toutes les valeurs de x, mais cependant ne se changent pas en fonctions de x parce qu'elles prennent des valeurs indéterminées pour toute valeur de x. Telle est par exemple $\sin \frac{x}{h}$. De plus le même principe est évidemment désectueux en ce qu'il n'y est pas sait mention de la possibilité que la sonction de z et de h devienne, pour h=0, imaginaire on discontinue.

terminée positive, et une autre négative, l'une et autre moindre qu'une quantité donnée quelconque, qui rendront encore la valeur de cette fonction imaginaire.

- 4) Une fonction uniforme et continue de h, qui ne prend pas une valeur imaginaire quelque petite que soit h, ne saurait devenir nulle ni infinie pour h=o, saus se trouver, pour une valeur de h assez petite, dans le premier cas moindre et, dans le second, plus grande que toute quantité donnée et, de plus, dans chacun de ces deux cas, continuer à diminuer (pourvu qu'elle ne s'évanouisse pas pour toute valeur de h) et à augmenter respectivement à mesure que h décroit au-dessous de cette valeur.
- 5) Une fonction uniforme et continue de h, qui ne prend pas une valeur imaginaire quelque petite que soit h, ne saurait devenir indéterminée pour h=o (comme p. ex. Sin $\frac{1}{h}$), saus se trouver tantôt croissante, tantôt décroissante, pour des valeurs de h diminuant continuellement au-dessous d'une limite donnée quelconque.

Au moyen de ces principes la démonstration dont il s'agit se fera de la manière suivante:

1:0 Si la fonction uniforme, réelle et continue fx n'est pas susceptible de variations continuelles en même temps que x, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

s'évanouira, dans le cas de h=o, pour toutes les valeurs de x pour lesquelles fx sera réelle (ce qui ne l'empêchera pas d'être encore une fonction uniforme, réelle et continue de x, d'après la remarque ci-dessus).

Car, dans ce cas, la différence

$$f(x+h) - fx$$

sera nécessairement égale à zéro pour une valeur quelconque de x qui rend fx réelle, et une valeur arbitraire de h au dessons d'une limite donnée, ce qui rendra la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

nulle pour toute valeur de x et une valeur de h aussi petite qu'on voudra, et par conséquent aussi nulle pour toute valeur de x et h=o, puisqu'en vertu des principes ci-dessus 3), 4), 5) cette fonction ne saurait alors prendre une valeur imaginaire, infinie ou indéterminée, et qu'il est en même temps impossible qu'elle prenne alors une valeur finie, parce qu'elle resterait dans ce cas-là finie pour une valeur de h suffisamment petite, par suite de sa continuité non interrompue par des valeurs imaginaires quelque petite que soit h, ce qui n'a pas lieu *).

^{*)} Si la fonction fix, que nous supposons n'être pas susceptible de variations continuelles en même temps que x, n'était invariable pour toutes les valeurs de x, mais seulement pour des valeurs de cette variable contenues entre des limites déterminées, au delts desquelles elle changerait

2:0 Quelle que soit une fonction uniforme, réelle et contione fx, la fonction

 $\frac{f(x+h)-fx}{h}$

ne saurait, dans le cas de h = o, prendre une valeur imaginaire pour aucune valeur de x comprise entre des limites quelconques, si fx se trouve réelle pour toutes les valeurs de x contenues entre ces mêmes limites.

Soient a, b les limites en question, et posons que, pour une valeur de x nommée a, comprise entre a et b, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

brusquement de valeur pour rester invariable jusqu'à d'antres limites; et ainsi de suite, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

prendrait, pour les valeurs de x relatives aux changements brusques en question, dans le cas de h=o non seulement une valeur nulle, mais encore une autre infinie, puisque, pour ces valeurs de x, la différence

$$f(x+h)-fx$$

aurait non seulement, quelque petite que fût h, une valeur nulle, mais encore une autre d'une grandeur finie et indépendante de h; mais il fandra observer que la fonction fx, bien que réelle et continue, n'appartiendrait pas alors à la classe des fonctions uniformes, puisqu'il y aurait des valeurs de x pour lesquelles elle aurait plus d'une valeur. Des fonctions de cette espèce ne paraissent pas devoir être nommées uniformes, même si elles l'étaient apparemment à cause que leurs valeurs relativement aux changements brusques qui les caractérisent seraient, pour les mêmes valeurs de x, égales entre elles. Nous les prendrons en considération plus bas, lorsqu'il s'agira d'étendre le développement de f(x+h) à des fonctions d'une espèce quelconque.

se trouve imaginaire lorsque h = o, bien que fx soit réelle pour toute valeur de x contenue entre ces limites. La fonction de h

$$\frac{f(\alpha+h)-f\alpha}{h}$$

sera donc imaginaire pour h=o. Or, en vertu de notre 3:e principe il y aura toujours une valeur finie et déterminée de h, moindre que la différence entre b et a, pour laquelle cette dernière fonction restera encore imaginaire. Cette valeur étant nommée h', l'expression

 $\frac{f(\alpha + h') - f\alpha}{h'}$

se trouvera donc encore imaginaire. Or, d'après l'hypothèse établie sur fx, tant $f\alpha$ que $f(\alpha + h')$ sont réelles, puisque α et $\alpha + h'$ sont comprises entre a, b. Donc

$$\frac{f(\alpha+h')-f\alpha}{h'}$$

devra aussi être réelle: conclusion contraire à la précédente. La vérité qu'il fallait établir est donc manifeste *).

De la démonstration précédente résulte immédiatement que la fonction

$$\int_{b}^{f(x+h)-fx} \frac{f(x+h)-fx}{h}$$

ue saurait, dans le cas de h=o, devenir discontinue pour des valeurs de x comprises entre les limites citées a et b, puisque cela ne pourrait évidemment arriver sans que cette fonction prit, dans la

^{*)} Que la démonstration ci-dessus a encore lieu si a coïncide avec a ou b, s'ensuit de la manière dont est énoncé le principe 3).

supposition de h=o, des valeurs imaginaires pour des valeurs de x contenues entre ces limites, ce qui, comme on l'a vu, n'a pas lieux.

3:0 Si la fonction fx est susceptible de variations continuelles en même temps que x, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

ne saurait, dans le cas de h = 0, prendre une valeur nulle ni infinie pour toutes les valeurs de x comprises entre les limites citées ci-dessus a et b.

Soient k, l des valeurs de x comprises entre a et b, pour lesquelles, ainsi que pour toute valeur de x intermédiaire, la fonction fx prenne des valeurs réelles, finies et déterminées, et soit, de plus, cette fonction toujours croissante ou toujours décroissante depuis k jusqu'à l. Nous allons prouver que la fonction de x et de h dont il s'agit ne pourra, dans le cas de h=o, devenir nulle ni infinie pour toutes les valeurs de x comprises entre ces limites, d'où résultera tout de suite qu'elle ne le deviendra pas non plus pour toutes les valeurs de x contenues entre a et b.

Car, posons que l'un ou l'autre de ces cas ait lieu. La fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

qui pour aucune valeur de x contenue entre k et l ne prend une valeur imaginaire quelque petite que soit h, pourra donc devenir, d'après notre 4:e principe, pour toutes les valeurs de x comprises

entre k et l, dans le premier cas plus petite et, dans le second, plus grande qu'une quantité quelconque donnée, par exemple

$$\frac{fl-fk}{l-k}$$

pourvu qu'on assigne à l'accroissement h une valeur assez petite pour cela, que nous nommerons h. On aura donc, pour toutes les valeurs de x comprises entre k et l,

$$\frac{f(x+h')-fx}{h'}$$
 ou $> \frac{fl-fk}{l-k}$,

et cela aura lieu, d'après le même principe, pour une valeur quelconque de h moindre que h.

Maintenant, si l'on pose

$$\frac{l-k}{n}=k',$$

n étant un nombre entier positif quelconque plus grand que l'unité, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

prendra, pour h = k' et chacune des valeurs de x

$$k, k+k', k+2k', \ldots k+(n-1)k',$$

respectivement les valeurs suivantes au nombre de n

$$\frac{f(k+k')-fk}{k'},$$

$$\frac{f(k+2k')-f(k+k')}{k'},$$

$$\frac{f(k+3k')-f(k+2k')}{k'},$$

$$\dots$$

$$\frac{f(k+nk')-f(k+(n-1)k')}{k'},$$

qui seront toutes de même signe, d'après l'hypothèse établie pour les limites k, L

La somme de ces valeurs étant visiblement

$$\frac{f(k+nk)-fk}{k},$$

c'est-à-dire

$$n\left(\frac{n-fk}{l-k}\right),$$

il est évident qu'elles ne sauraient être toutes plus petites ou toutes plus grandes que

 $\frac{fl-fk}{l}$

puisque, dans le premier cas, leur somme deviendrait moindre et, dans le second, plus grande que celle que nous venons de déterminer.

Or le nombre entier n étant arbitraire on pourra évidemment le prendre assez grand pour que

$$E' (= \frac{l-k}{n}) < h'.$$

Donc, bien que k < h', il y aura, entre les limites k et l, des valeurs de x pour lesquelles les valeurs correspondantes de la fonction

 $\frac{f(x+k)-fx}{k}$

ne seront pas moindres que $\frac{f_1^2 - f_2^2}{f_2^2 - f_1^2}$

$$\frac{f_1^2 - f_2^2}{1 - F}$$

ni plus grandes que cette quantité: ce qui répugne à la conclusion précédente tirée de la supposition que

$$f(z+b)-fz$$

soit nulle ou infinie pour toutes les valeurs de x comprises entre k et l. Ceue supposition doit donc elle-même être rejetée *).

4:0 Si la fonction fx est susceptible de variations continuelles en même temps que x, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

ne saurait non plus, dans le cas de h=o, prendre une valeur indéterminée pour toutes les valeurs de x comprises entre les limites citées a et b.

Soient c, d, etc. des valeurs de x comprises entre a et b, pour lesquelles la fouction

$$f(x+h)-fx$$

se trouve toujours croissante ou toujours décroissante, ou bien invariable, pendant que h décroit continuellement, ce qui, d'après le 2:d principe adopté ci-dessus, sera toujours possible. Cela établi, il résultera immédiatement du 5:e principe posé dans ce qui précède, que notre fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

ne saurait, pour h=o, devenir indéterminée pour toutes les valeurs de x comprises entre a et b, puisqu'en vertu de ce principe cette fonction se trouverait alors, pour une valeur quelconque de x

^{*)} La démonstration précédente est connue depuis long-temps, mais nous avons tâché de la rendre plus convaincante qu'elle ne l'est ordinairement, en lui donnant la forme indirecte ci-dessus.

comprise entre ces limites, tantôt croissante, tantôt décroissante, pendant le décroissement continuel de h, ce qui, comme nous l'avons vu, n'est pas le cas.

Les différents résultats que nous venous de prouver, conduisent évidenment, à l'aide du 1:r principe ci-dessus, à la vérité fondamentale qu'il s'agissait d'établir, savoir que, pour une fonction quelconque uniforme, réelle et continue désignée par f, le rapport

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

se change, dans la supposition de h=o, toujours en une fonction uniforme, réelle et continue de x, qui ne s'évanouit pour toutes les valeurs de x que dans le cas très-particulier où fx n'est pas susceptible de variations continuelles dûes à celles de x.

Avant d'aller plus loin nous nous arrêterous un peu à quelques conséquences naturelles de la vérité importante que nous venons de déduire.

La fonction de x, à laquelle se réduit, d'après ce qui précède, dans tous les cas le rapport

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

lorsqu'on y suppose h = o, et dont la sorme dépend évidenment de celle de fx, se nomme la sonction dérivée de celle-ci et sera dans ce qui suit désignée par f'x. La sonction dérivée de f'x sera représentée par f''x, celle de f''x par f'''x, et ainsi de suite. Les sonctions

$$f''x, f''x,$$
 etc.,

quel que soit leur nombre, dépendant, pour leur forme, aussi de celle de la première fonction fx, en sont nommées respectivement fonctions dérivées du second, troisième, etc. ordre. La fonction dérivée de fx du n^e ordre, n étant un nombre entier positif quelconque, sera désignée par $f^{(n)}x$, et la fonction fx, de laquelle elle dérive, en sera en général nommée la fonction primitive.

Ceci remarqué, nous ferons observer les résultats particuliers suivants, qui nous sont nécessaires pour ce qui suit:

1:0 La fonction

$$ax^m$$
,

où a ne dépend pas de x et m désigne un nombre entier positif quelconque, a pour dérivée, relativement à x,

$$amx_{+}^{m-1}$$

En effet quelques multiplications successives du binôme x + h par lui-même font voir que

$$(x+h)^m = x^m + mx^{m-1}h + bh^2 + ch^3 + \dots h^m,$$

où b, c, .. ne dépendent pas de h. Donc

$$\frac{a(x+h)^{m}-ax^{m}}{h} = \frac{a[(x+h)^{m}-x^{m}]}{h}$$

$$= \frac{a(x^{m}+mx^{m-1}h+bh^{2}+ch^{3}+...h^{m}-x^{m})}{h}$$

$$= a(mx^{m-1}+bh+ch^{2}+...h^{m-1}),$$

expression qui, pour h = o, se réduit évidemment à amx_{*}^{m-1}

2:0 La fonction

$$a + \varphi x$$
,

oit a ne dépend pas de x et qx désigne une fonction quelconque 'uniforme, réelle et continue) de x, a, par rapport à x, la même dérivée que qx.

Car

$$\frac{\left[a+\tau\left(x+h\right)\right]-\left[a+\tau x\right]}{h}=\frac{\tau\left(x+h\right)-\tau x}{h},$$

d'où, par la supposition de h=o, résulte évidemment la vérité dont il s'agit.

3:0 La fouction

$$\varphi x + \psi x + \dots \omega x,$$

on φx , ψx , ... ωx représentent des fonctions quelconques (uniformes, réelles et continues) de x, a pour dérivée

$$\varphi'x + \psi'x + \ldots \omega'x$$

φx, ψx, . . ω'x étant les dérivées respectives des φx, ψx . . ωx.

Car la fonction

$$\frac{[\varphi(x+h)+\psi(x+h)+\ldots \omega(x+h)]-[\varphi x+\psi x+\ldots \omega x]}{h}$$

est identique avec

$$\frac{\varphi(x+h)-\varphi x}{h}+\frac{\psi(x+h)-\psi x}{h}+\cdots\frac{\varpi(x+h)-\varpi x}{h},$$

d'où, par la supposition de h=o, découle visiblement la vérité en question.

4:0 La fonction

$$f^{(n)}(a+x)$$

où a ne dépend pas de x, a pour dérivée par rapport à x

$$f^{(n+1)}(a+x).$$

Car la fonction de y et de h

$$\frac{f^{(n)}(y+h)-f^{(n)}y}{h}$$

se change, d'après ce qui précède, lorsque h = o, en $f^{(n+1)}y$, quelle que soit la valeur de y. Donc la fonction

$$\frac{f^{(n)}(a+x+h)-f^{(n)}(a+x)}{h}$$

se réduira, dans le cas de h = o, nécessairement à $f^{(n+1)}(a+x)$, puisque a+x, ainsi que y, ne pourra que représenter tous les nombres possibles.

La seconde proposition préliminaire, dont nous avons besoin pour le développement de la fonction f(x+h), est la suivante:

Si fh désigne une fonction de h quelconque uniforme, réelle et continue, telle que

$$fh, f'h, f''h, \dots f^{(n-1)}h$$

s'évanouissent toutes pour h = 0, et qu'aucune des

$$fh, f'h, f''h, \dots f^{(n-1)}h, f^{(n)}h$$

ne devienne imaginaire, infinie ou indéterminée pour

une valeur de h quelconque qui ne franchit pas les limites o et k (k étant une quan'ité réelle, finie et déterminée), la fonction

prendra, dans le cas de h = o, la valeur

$$\frac{f^{(n)}o}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \cdot n}.$$

Pour la démonstration de cette vérité nous allons prouver préalablement deux autres.

1:0 Si qh représente une fonction de h quelconque uniforme, réelle et continue, qui s'évanouit pour h=o et dont la dérivée q'h ne change pas de signe pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k (k étant une quantité réelle, finie et déterminée), et, de plus, ces deux fonctions ne deviennent pas imaginaires, infinies ou indéterminées pour de telles valeurs de h, les fonctions

ne sauraient, lorsque k est positive, avoir des signes contraires, ni, lorsque k est négative, le même signe, pour aucune valeur de h qui ne dépasse les limites dont il s'agit.

La fouction

$$\left[\frac{\varphi(h+i)-qh}{i}\right]-\varphi'h,$$

que pour abréger nous désignerons par $\psi(h,i)$, s'évanouissant en même temps que i, deviendra, pour une valeur de i suffisamment

petite, évidemment moindre que $\phi'h$, si toutesois cette dernière n'est égale à zéro. Les fonctions

$$\varphi'h + \psi(h, i)$$
 et $\varphi'h$

ne sauraient donc, pour une valeur de i assez petite, avoir des signes différents dans aucun cas, puisque, si $\varphi'h$ s'évanouissait même, elle n'en prendrait cependant pas un signe contraire à celui de la fonction $\varphi'h + \psi$ (h, i).

Or

$$\varphi'h + \psi(h, i) = \frac{\varphi(h+i) - \varphi h}{i}$$

Donc les fonctions

$$\frac{\varphi(h+i)-\varphi h}{i}$$
 et $\varphi' h$,

et par conséquent

$$\varphi(h+i) - \varphi h$$
 et $i\varphi' h$,

ne pourront avoir des signes différents, pourvu que i soit suffisamment petite.

Maintenant, si l'on suppose une valeur quelconque de h, comprise entre o et k, partagée en un nombre n d'intervalles égaux, il est évident que la substitution successive de $\frac{h}{n}$ au lieu de i, et celle des valeurs

$$0, \frac{h}{n}, \frac{2h}{n}, \frac{(n-1)h}{n}$$

au lieu de h, dans la différence

$$\varphi(h+i)-\varphi h$$
,

en donnera les valeurs suivantes au nombre de n

$$\varphi\left(\frac{h}{n}\right) - \varphi o, \quad \varphi\left(\frac{2h}{n}\right) - \varphi\left(\frac{h}{n}\right), \quad \varphi\left(\frac{3h}{n}\right) - \varphi\left(\frac{2h}{n}\right), \quad \varphi\left(\frac{nh}{n}\right) - \varphi\left(\frac{(n-1)h}{n}\right),$$

dont, d'après ce qui précède, aucune ne pourra être d'un signe contraire à celui de la valeur qui lui correspond dans la suite

$$\frac{h}{n} \varphi' o$$
, $\frac{h}{n} \varphi' \left(\frac{h}{n} \right)$, $\frac{h}{n} \varphi' \left(\frac{2h}{n} \right)$, $\frac{h}{n} \varphi' \left(\frac{(n-1)h}{n} \right)$,

c'est-à-dire (puisque q'h est supposée ne pas changer de signe depuis h=o jusqu'à h=k) à celui de

pourvu que l'accroissement constant $\frac{h}{n}$ soit d'une petitesse suffisante, ce qui aura toujours lieu si l'on suppose le nombre entier n assez grand. Or ancun terme de la première suite précédente n'ayant un signe contraire à celui de $h\varphi'h$, pourvu que n soit assez grand, il est évident que leur somme, qui n'est autre chose que la fonction qh, ne pourra non plus être d'un signe contraire à celui de $h\varphi'h$; d'où résulte évidenment la vérité qu'il s'agissait d'établir *).

La vérité ci-dessus est démontrée dans plusieurs ouvrages sur le Calcul Différentiel, mais nous croyons en avoir amélioré un peu l'exposition, en la présentant sous une forme négative, pour embrasser la possibilité incostestable de qh = o et q'h = o. Du reste, pour compléter ce qui se rapporte à la vérité dont il s'agit, on pourra observer qu'il s'ensuit du 1er point de la démonstration de notre première proposition préliminaire (p. 430-1) que, dans le cas où qh s'évanouit pour toute valeur de h entre o et h, q'h le fera de même, et du 3:e (p. 434-7) que, si q'h s'évanouit pour une valeur de h quelconque entre ces limites, q'h le fera aussi.

2:0 Si fh désigne une fonction de h quelconque uniforme, réelle et continue, telle que

$$fh, f'h, f''h, ... f^{(n-1)}h$$

s'évanouissent toutes pour h = 0, et qu'aucune des

$$fh, f'h, f''h, ... f^{(n-1)}h, f^{(n)}h$$

ne devienne imaginaire, infinie ou indéterminée pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k, (k étant une quantité réelle, finie et déterminée), la fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

ne franchira pour aucune de ces valeurs de h qui soit finie, les limites que déterminent les valeurs de la fonction

$$\frac{f^{(n)}h}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \cdot n}$$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif parmi toutes celles que pourra prendre cette fonction pour les valeurs de h premièrement citées.

La première de ces deux valeurs de

$$\frac{f^{(n)}h}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \cdot n}$$

étant désignée par p et la seconde par q, il s'ensuit de l'hypothèse que p et q sont toutes deux réelles, non infinies et déterminées. De plus il est évident que, pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k, la première des deux fonctions

$$\frac{f^{(n)}h}{1 \cdot 2 \cdot \cdot n} - p \quad \text{et} \quad \frac{f^{(n)}h}{1 \cdot 2 \cdot \cdot n} - q$$

sera nécessairement négative ou égale à zéro, et la seconde positive ou égale à zéro. Or les fonctions au nombre de n

$$\frac{f^{(a-1)}h}{1 \cdot 2 \cdot n} - ph$$

$$\frac{f^{(a-1)}h}{1 \cdot 2 \cdot n} - ph$$

$$\frac{f^{(a-2)}h}{1 \cdot 2 \cdot n} - \frac{ph^2}{1 \cdot 2}$$

$$\frac{f^{(a-3)}h}{1 \cdot 2 \cdot n} - \frac{ph^3}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$
sont respectivement les
$$\frac{f^{(a-3)}h}{1 \cdot 2 \cdot n} - \frac{ph^3}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\frac{f^{(a-3)}h}{1 \cdot 2 \cdot n} - \frac{ph^3}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\frac{f^{(a-4)}h}{1 \cdot 2 \cdot n} - \frac{ph^4}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\frac{f^{(a-4)}h}{1 \cdot 2 \cdot n} - \frac{ph^4}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

d'après le 1:r et le 3:e des quatre résultats particuliers déduits plus haut (p. 439, 440). De plus, en vertu de l'hypothèse, les fonctions primitives contenues dans la deuxième colonne s'évanouissent toutes pour h=o et ni elles, ni leurs dérivées respectives, deviennent imaginaires, infinies ou indéterminées pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k. Donc, si l'on suppose d'abord k positive, la première fonction primitive

$$\frac{f^{(n-1)}b}{1-2\cdots a} - ph$$

sera, en vertu de la vérité que nous venons de prouver, négative ou égale à zéro pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k. La seconde fonction primitive

$$\frac{f^{(n-2)}h}{1 \cdot 2 \cdot \cdot n} - \frac{ph^2}{1 \cdot 2}$$

sera, par la même raison, négative ou égale à zéro pour les valeurs de h en question; et aiusi de suite, jusqu'à la dernière

$$\frac{fh}{1\cdot 2\cdot n} = \frac{ph^n}{1\cdot 2\cdot n},$$

qui, de même, sera négative ou égale à zéro pour toute valeur de h sujette à la condition citée. Si l'on change p en q, le même raisonnement nous fera voir que la dernière fonction primitive

$$\frac{fh}{1 \cdot 2 \cdot \cdot n} - \frac{qh^n}{1 \cdot 2 \cdot \cdot n}$$

sera actuellement positive, ou bien égale à zéro, pour toutes les valeurs de h dont il s'agit.

Si l'on suppose k négative, la vérité que nous venons de citer conduira à la conséquence que la première fonction primitive

$$\frac{f^{(n-1)}h}{1\cdot 2\cdot \cdot n} - ph$$

sera positive ou égale à zéro pour les valeurs de h en question; la seconde fonction primitive

$$\frac{f^{(n-2)}h}{1\cdot 2\cdot n} = \frac{ph^2}{1\cdot 2}$$

négative ou égale à zéro pour ces valeurs de h; la troisième

$$\frac{f^{(n-3)}h}{1\cdot 2\cdot n} = \frac{ph^3}{1\cdot 2\cdot 3}$$

positive ou égale à zéro pour ces valeurs; et ainsi de suite alternativement, jusqu'à la dernière

$$\frac{fh}{1\cdot 2\cdot n} = \frac{ph^n}{1\cdot 2\cdot n},$$

qui sera négative ou égale à zéro, ou bien positive ou égale à zéro, pour les valeurs de h dont il s'agit, suivant que le nombre

entier n sera respectivement pair et impair. Si l'on change p en q, la première fonction primitive

$$\frac{f^{(n-1)}h}{1\cdot 2\cdots n} - qh$$

sera au contraire, dans le cas actuel, négative ou égale à zéro pour les valeurs de h en question; la seconde

$$\frac{f^{(n-2)}h}{1\cdot 2\cdot \cdot n} = \frac{qh^2}{1\cdot 2}$$

positive ou égale à zéro pour ces valeurs; et ainsi de suite alternativement, jusqu'à la dernière

$$\frac{fh}{1 \cdot 2 \cdot \cdot n} \cdot \frac{qh^n}{1 \cdot 2 \cdot \cdot n},$$

qui, si elle ne s'évanouit pas, sera positive ou négative pour les valeurs de h dont il s'agit, suivant que le nombre entier n sera respectivement pair ou impair.

Il est donc évident que, quels que soient la limite k et le nombre entier n, les fonctions

$$\frac{fh}{1 \cdot 2 \cdot n} = \frac{ph^n}{1 \cdot 2 \cdot n} \quad \text{et} \quad \frac{fh}{1 \cdot 2 \cdot n} = \frac{qh^n}{1 \cdot 2 \cdot n}$$

ne sauraient être de même signe pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k, d'où s'ensuit que, pour une telle valeur de h qui soit finie, les sonctions

$$\frac{fh}{h^n} - p \quad \text{et} \quad \frac{fh}{h^n} - q$$

ne pourront non plus avoir le même signe, et que, par conséquent, la fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

ne saurait, pour une valeur de h assujétie à cette dernière condition, franchir les limites p et q *), c'est-à-dire les valeurs le plus et le moins avancées vers l'infini positif, dont sera susceptible la fonction

$$\frac{f^{(s)}h}{1\cdot 2\cdot \cdot n}$$

pour des valeurs de h qui ne franchissent pas les limites o et k; ce qu'il s'agissait de prouver **).

*) Si p=q, la fonction

$$\frac{f^{(n)}h}{1\cdot 2\cdot n} - p$$
 ou $\frac{f^{(n)}h}{1\cdot 2\cdot n} - q$

s'évanouira évidemment pour une valeur de h quelconque entre o et k, d'où, d'après la remarque insérée dans la note p.444, chacune des n fonctions primitives citées s'évanouira de même pour toutes les valeurs de h entre ces limites. On aura donc, dans le cas dont il s'agit,

$$fh = ph^n$$
,

pour une valeur de h quelconque entre les limites citées.

**) Le théorème important pronvé ci-dessus se trouve, pour le fond, parmi ceux que propose M. Cauchy dans la 4:e Leçon de son Calcul Différentiel; mais j'ai ern devoir en donner une démonstration différente de celle de cet illustre géomètre. En effet la démonstration très-simple que donne M. Cauchy du 2:d théorème de cette Leçon, lequel sert de base à tous les autres y contenus, me paraît sujette à une remarque que je me suis proposé d'éviter ici, savoir qu'il serait possible que les valeurs A et B, qui dans son ouvrage désignent respectivement la plus petite et la plus grande valeur de la fonction

$$\frac{f'(x)}{F'(x)}$$

entre les limites $x = x_0$ et x = X, sussent infinies, circonstance qui du moins n'était pas éclaircie relativement au cas de $F(x) = x^n$, lorsque,

Au moyen de la vérité que nous venons d'établir notre proposition principale se prouve aisément de la manière suivante.

Si la fonction dont il s'agit

$$\frac{fh}{h^a}$$

ne prend pas, dans le cas de h=o, la valeur réelle, non infinie et déterminée citée

cette fonction prendra nécessairement, dans ce cas, soit une valeur imaginaire, infinie ou indéterminée, soit une valeur réelle, non infinie et déterminée différente de

$$\frac{f^{\cdot k_{\cdot 0}}}{1 \cdot 2 \cdot \cdot n}.$$

Or la fonction

 $\frac{fh}{h^4}$

par cette supposition particulière, le théorème en question sut appliqué à la déduction de la vérité dont il s'agit ici. Si de telles déductions sont en esse très-fréquentes dans l'Analyse, du moins oserais je croire que lorsqu'il s'agit de sonder avec la plus grande rigueur possible les parties élevées et épinenses de cette branche des Mathématiques, il sera présérable de ne raisonner que sur des valeurs que l'on sait d'avance, soit par une hypothèse, soit par une démonstration, n'être pas insimes. — Qu'il me soit encore permis de remarquer que la vérité en question se trouve ici appliquée au développement de f(x+h) d'une manière toute dissérente de celle qu'a employée M. Cauchy, comme on le verra sur-le-champ en prenant la peine de comparer la méthode générale pour le développement des sonctions exposée au commencement de la 8:e Leçon de l'ouvrage de ce grand géomètre avec celle que nous croyons devoir proposer ici.

ne pourra évidemment prendre une valeur imaginaire pour h=o, puisque cette fonction prendrait alors, en vertu du 3:e principe posé ci-dessus, une valeur imaginaire pour une valeur de h finie et suffisamment petite, comprise entre o et k, ce qui ne se peut d'après l'hypothèse adoptée relativement à fh.

Cette fonction ne saurait non plus devenir infinie pour h=0, puisque, d'après le 4:e principe ci-dessus, elle prendrait dans ce cas, pour une valeur de h finie et suffisamment petite, une valeur plus grande que toute quantité donnée, et franchirait par conséquent les limites déterminées par les valeurs de la fonction

$$\frac{f^{(n)}h}{1\cdot 2\cdot \cdot n}$$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif depuis h = o jusqu'à h = k, lesquelles, d'après l'hypothèse établie relativement à $f^{(o)}h$, sont non infinies et déterminées; ce qui répugnerait à la vérité que nous venons de prouver.

La fonction

 $\frac{fh}{h^n}$

ne pourra non plus prendre, pour h=o, une valeur indéterminée, puisqu'alors, d'après un principe non moins évident que le 5:e par lequel nous avons caractérisé plus haut les valeurs indéterminées des fonctions, les différences de ses valeurs pour des valeurs finies de h comprises entre o et k, pourraient toujours, quelque petite que fût k, surpasser une certaine quantité déterminée; ce qui n'a

pas lieu pour cette fonction, parce qu'en vertu de la vérité souvent citée ses valeurs pour des valeurs finies de h entre o et k ne franchissent jamais les limites formées par les valeurs de la fonction

$$\frac{f^{(a)}h}{1\cdot 2 \dots n}$$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif depuis h = 0 jusqu'à h = k, lesquelles, d'après l'hypothèse adoptée par rapport à $f^{(n)}h$, on pourra évidemment faire différer l'une de l'autre aussi peu que l'on voudra, en prenant k suffisamment petite.

Enfin la fonction

fh k°

ne saurait, pour h=o, prendre une valeur réelle, non infinie et déterminée différente de

$$\frac{f^{(n)}o}{1\cdot 2\cdot \cdot n},$$

puisque, dans ce cas (si, pour abréger, cette valeur est désignée par α , et une autre, de même réelle, non infinie et déterminée, intermédiaire entre α et

$$\frac{f^{(n)}o}{1\cdot 2\cdots n},$$

par β), en prenant d'abord k assez petite pour que les valeurs de la fonction

$$\frac{f^{(a)}h}{1\cdot 2\cdot \cdot n}$$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif depuis h=o jusqu'à h=k différassent l'une et l'autre de

moins que ne le ferait β , et ensuite quelque valeur de h, intermédiaire entre o et k, assez petite pour que la fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

différat de α moins que ne le ferait β (ce qui scrait toujours possible à cause de la continuité actuellement supposée de cette fonction jusqu'à h = o inclusivement), on ferait évidemment, pour cette valeur de h, sortir la fonction

 $\frac{fh}{h^n}$

des limites citées, formées par les valeurs de la fonction

$$\frac{f^{(n)}h}{\mathbf{1}\cdot 2 \cdot \cdot \cdot n}$$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif depuis h=o jusqu'à h=k; ce qui serait contraire à la vérité plusieurs fois citée.

La valeur de la fonction

$$\frac{fh}{h^n}$$

pour h = o ne pourra donc qu'être

$$\frac{f^{(n)o}}{\mathbf{1.2.3..n}}$$

ce qu'il fallait prouver.

Ces préliminaires établis, la solution de notre question principale, ou celle du développement de f(x+h), n'aura plus aucune difficulté.

Un terme quelconque de la suite cherchée devant être de la forme où a ne dépend pas de h, c'est-à-dire se trouve une fonction de x seule, et m est un nombre déterminé, il sera naturel de commencer l'opération dont il s'agit par poser

$$f(x+h) = f_1 x \cdot h^n + \varphi(x, h),$$

 f_1x étant une fonction inconnue de x, et m un nombre qu'on ne connaît pas non plus. D'après la définition générale du développement d'une fonction, donnée plus haut (p. 424), la forme de la fonction f_1x ainsi que l'exposant m devront donc se déterminer par la condition que la fonction de x et de h

$$\frac{\varphi(x,h)}{h^m}$$
,

c'est-à-dire

$$\frac{f(x+h)}{h^m} - f_1 x,$$

s'évanouisse pour h = o et toute valeur de x, ce qui se réduit évidemment à ce que la fonction de x et de h

$$\frac{f(x+h)}{h^{\infty}}$$

se change, pour h = o, en une fonction de x qui ne s'évanouit pas pour toutes les valeurs de cette variable. Or f(x+h) se réduit, lorsque h = o, à fx. Donc il faudra nécessairement que

$$m = 0$$

puisque, pour toute autre valeur de cet exposant, la fonction

$$\frac{f(x+h)}{h^m}$$

prendrait évidemment, dans le cas de h = o, une valeur nulle ou

infinie pour toutes les valeurs de x. L'exposant m étant ainsi déterminé, il est évident que la valeur de

$$\frac{f(x+h)}{x^m}$$

pour h = 0, c'est-à-dire la fonction f_1x , ne pourra qu'être f_x .

Le premier terme auquel conduit le développement de f(x+h) étant, d'après ce qui précède,

$$-fx$$
,

nous passerons à la recherche du second, en posant l'équation

$$f(x+h) = fx + f_1x \cdot h^m + \varphi(x,h),$$

où il s'agira de déterminer la forme de f_1 et la valeur de m par la condition que

$$\frac{g(x,h)}{h^m}$$
,

c'est-à-dire

$$\left[\frac{f(x+h)-fx}{h^m}\right]-f_1x,$$

s'évanouisse pour h = o et toute valeur de x, ce qui exigera que

$$\frac{f(x+h)-fx}{h^m}$$
,

ou

$$\frac{f(x+h)-fx}{h} \cdot \frac{1}{h^{m-1}},$$

se réduise, pour h=o, à une fonction de x qui ne s'évanouit pas pour toutes les valeurs de cette variable. Or, d'après notre première proposition préliminaire, le facteur

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

se change, lorsque h = o, en f'x. Donc il faudra que

$$m-1=o,$$

puisqu'autrement la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}\cdot\frac{1}{h^{n-1}}$$

prendrait, pour h = o, une valeur nulle ou infinie quelle que fût x. On aura donc

$$m=1$$
,

d'où s'ensuit sur-le-champ que la fonction f_ix , qui n'est que la valeur de

 $\frac{f(x+h)-fx}{h^m}$

pour h = 0, s'exprime par

f.x.

Le second terme de la suite cherchée étant, par ce qui précède, f'x.h,

on formera, pour arriver au troisième, l'équation

$$f(x+h) = fx + f'x \cdot h + f_1x \cdot h'' + \varphi(x,h),$$

ou f1 et m se détermineront par la condition que

$$\frac{g(x, k)}{h^m}$$

ou

$$\left[\frac{f(x+h)-fx-f'x\cdot h}{h^m}\right]-f_1x,$$

s'évanouisse pour h = o et une valeur quelconque de x, c'est-à-dire que

$$\frac{f(x+h)-fx-f'x\cdot h}{h^m},$$

ou

$$\frac{f(x+h)-fx-f'x\cdot h}{h^2}\cdot \frac{1}{h^{n-2}},$$

se change, pour h = o, en une fonction de x, qui ne s'évanouit pas pour toutes les valeurs de cette variable. Or la fonction

$$f(x+h) - fx - f'x \cdot h$$

ainsi que sa dérivée par rapport à h, qui d'après les résultats déduits immédiatement avant la dernière proposition s'exprime par

$$f'(x+h) - f'x,$$

s'évanouissent pour h=o, et l'une et l'autre, ainsi que la dérivée suivante par rapport à h

$$f''(x+h),$$

ne deviennent évidemment imaginaires, infinies ou indéterminées pour des valeurs de h quelconques comprises entre o et une certaine limite réelle et déterminée k, tant qu'il s'agira des valeurs de x en général. Donc, en vertu de notre seconde proposition préliminaire, la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx-f'x\cdot h}{h^2}$$

prendra, dans le cas de h = 0, la valeur

$$\frac{f''x}{1-2}$$
;

d'on résulte immédiatement

$$m-2=o,$$

puisqu'autrement la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx-f'x\cdot h}{h^2}\cdot \frac{1}{h^{m-2}}$$

prendrait, pour h = 0, une valeur nulle ou infinie pour toute va-

leur de x. L'exposant m étant ainsi trouvé = 2, la fonction $f_i x$, qui n'est que la valeur de

$$\frac{f'x+h-fx-f'x\cdot h}{h^m}$$

pour h = o, sera évidemment

$$\frac{\int x}{1 \cdot 2}$$

ce qui nous donne pour le troisième terme de la suite cherchée

$$\frac{f^{\prime}x}{1\cdot 2}$$
. h^{2} .

Pour trouver le quatrième, on posera l'équation

$$f(x+h) = fx + f'x \cdot h + \frac{f'x}{1\cdot 2} \cdot h^2 + f_1x \cdot h^2 + q(x, h),$$

où f_i et m se détermineront, comme auparavant, par la condition que

$$\frac{g(x,h)}{h^m}$$

ou

$$\left[\frac{f(x+h)-fx-f'x\cdot h-\frac{f'x}{1\cdot x}\cdot h^2}{h^m}\right]-f_1x,$$

s'évanouisse pour h=o et une valeur quelconque de x, c'est-1-dire que

$$\frac{f(x+h) - fx - f'x \cdot h - \frac{f'x}{1 \cdot 2} \cdot h^2}{h^3} \cdot \frac{1}{h^{n-2}}$$

se réduise, pour h=o, à une fonction de x qui ne s'évancuit passer indépendamment de cette variable. Or la fonction

$$f(x+h) - fx - f'x \cdot h - \frac{f'x}{1\cdot 2} \cdot h^2$$

ainsi que ses deux premières dérivées relativement à h

$$f''(x+h) - f'x - f''x \cdot h,$$

$$f''(x+h) - f''x,$$

s'évanouissent pour h=o, et aucune de ces trois fonctions, ni la dérivée du troisième ordre par rapport à h

$$f'''(x+h)$$

non plus, ne devient imaginaire, infinie ou indéterminée pour une valeur de h quelconque comprise entre o et une limite déterminée k, lorsqu'il s'agit des valeurs de x en général. Donc, d'après notre seconde proposition préliminaire, la fonction

$$\frac{f(x+h) - fx - f'x \cdot h - \frac{f'x}{1 \cdot 2} \cdot h^2}{h^3}$$

prendra, dans le cas de h = o, la valeur

$$\frac{f^{-}x}{1\cdot 2\cdot 3}$$

d'où résulteront, comme auparavant,

$$m-3=o$$
, $f_1x=\frac{f''x}{1\cdot 2\cdot 3}$:

ce qui donne pour le quatrieme terme cherché

$$\frac{f^{-x}}{1,2,3} \cdot h^3$$
.

Le cinquième se trouvera, comme on le voit actuellement, sur-le-champ en formaut la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx-f^{'}x\cdot h-\frac{f^{''x}}{1\cdot 2}\cdot h^2-\frac{f^{''x}}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot h^2}{h^4}\cdot \frac{1}{h^{n-4}},$$

et prenant les quatre premières dérivées du dividende du premier facteur par rapport à h₂ lesquelles seront

$$f'(x+h) - f'x - f''x \cdot h - \frac{f''x}{1 \cdot 2} \cdot h^{2},$$

$$f''(x+h) - f''x - f'''x \cdot h,$$

$$f'''(x+h) - f'''x,$$

$$f''''(x+h).$$

Le dividende cité ainsi que ses trois premières dérivées s'évanouissant pour h=o et ni lui ni aucune de ces quatre dérivées ne devenant imaginaire, infinie ou indéterminée pour des valeurs de x en général et une valeur de h quelconque contenue entre o et une limite finie k, le premièr facteur du produit ci-dessus se changera, d'après ce qui précède, dans le cas de h=o en

d'où s'ensuivra

$$m-4=0$$
, $f_1x=\frac{f^{-2}}{1.2.3.4}$;

ce qui donnera, pour le cinquième terme cherché,

$$\frac{f^{n}x}{1.2.3.4} \cdot h^4$$

On n'a pas besoin de pousser plus loin cette déduction, pour être assuré que le sixième terme sera

le septième

et ainsi de suité.

L'ensemble des résultats précédents, dont la loi est très-évidente, donne donc pour le développement de la fonction f(x+h)la formule générale bien remarquable

$$f(x+h) = fx + f'x \cdot h + \frac{f''x}{1 \cdot 2} \cdot h^2 + \frac{f''x}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot h^3 + \dots + \frac{f''x}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot n} \cdot h^n + \varphi(x,h),$$

laquelle, comme on sait, est connue depuis long-temps sous le nom de théorème de Taylor.

Pour connaître plus complétement cette équation, il faudra encore observer la propriété suivante relative à sa fonction supplémentaire $\varphi(x, h)$.

Cette fonction, dont les dérivées par rapport à h jusqu'à l'ordre n+1:e sont visiblement

$$f^{(n-1)}(x+h) - f^{(n-1)}x - f^{(n)}x \cdot h$$

$$f^{(n)}(x+h) - f^{(n)}x,$$

$$f^{(n+1)}(x+h),$$

s'évanouit avec ses dérivées jusqu'à l'ordre n' inclusivement pour h = o, et ni cette fonction ni aucune de ses dérivées jusqu'à l'ordre n+1:e inclusivement ne devient imaginaire, infinie ou indéterminée pour une valeur de h quelconque qui ne sort pas des limites o et k (k étant une certaine quantité déterminée), tant que chacune des fonctions

$$f(x+h), f'(x+h), f''(x+h), \dots f^{(n+1)}(x+h)$$

jouira de cette même propriété, ce qui évidenment aura lieu pour des valeurs de x en général. La fonction

$$\varphi(x, h)$$

et ses dérivées jusqu'à l'ordre n+1:e inclusivement se trouvent donc, pour des valeurs de x en général, relativement à h dans le cas que suppose la seconde vérité auxiliaire employée pour établir notre deuxième proposition préliminaire, d'où résulte que, tant qu'il s'agira de telles valeurs de x, la fonction

$$\frac{q(x,h)}{h^{n+1}}$$

ne franchira pour aucune des valeurs de h citées *, les limites déterminées par les valeurs de la fonction

$$\frac{f^{(n+1)}(x+h)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot \cdot (n+1)}$$

le plus et le moins avancées vers l'infini positif parmi celles qu'elle pourra prendre pour les valeurs de h dont il s'agit, et que par conséquent, si l'on désigne par p et q les valeurs le plus et le moins avancées vers l'infini positif dont sera susceptible la fonction

$$f^{(+1)}(x+h)$$

pour les valeurs de h en question, notre fonction supplémentaire

^{*)} Parmi ces valeurs de h est aussi compris zero, en vertu de notre seconde proposition préliminaire.

ne pourra, pour aucune de ces valeurs de h, franchir les limites

$$\frac{ph^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot \cdot (n+1)}$$
 et $\frac{qh^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot \cdot (n+1)}$.

Dans ces expressions p et q se rapportent à la limite des valeurs de h désignée par k. Elles auront donc évidemment lieu encore, si, en supposant toujours k=h, on y remplace les coefficients p et q par d'autres p_1 et q_1 , qui se rapportent à des valeurs de h quelconques comprises entre o et la valeur actuelle de cette variable, lesquels derniers auront l'avantage sur les p, q de se rétrécir continuellement à mesure que h diminue. De là ce résultat bien digne d'attention, que, p_1 et q_1 désignant respectivement les valeurs le plus et le moins avancées vers l'infini positif que pourra preudre la fonction

$$f^{(n+1)}(x+h)$$

pour des valeurs de h quelconques qui ne sortent pas des limites que déterminent sa valeur actuelle et zéro, la fonction supplémentaire ci-dessus

$$\varphi(x, h)$$

ne saurait franchir les limites

$$\frac{p_1h^{n+1}}{1\cdot 2\cdot \cdot (n+1)}$$
 et $\frac{q_1h^{n+1}}{1\cdot 2\cdot \cdot (n+1)}$,

pourvu qu'aucune des fonctions

$$f(x+h), f'(x+h), f''(x+h), \dots f^{n+1}(x+h)$$

ne devienne imaginaire, infinie ou indéterminée pour des valeurs de h quelconques telles que nous venons de citer.

La propriété de la fonction

que nous venons de déduire en fournit une expression très-commode pour représenter la relation où elle se trouve avec la fonction donnée f. En effet, cette fonction supplémentaire ne franchissant pas, d'après ce qui précède, les limites

$$\frac{h^{n+1}}{1\cdot 2\cdot \cdot (n+1)}\cdot f^{(n+1)}(x+h') \quad \text{et} \quad \frac{h^{n+1}}{1\cdot 2\cdot \cdot (n+1)}\cdot f^{(n+1)}(x+h''),$$

où $f^{n+1}(x+h')$ et $f^{n+1}(x+h'')$ représentent les valeurs que nous venons de nommer p_i et q_i , pourvu que chacune des fonctions

$$f(x+h), f'(x+h), f'(x+h), \dots f^{(n+1)}(x+h)$$

no prenne que des valeurs réelles, non infinies et déterminées pour des valeurs de h quelconques comprises entre sa valeur actuelle et zéro, il est évident que la fonction

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot (n+1) \cdot \varphi(x,h)}{h^{n+1}}$$

ne franchira pas non plus les limites

$$f^{(n+1)}(x+h')$$
 et $f^{(n+1)}(x+h'')$,

dans la même supposition. Or la dérivée $f^{n+1}(x+l)$ est, dans la supposition actuelle, une fonction de l réelle, uniforme et entièrement continue depuis l=0 jusqu'à l=h, et par conséquent aussi depuis l=h' jusqu'à l=h''. Il y aura donc nécessairement une valeur de l qui ne sortira pas des limites h' et h'', c'est-à-dire de celles de o et h', pour laquelle la fonction $f^{n+1}(x+l)$ prendra une valeur égale à

$$\frac{1\cdot 2\cdot \cdot (n+1)\cdot \varphi(x,h)}{h^{n+1}},$$

de sorte qu'en désignant cette valeur par h1, on aura l'équation

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot (n+1) \cdot q(x,h)}{h^{n+1}} = f^{(n+1)} (x+h_1),$$

c'est-à-dire

$$\varphi(x,h) = \frac{h^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot (n+1)} \cdot f^{(n+1)}(x+h_1),$$

où h, ne dépassera jamais les limites o et h.

Représentant par h'_1 , h''_1 , .. les valeurs de h_1 auxquelles conduira cette équation, il y aura donc toujours, parmi les équations identiques pour toutes les valeurs de x et de h

$$\varphi(x,h) = \frac{h^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot (n+1)} \cdot f^{(n+1)}(x+h_1)$$

$$\varphi(x,h) = \frac{h^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot (n+1)} \cdot f^{(n+1)}(x+h_1'')$$

quelqu'une, dans laquelle la fonction de x et de h $h_1^{(m)}$, qui représentera l'ensemble des valeurs de la quantité citée ci-dessus h_1 pour toutes celles de x et de h, ne franchira pas pour des valeurs quelconques de ces variables qui remplissent la condition ci-dessus par rapport à f(x+h) et ses dérivées, les limites o et h *). Posant

^{*)} Que la fonction dont il s'agit h₁^(m) s'évanouit pour h=o quelle que soit x, est une suite nécessaire de sa propriété de ne franchir jamais les limites o et h, ainsi qu'on le pourrait prouver par les principes précédents. Il faudra aussi observer que la forme de h₁^(m) qui répond à des valeurs positives de h étant désignée par ψ(x, h), celle de cette fonction qui se rapporte à des valeurs de h négatives, sera — ψ(x, -h), laquelle en général n'est pas identique avec ψ(x, h).

$$h_1^{(\infty)} = \theta h,$$

on aura donc identiquement, quelles que soient x et h,

$$\varphi(x,h) = \frac{h^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot (n+1)}, f^{(n+1)}(x+\theta h),$$

le coefficient o désignant une fonction de x et de h qui ne franchira pas les limites o et 1 tant qu'aucune des fonctions

$$f(x+h), f'(x+h), f''(x+h), \dots f^{(n+1)}(x+h)$$

ne deviendra imaginaire, infinie ou indéterminée pour une valeur de h quelconque comprise entre sa valeur actuelle et zéro *).

*) Pour éclaireir ce résultat par un exemple particulier, soient $f_x = \frac{1}{x}$ et n = 2. Donc

$$f'x = -\frac{1}{x^2}, \ f''x = \frac{2}{x^3}, \ f'''x = -\frac{6}{x^4},$$

et par conséquent

$$g(x,h) = \frac{1}{x+h} - \frac{1}{x} + \frac{h}{x^2} - \frac{h^2}{x^3}$$

$$= -\frac{h^2}{x^3(x+h)} = \frac{h^2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{-6}{(x+\theta h)^3}$$

d'où l'on aura pour la détermination de θ l'équation

$$(x+\theta h)^4 = x^3(x+h),$$

qui donne

$$\theta = \frac{\pm \sqrt[4]{x^3(x+h)} - x}{h},$$

valeurs, dont celle qui répond au signe + ne franchit pas en effet les limites o et 1 pour des valeurs quelconques positives de x et h, puisqu'alors

$$\sqrt[4]{x^2(x+h)} < x+h$$

et par suite

Une remarque relative à l'équation générale déduite ci-dessus pour le développement de la fonction f(x+h), doit encore être ajoutée. C'est celle que cette équation jouit en effet d'une plus grande extension par rapport aux valeurs de x, que ne porterait à croire la méthode qui y a conduit, de laquelle il paraît résulter qu'elle ne donne le développement en question que pour des valeurs de x qui rendent réelles, non infinies et déterminées les expressions au nombre de n+1

$$f(x+h), f'(x+h), f''(x+h), \dots f^{(n)}(x+h),$$

pour des valeurs de h quelconques qui ne sortent pas des limites déterminées par sa valeur actuelle et zéro: condition, que remplissent les valeurs de x scules, qui rendent celles de fx réelles et continues. De la déduction de notre équation dans ce cas résulte

$$\sqrt[4]{x^3(x+h)} - x < h,$$

ct celle relative au signe — ne les franchit pas pour une valeur de x négative et une valeur de h positive et moindre que — x, puisque dans ce cas

$$\sqrt[4]{x^3(x+h)} > -(x+h)$$

et par conséquent

$$-\sqrt[4]{x^3(x+h)}-x < h.$$

Lorsque h'est négative, on aura

$$\theta = \frac{1}{1} \sqrt[4]{x^3 (x - h) + x},$$

le signe supérieur ayant lieu si x est positive, et le signe inférieur si elle est négative.

cependant, par suite de l'universalité connue des opérations analytiques, que cette équation est si générale, qu'elle donne le développement de f(x+h) pour une valeur quelconque de x, soit réelle, soit imaginaire, qui ne rend aucune des fonctions fx, f'x, ... f'''x, ... f''''x infinie ou indéterminée. Pour éclaireir cette remarque par un exemple, soit

$$fx = \sqrt{1 - x'}$$

et n=2, auquel cas l'équation souvent citée donnera

$$\sqrt{1-(x+h)^2} = \sqrt{1-x^2} - \frac{hx}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{h^2}{2(1-x^2)\sqrt{1-x^2}} + \varphi(x, h),$$

et par conséquent

$$\frac{\varphi\left(x,h\right)}{h^{2}} = \frac{-h\left[4x\left(1-x^{2}\right)+h\right]}{4\left(1-x^{2}\right)^{3}\left[\sqrt{1-(x+h)^{2}}+\sqrt{1-x^{2}}-\frac{hx}{\sqrt{1-x^{2}}}-\frac{h^{2}}{2\left(1-x^{2}\right)\sqrt{1-x^{2}}}\right]};$$

expression qui s'évanouit pour h=o et toute valeur de x, d'où résulte que le développement ci-dessus s'étend même aux valeurs de x qui rendent imaginaire la fonction proposée $\sqrt{1-x^2}$.

Dans le développement de la fonction

$$f(x+h)$$

nous avons jusqu'ici supposé f une fonction uniforme, réelle et continue. Si la fonction fx n'a pas ces trois propriétés, le premier cas à considérer sera celui dont nous avons fait mention à la note p. 431 et 432, auquel cette fonction, sans cesser d'être réelle et continue, n'est pas uniforme à cause qu'elle offre plus d'une valeur pour des valeurs particulières de la variable x. Il est

facile de prouver, par la méthode même qui nous a conduits à l'équation

$$f(x+h) = fx + f'x$$
, $h + \frac{f''x}{1 \cdot 2}h^2 + \dots + \frac{f^{(n)}x}{1 \cdot 2 \cdot n}h^n + q(x, h)$

lorsque f était uniforme, que cette équation aura encore lieu pour le développement de f(x+h). En effet les valeurs de la fonction fx étant, dans le cas actuel, identiques avec celles de quelque fonction uniforme, que nous désignerons par gx, pour des valeurs de x qui ne franchissent pas certaines limites a et b, avec celles d'une autre fonction uniforme kx pour des valeurs de x qui ne franchissent pas les limites b et c, et ainsi de suite, il est évident que la fonction

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

ne pourra que prendre, dans le cas de h=o, la valeur de g'x pour toute valeur de x qui ne dépasse pas les limites a et b, celle de k'x pour toute valeur de x qui ne dépasse pas b et c, et ainsi de suite, et que par conséquent la valeur générale de

$$\frac{f(x+h)-fx}{h}$$

pour h = o sera actuellement une fonction de x du même genre que fx, c'est-à-dire telle, qu'ayant en général une seule valeur pour chaque valeur de x, elle en aura cependant plusieurs pour les valeurs de x particulières a, b, c, etc. Cette fonction de x étant désignée par f'x, la fonction * •

$$\frac{f'(x+h)-f'x}{h}$$

se changera, par la même raison, pour h = o en une nouvelle sonction du genre dont il s'agit qu'on pourra désigner par f''x, et ainsi de suite. L'existence et la nature des sonctions dérivées des sonctions en question étant ainsi établies, on voit immédiatement que les trois résultats p. 440 et 441, ainsi que la seconde proposition préliminaire p. 441 et 442, auront encore lieu pour des sonctions du genre actuel, et que par suite l'équation précédente

$$f(x+h) = fx + f'x \cdot h + \frac{f'x}{1\cdot 2} \cdot h^2 + \dots + \frac{f'^n x}{1\cdot 2 \cdot n} \cdot h^n + g'(x,h),$$

dont la déduction n'a été appuyée que sur ces vérités, donnera encore le développement de f(x+h). Il est de plus évident que l'une et l'autre des vérités auxiliaires par lesquelles sut établie notre 2:e proposition préliminaire, ont également lieu dans le cas actuel, d'où résulte que la fonction supplémentaire q(x,h) jouit encore de la propriété particulière que nous venons de lui reconnaître lorsque f était uniforme. Ensin il s'ensuit des lois générales de l'Aualyse, comme nous l'avons remarqué ci-dessus pour ce dernier cas, que l'équation souvent citée donne dans le cas actuel le développement de f(x+h) pour des valeurs quelconques de x, pourvu que fx, fx, ... f^*x n'en soient pas rendues infinies ou indéterminées.

Passons maintenant aux cas, où la fonction f se trouve imaginaire ou discontinue. Il est aisé de se convaincre que notre équation

$$f(x+h) = fx + f'x \cdot h + \frac{f''x}{1\cdot 2} \cdot h^2 + \dots + \frac{f^{(n)}x}{1\cdot 2\cdot n} \cdot h^n + q(x,h)$$

donne encore ici le développement de f(x+h), si l'on part de ce principe analytique, dont la vérité ne paraît pas douteuse, qu'une fonction quelconque imaginaire ou discontinue d'une quantité x pourra toujours être conçue comme le résultat de la substitution de valeurs réelles particulières pour des quantités générales indépendantes de x, contenues dans quelque fonction de x et de ces quantités, qui deviendrait réelle et continue pour d'autres valeurs réelles particulières des mêmes quantités. Ces quantités étant désignées par a, b, ... et la fonction générale dont il s'agit par F(x, a, b, ...), on aura, en mettant pour abréger

$$F(x+h, a, b, ..) - F(x, a, b, ..) - F'(x, a, b, ..) \cdot h$$

$$- \frac{F''(x, a, b, ..)}{1 \cdot 2} \cdot h^{2} - \cdots - \frac{F^{(n)}(x, a, b, ..)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot n} \cdot h^{n} = \Phi(x, h, a, b, ..),$$

d'après ce qui précède l'équation

$$\frac{\Phi(x,h,a,b,\ldots)}{h^n} = 0$$

identique pour h = o, des valeurs quelconques de x et toutes les valeurs de a, b,... qui rendent réelle la fonction F(x, a, b, ...). Or de cette identité résulte, par suite de l'universalité des opérations analytiques, celle de la même équation pour h = o et des valeurs quelconques de x, a, b,... Donc cette équation aura aussi lieu pour h = o, des valeurs quelconques de x et les valeurs particulières de a, b,..., qui, d'après la supposition précédente,

rendent la fonction F(x, a, b, ...) imaginaire on discontinue; d'où l'on voit que, dans ces derniers cas, l'équation

$$F(x+h,a,b,..)=F(x,a,b,..)+F'(x,a,b,..).h+..\frac{F^{(n)}(x,a,b,...)}{1\cdot 2\cdot n}.h^n+\Phi(x,h,a,b,..)$$

conduira encore au développement de la fonction F(x+h,a,b,...), pourvu que d'ailleurs les F(x,a,b,...), F'(x,a,b,...), ... $F^{(n)}(x,a,b,...)$ ne prennent pas des valeurs infinies ou indéterminées.

Pour éclaireir ce raisonnement par un exemple, soit

$$F(x, a, b, ...) = \sqrt{a + 2x - x^2},$$

où a ne dépend pas de x. Le développement de F(x+h,a,b,...) étant poussé jusqu'à trois termes inclusivement, on aura, en posant pour abréger $\sqrt{a+2x-x^2}=r$,

$$\frac{d(x,h,a,b,...)}{h^{s}} = \frac{\sqrt{a+2(x+h)-(x+h)^{2}-r-\left(\frac{1-x}{r}\right)h+\left(\frac{1+a}{2r^{3}}\right)h^{2}}}{h^{2}}$$

$$= \frac{[4(1+a)-2x^{2}] \lceil 16r^{2}(1-x)-(4(1+a)-2x^{2})h\rceil h}{64r^{5}\left[\sqrt{a+2(x+h)-(x+h)^{2}}+r+\left(\frac{1-x}{r}\right)h-\left(\frac{1+a}{2r^{3}}\right)h^{2}\right]},$$

valeur qui s'évanouit pour h = o, quelles que soient a et x. Or la fonction

$$\sqrt{a+2x-x^2}$$

devient discontinue si a = - 1, et imaginaire si a est négative

et plus grande que l'unité. Donc le développement ci-dessus aura . lieu aussi pour ces deux cas *).

*) Une méthode très-simple d'établir que l'équation générale déduite ci-dessus pour le développement de f(x+h) s'étend aussi aux cas où la fonction fx se trouve imaginaire ou discontinue, serait celle de poser

$$fx = gx + kx, \sqrt{-1},$$

gx et kx étant des fonctions de x quelconques prenant des valeurs réelles pour toute valeur réelle de x, supposition très-générale qui évidemment rend la fonction fx discontinue ou imaginaire suivant que la
fonction kx est susceptible de s'évanouir pour des valeurs réelles de x,
ou non- Les équations identiques pour toutes les valeurs de x et de h

$$g(x+h) = gx + g'x, h + \frac{g''x}{1\cdot 2}, h^2 + \dots + \frac{g^{-n}x}{1\cdot 2\cdot n}, h^n + \gamma(x, h),$$

$$k(x+h) = kx + k'x \cdot h + \frac{k''x}{1 \cdot 2} \cdot h^2 + \dots + \frac{k^n x}{1 \cdot 2 \cdot n} \cdot h^n + \varkappa(x,h)$$

étant posées, il s'ensuit de ce qui précède que celles de

$$\frac{7(x,h)}{h^2} = 0, \quad \frac{\varkappa(x,h)}{h^2} = 0$$

seront identiques pour h=o et une valeur quelconque de x. Donc, dans l'équation identique pour toutes les valeurs de x et de h

$$g(x+h) + k(x+h) \cdot \sqrt{-1} = gx + kx \cdot \sqrt{-1} + (g'x + k'x \cdot \sqrt{-1}) h$$

$$+ \left(\frac{g''x + k''x \cdot \sqrt{-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3}\right) h^2 + \left(\frac{g'''x + k'''x \cdot \sqrt{-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3}\right) h^3$$

$$+ \dots + \left(\frac{g^{(n)}x + k^{(n)}x \cdot \sqrt{-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot n}\right) h^n + \gamma(x,h) + \varkappa(x,h) \cdot \sqrt{-1}$$

c'est-à-dire

Remarquons encore que la propriété de la fonction f d'être imaginaire ou discontinue n'empêche pas celle de θ citée ci-dessus (p. 466) d'être réelle, ainsi que le prouvent p. ex. les suppositions

$$fx = (1 + x^4)\sqrt{-1}$$
 et $fx = x^4\sqrt{-1}$,

lesquelles, pour n=1, donnent l'une et l'autre

$$\theta = \frac{\sqrt{30x^2 + 24xh + 0h^2 - 6x}}{6h}.$$

Si ensin la sonction f était multisorme, ou même insimtisorme, d'un genre quelconque, il est évident qu'en désignant par $f_1, f_2, ...$ les diverses sonctions des genres considérés précédemment dont, dans ce cas, elle sormerait l'ensemble, on n'aurait qu'à développer, d'après la méthode précédente, séparément chacune des sonctions

$$f_1(x+h), f_2(x+h), \text{ etc.},$$

pour avoir le développement complet de la fonction f(x + h).

$$f(x+h) = fx + f'x, h + \frac{f''x}{1 \cdot 2} h^2 + \dots + \frac{f^{(n)}x}{1 \cdot 2 \cdot n} h^n + f(x, h),$$

on aura actuellement

$$\frac{q(x,h)}{h^n} \left(= \frac{\gamma(x,h)}{h^n} + \frac{\varkappa(x,h)}{h^n} \cdot \sqrt{-1} \right) = 0$$

pour h=o et une valeur quelconque de x, d'où résulte jévidemment que l'équation souvent citée trouve encore son application ici. — Mais la méthode de démonstration proposée dans le texte nous paraît préférable, à cause de son indépendance de toute supposition particulière sur la forme des fonctions imaginaires et discontinues.

Ce qui précède renferme les notions fondamentales les plus importantes du Calcul Différentiel, par rapport aux fonctions d'une seule variable. Pour celles de plusieurs variables, leur théorie se ramène facilement à la précédente, ainsi que nous le ferons voir à une autre occasion.

t .	

BESKRIFNING

AF EN OVANLIGT STOR JÄTTEGRYTA, SAMT NÅGRA DERMED SAMMANHÄNGANDE PHÆNOMENER,

AF

NILS NORDENSKIÖLD.

(Föredragen för Vet. Soc. d. 25 April 1840.)

Ett af de mäst öfvertygande spår till en forntida högre hafsyta än den närvarande, äro otvifvelaktigt de runda utslipningar i Berg, som vanligen få namn af Jättegrytor. Man ser dem ännu i dag bildas vid klippor ute i hafvet, då deras form är sådan att de åt hvarje återgående våg gifva en cirkelformig rörelse; de uppkomma genom nötningen af större eller mindre stenar, som af hvarje våg kringvridas och derföre, jemte det de bilda en vanligen cirkelrund håla, sjelfva afrundas och slutligen blifva klotformiga. Någongång bildas sådana hålor äfven vid stränderne af starka forssar, såsom till exempel fallet varit vid den ofta beskrefne gamla flodbädden af Imatra; men man finner dem äfven å berg der något forntida flodutlopp icke rimligen är tänkbart. Af sådan beskaffenhet är en håla, den jag anser särdeles intressant såväl för dess isolerade läge, som för dess ovanliga storlek, hvarföre jag utber mig få för några ögoublick upptaga Vet. Soc. uppmärksamhet med dess beskrifning.

Denna Jättegryta ligger å en holme, kallad Sallmen, 1 mil Sydost om Porkala båk; den blef under hösten 1838 tömd såväl från vatten som från den mängd sten, hvarmed densamma var fylld. En liten Blyglans-anledning, som å denne holme förekommer, var första anledningen dertill, att uppmärksamheten fåstades vid detta ställe. Holmen utgöres af ett kalt herg, nästan utan all dammjord, samt sträcker sig i Sydost och Nordvest till ungefär 400 famnar i längd och 20 till 30 famnar i bredd; den delen af Berget på hvilket hålan är belägen, på 33 alnars afstånd från norra stranden, är slät och jemnt sluttande åt hafvet. Formen af hålans mynning eller dag-öppning är oval; diametern uti ost och west 5 fot sanit uti norr och söder omkring 51 fot, har neråt en aggformig utvidgning och 15½ fots djup. På 10 fots djup är diametera i O. och W. 8 fot samt i N. och S. 61 fot; den slutar sig uti botten i tvänne ovala urgröpningar, som äro skilda från hvarandra af en i O. och W. gående mellanbalk om 11 fots höjd. Hela hålan är något fallande åt wester, samt dess öfre brädd står ungefär 91 fot öfver medelhöjden af nuvarande hafsyta.

Östra brädden af dag-öppningen är afnött och omgifven på berget, ända till en aln från sjelfva kanten, af flera inåt öppningen löpande flacka afnötningar eller refflor, som visa att vågskvalpet jemte stenarne, som urgröpt hålan, från östra sidan i den samma inkommit. Inuti är hålan helt slåt, har endast på westra väggen flera horizontela omkring 40 grader åt norr fallande djupa och breda fåror, hvaraf tydeligen svues att den cirkelformiga rörelsen

hos vågskvalpet inuti sjelsva hålan gått från Söder åt Wester. Längst ner i botten är slipningen af berget finare än i den öfre delen. Den westra halfva brädden af hålan är helt skarp, liksom om en öfverliggande del af berget längs efter någon tillfällig lossna blifvit bortförd, så att den ursprungliga kanten nu mera ej synes.

Euligt hos allmogen i orten gängse berättelse skall grytan från urminnes tider hafva varit fylld med sten till nära 2 aluar från öfre brädden, men för några år sedan hade omkring 1 à 2 cubiksamnar sten derifrån blisvit uppkastad, utan att det kunde uppges af hvilka det skett. Den annu qvarliggande syllningen bestod af mer eller mindre afnötte stenar, så hårdt hopkittade med stenslamm och sand, att efter berättelse af Berg-Cadetten Westling, som hade uppsigt öfver tömningen, endast helt litet i sender kunde med jernstör lossas. En stor sten af omkring 3 Skeppunds vigt befanns utan all nötning och hade sannolikt sednare inkommit, en annan af omkring lika storlek låg på botten och har af den mindre rullsten lidit betydlig asnötning å kanter och hörn, men var annu ej fullkomligt rund. Infallandet af denna sten torde vara orsaken till den besynnerliga omständigheten att hålan i bottnen genom de bägge urgröpuingarne liksom delat sig. Ganska många af rullstenarne hade en vacker plattryckt sphæroidisk form af så olika storlek, att de kunde voga från 1 lod till 1 Lispund och deröfver.

I anseende till storleken af denna håla trodde jag, innan den tömdes, att den genom någon spricka eller utslipning kunde hafva communication med hasvet, men denna formodan besanns likväl alldeles icke grundad. Tiden, som varit erforderlig för utslipningen, kan naturligtvis icke bestämmas, men då man besinnar bergartens hårdhet och långsamheten af sådane utslipningar, som ännu ske, och hvilkas fortgång man varit i tillfälle observera, antydas tillräckligt för dess bildningsperiod en lång följd af århundraden.

Uppå denna klippa, liksom öfverallt i vår skärgård, synes tydliga spår af den allmänna af Prof. Säfström anmärkta Rullstensfloden; men här inträffar tillika det högst märkvärdiga phænomenet, att man snedt öfver ofvanföre beskrifna flacka refflor kringom hålans östra brädd, ser tydliga strimmor löpa parallelt med de öfriga till Rullstensfloden hörande refflor; ett tydligt bevis att hålan redan var fullt utbildad och i sitt närvarande skick, när rullstensfloden inträffade.

Då man svårligen kan tänka sig bildningen af ifrågavarande Jättegryta, om den ej legat nära eller åtminstone icke djupt inunder hafsytan, men då Rullstens-floden, så vidt man deröfver kunnat göra observationer, sträckt sig utöfver våra högsta berg; tyckes i min tanke af den angifna omständigheten ytterligare följa, att Rullstensfloden tilldragit sig under någon tillfällig vattenytans upphöjning, sedan hafvet förut en längre tid intagit en höjd ej öfver 15 å 20 fot öfver dess närvarande niveau.

Att den allmänna Rullstens-floden verkat mycket djupare inunder närvarande hafsyta än man skulle förmoda, synes af eu observation, tillfälligtvis gjord å Degerön ej långt från Helsingfors. Å denna holme hafva flera Jernanledningar tid efter annan blifvit funne, som likväl hittils icke utfallit arbetsvärda. A en äng, ei långt från det ställe, der fordom en Blyglausanledning varit bearbetad, antvder compassen en samlad malmstock, så mycket betydligare, som verkan å magneten är ganska stark, ehuru fast berg först anträffas på 10 till 20 alnars djup under jordytan. För att åtkomma och undersöka denna malmstock, utan att från något närgränsande berg göra en kostsam säukning och ortdrifning, lät jag sistledne sommar å ett ställe, der jordlagret ej var mer än 10 alnar djupt, nedsänka ett plankschakt, för att kunna åtminstone genom några skott utröna bergarten. Man lyckades verkeligen tömma schaktet, churu det sänktes igenom ett till större delen dyagtigt jordlager, hvarester ett skott, under det vattnet med mycket besvär afhölls, blet spräugdt. Å de upptagne stenarne sågs, på sådana stycken som formerat bergets yta, fåror efter Rullstens-floden, lika tydliga som om de nyss förut varit dragna *). Tyvärr kunde schaktet icke länge hållas öppet, och det blef fylldt innan jag, som för

^{*)} I allmänhet ser man tydligast fårorne å sådane berg, som varit täckta med jord. På de högsta spetsarne har ofta atmosphærens inverkan förstört den yttersta ytan; man finner likväl fårorne stundom till och med på de högsta Rapakiwi-bergen i Wiborgs Län, som eljest så lätt förstöras genom luftens inverkan.

tillfället var frånvarande, kunde bestämma directionen af fårorne. Då ängen ligger så alldeles i niveau med hafvet, att den tidtals är öfversvämmad, finner man att Rullstens-floden å detta ställe verkat åtminstone till 10 alnars djup under nuvarande hafsyta.

BESKRIFNING

AF KÆMMERERIT, ETT NYTT MINERAL FRÅN SIBERIEN,

NILS NORDENSKIÖLD.

(Föredragen för Vet. Soc. d. 5 April 1841.)

En så stor mängd förut obemärkta Fossilier hafva de seduare åren blifvit hemtade från Siberien, att det tyckes som detta land, hvilket i anseende till mängden och olikheten af sine alster liksom utgör en verld för sig, äfven skulle i mineral-rikedom vida öfverträffa något annat. — Bland derifrån komna mineralier är äfven det, hvars beskrifning jag utber mig få förelägga Vetenskaps-Societeten; redan länge kändt har detsamma äfven af vana Mineraloger blifvit ansedt för Lepidolith, hvarmed det i första påscendet också har mycken likhet. — Det lemnades mig för flera år sedan, bland åtskilliga andra Siberiska fossilier, från Petersburgska Mineralogiska Sällskapet, för att undersökas.

Mineralet, som sitter på Chromjem, förekommer dels kristalliseradt uti sexsidiga prismer, dels uti bladiga massor och i matrix inströdda fjell. Prismerne hafva, liksom Glimmer, en alldeles fullkomlig genomgång emot prismens axel. En skifva lösspjelkt från en klar och genomskinlig prisma visade, sedd uti poloriseradt ljus, ett dunkelt kors utan att de omgifvande ringarne kunde rätt tydligt märkas; hvaraf tyckes härflyta, att kristallisationen är Rhombædrisk. Som korset likväl var tämmeligen otvdligt, kunde häri vara ett misstag, i händelse de optiska axlarne skulle ligga mycket nära livarandra. Ändfacetter visa sig väl på några små kristaller, som finnas i det illa utbildade exemplar jag äger, men någon mätning deraf har ej varit mig möjlig. Någon annan genomgång, än den fullkomliga, vinkelrät emot prismens axel, har jag ej kunnat bemärka. - Mineralet förekommer äfven i finfjelliga, nästan horniga massor.

Hårdheten är nära lika med Gipsens, liksom talk seg att skära uti.

Specifika vigten = 2,76; detta bestämmande är dock mindre såkert, emedan vigten togs endast å några få, mycket små stycken.

Färgen är röd-violett, på några stycken stötande åt grönt; kristallerne äro så mörka, att den röda färgen föga kan ses annars än på genomgångsytan; vid ljussken ser färgen mycket rödare nt, och flera partier som man vid dager skulle ause för chlorit, besinnas vid ljus tillhöra detta ämne. Således är en skillnad i fårg äfven å detta mineral, seddt vid ljussken och vid dager, märkbar, ehuru mångfaldt mindre än den fårgföråndring som vid Siberiska Cymophan äger rum.

Böjlig uti tunna blad.

Fet för käuseln.

Pulfret hvitt.

Smärre prismer genomlysande; tunna blad genomskinliga.

Genomgångs-ytan starkt glänsande, med en perlemo-artad glans; Prismens ytor mindre glänsande; korniga massor helt matta.

För Blåsrör, i kolf, ger det vatten utan spår af syra; styckena blisva mörkare och gisva en vidbränd lukt. Smälter ej; den bladiga varieteten uppbladas något, dock utan att smälta ens i kanterna; blir i stark hetta åter rödagtig, men ogenomskinlig, får likväl ej det matta utseende som utmärker fluss-spatsyre-haltig glimmer efter glödgning. - I Borax löses det trögt med reaktion af Chrom, och kan vid en viss temperatur fås oklart, grått och blåagtigt, emaljlikt; på kol försvinner icke färgen i yttre lågan, men väl å Platinatråd, blir då gul, något dragande åt buteljgröt. - Löses af Fosforsalt med lemning af kisel-skelett; under afsvalning ser glaset brunagtigt ut, sedan af en skön grön fårg. - Med litet Soda smälter ej, med mera ger en ogenomskinlig scoria; på Platina-löf afskiljer sig en lättsmält massa, som vid afsvalning är starkt gul, och en osmält som efter afsvalning tar grön färg. Med Lithionfluss ej minsta spår af Lithion. Med Cobolt-salution en fläcktals blåagtig färg, något stötande åt grönt.

En af Bergmästar Hartwall å detta mineral verkstäld Analys, lemnade:

F	Siseljord				37,0	hâ	ller	SVI	re			19,2
I	Lerjord	٠		e	14,2	٠				٠	6,6	6.0
(Lerjord Chromoxi	d			1,0					۰	0,3	0,9
"]	Talkjord	•			31,5		٠		۰		12,19	
F	Calk .				1,5			۰	٠		0,32	12,96
J	eruoxidu	Į,			1,5		٠			٠	0,45	
١	'atten .				13,0		١.					11,6

hvaraf soljande sormel härledes:

$$2(\dot{M}g, \dot{C}_2 \dot{F}_e)^3 \dot{S}_i + (\ddot{A}, \dot{C}_h) \dot{S}_i + 5\dot{H}.$$

Mineralet förekommer vid Bissersk uti Permska Gouvernementet. Som dess olikhet från Lepidolith först anmärktes af Öfver-Bergs-Apothekaren Kæmmerer, har jag för detsamma föreslagit namnet: Kæmmererit.

Sluteligen bör jag anmarka, att Prof. G. Rose, under namn af Hydrargillit beskrifvit ett mineral från Achmatowsk vid Slatooust, som efter den af honom gifne beskrifning, i många yttre forhållanden tyckes likna det nu beskrifne; men till förbållanden for blåsrör och sammansättning äro de hyarandra alldeles olika. v. Kobell åter har beskrifvit ett mineral från Elba, som han gifvit namn af Pyrosklerit, hvilket till sammansättning är lika med det nu i fråga varande, men till kristallisation, färg och öfrige yttre

förhållanden med detsamma alldeles olika, hvarföre, om analyserne eljest skulle befinnas rigtiga, dessa mineralier äro att anse som tvänne Isomera föreningar, liksom fallet är till exempel med Kalkspat och Arragonit.

OM

PROPORTIONAL-AXLAR,

AT

CARL GUST. TAWASTSTJERNA,

(Foredr. for Vet. Soc. d. 5 April 1841.)

Fyra räta linier Ww, Xz, Yy, Zz, Tab. XII, Fig. 1, som uti en och samma plan gå genom en punkt A och hafva ett sådant inbördes läge, att de skära hvar och en i samma plan med dem dragen rät linie EB, BR, PE, RD, LM, etc. i proportionella delar, delarne beräkuade emellan de fyra afskärnings-punkterne kallar jag Proportional-Axlar. Att ett sådant Axlarnes läge är möjligt skall bevisas i följande

Theorem I.

1. Låt AW, AX, AY vara tre huru som helst uti en och samma plan gifte råta linier, som hafva en gemensam utgångspunkt A — samt Aw, Ax, Ay deras förlängningar på andra sidan A, och drag ifrån någon uppå linien Ax tagen punkt E, räta linierne EB, EF, som i punkterna B, F, råka linien AW, samt i punkterna D, G, skära linien AY; sammanbind B med G

och D med F, genom räta linier som skära hvarandra uti en punkt H, och drag slutligen genom punkterna A, H, räta linien Zz, som i en punkt C, skär transversalen BE, så skola linierne Ww, Xx, Yy, Zz uppfylla det vilkor som enligt ofvanstående definition berättigar oss att kalla dem Proportional-Axlar.

I grund af den följde konstruktionen är figuren AFHGBD en komplett fyrhörning, *) hvars diagonaler AH, BD, GF skära hvarandra i proportionella delar, **) eller så att man har

FE: FK:: GE: GK,

och

BE:BC::DE:DC,

af hvilken sist anförde man fär

BE.DC=DE.BC.

Drag vidare isrån samma punkt E en rät linie som uti en punkt Q råkar linien AW, och i en punkt l skär linien Ay; samman-bind D och Q, B och l med räta linier som skära hvarandra i en punkt m, och drag genom A, m räta linien Am, som skär transversalen BE uti någon punkt c, samt QE uti en punkt n, så år siguren ABmDQl en komplett syrhörning, hvars diagonaler Am, BD, Ql skära hvarandra i proportionella delar, hvaras

^{*)} Geometrie de Position N:o 103 page 120.

^{**)} Dito Dito Theorème VIII page 282.

$$BE \cdot Dc = DE \cdot Bc$$
.

men ester vi bevist att

$$BE.DC = DE.BC$$

så blir genom division

$$\frac{Dc}{DC} = \frac{Bc}{BC} = \frac{BD - Bc}{BD - BC}$$

hvilken equation ger

$$Bc = BC$$

som bevisar att punkten c faller på C och diagonalen Am på axeln Zz, och att således transversalen EQ af axlarne Ay, Az blifvit skuren i proportionella delar. På lika sätt bevises också att alla andra räta linier eller transversaler som ifrån punkten E drages till half-axeln AIV, skäras af axlarne Yy, Zz, i proportionella delar. Men icke blott transversalerne ifrån punkten E, utan ock hvar och en annan emellan half-axlarne AIV och Ax; Aw och AX, dragen transversal LM, skäres af axlarne Yy, Zz i nämnde proportion; ty som det alltid är möjligt att ifrån E draga en med LM parallel transversal, hvilken i grund af hvad bevist är blir skuren i proportionella delar, och alla parallela linier skäras i samma proportion, så inser man deraf att också LM, måste blifva skuren i proportionella delar antingen den går emellan AIV och Ax eller emellan deras förlänguingar Aw och Ax.

2. Korollarium I. Af hvad hittils blisvit bevist följer: att om en rät linie BE är så skuren uti två punkter, C, D, att

$$BE \cdot DC = DE \cdot BC$$

och ifrån hvad punkt \mathcal{A} som helst utom henne genom punkterne \mathcal{B} , \mathcal{C} , \mathcal{D} , \mathcal{E} räta linier dragas, så formera desamma ett system af räta linier som skära alla till dem dragne transversaler på lika sätt med $\mathcal{B}\mathcal{E}$ i proportionella delar eller så att rektangeln af hela linien och medlersta delen är lika stor med rektangeln af de yttersta delarne.

3. Bestäm ytterligare på axeln AY en så belägen punkt P att räta linien BP som af axenl AX skäres vid N, delas i två olika segment, af hvilka PN må blifva mindre än BN, sammanbiud punkterna E, P med en rät linie som i V råkar axeln Aw, så skola kompletta fyrhörningens EPABVD diagonaler BP, DV utdragna råkas åt den sidan om axeln Xx, der diagonalens BP mindre segment PN är beläget.

Ty om man ifrån en triangels BPE vinklar drager räta linier genom en punkt A inom triangeln, och förlänger dem tills de skära motstående sidorne i tvenne segment, uti punkter D, N, V, så formeras af dessa segment följande equation

$$BC.PV.ED = BD.EV.PN*)$$

eller

$$\frac{BN}{PN} \cdot \frac{PV}{EV} \cdot \frac{ED}{BD} = 1 \cdot \cdot \cdot (A)$$

Om nu diagonalerne BP, DV icke skulle råkas utan vore parallela, så skulle triangelus BEP sidor af DV skäras i samma proportion, så att man hade

^{*)} Geometrie de Position Theorème VII page 281.

BD:ED::PV:EV

samt

$$\frac{BD}{ED} = \frac{PV}{EV}$$

som förvandlar equationen (A) till

 $\frac{BN}{PN}=1$.

hvaraf

$$BN = PN$$
,

hvilket icke är fallet efter vi tagit

derföre kunna icke linierne BP, DV vara parallela. De kunna icke heller råkas uti någon punkt S på den sidan om skärande linien Xx der sidans BP större segment BN är beläget; ty som derigenom uppkommande kompletta fyrhörningens EPABVD diagonaler skulle skära hyarandra i proportionella delar, så vore

PS:PN::BS:BN,

och emedan PS > BS så vore också

hvilket är stridande emot hvad vi antagit; derföre måste diagonalerne BP, DV råkas på den sidan om linien Xx der liniens BP kortare segment PN är beläget. Låt således linierne BP, DV vara utdragne och råkas uti en punkt R. Sammanbindes derefter punkterna R, A med en rät linie som förlängd råkar linien BE uti någon punkt c, så bevises såsom ofvanföre, att punkten c, och i följe deraf också punkten R, samt räta linien Rc måste ligga up-

på axeln Zz. Men ester kompletta syrhörningens RBADPV diagonaler BE, EP lika som kompletta syrhörningens EPABVD diagonaler BP; DV skäras i proportionella delar, så att man har

$$BE \cdot DC = BC \cdot DE$$
,
 $EP \cdot TV = EV \cdot TP$,
 $BR \cdot PN = BN \cdot PR$,
 $DR \cdot VO = DO \cdot VR$,

och ifrån en punkt A, räta linier äro dragne genom delnings- och ändpunkterne

och dessa linier äro de ifrågavarande axlarne Ww, Xx, Yy, Zz, så måste enligt ofvananförde Korollarium 1 också alla transversaler drague emellan half-axlarne

eller emellan deras förlängningar på andra sidan punkten A, skäras i proportionella delar, så att rektangeln af hela linien och medlersta delen alltid är lika stor med rektangeln af begge de yttersta

delarna; och ester inga slera sätt att draga transversaler omkring axlarnes Origine än de nu uppräknade åtta gisvas, så är ej blott bevist att Proportional-axlar ester vår desinition äro möjliga, utan ock ett sätt att sinna dem uppgisvet. — Likasom häraf söljer.

Korollarium II. Att om en rät linie BE i punkterna D, C, är skuren i proportionella delar så att man har

$$BE.DC = BC.DE$$

skola de räta linier som ifrån någon punkt A dragas genom punkterne B, C, D, E, formera ett system af proportional-axlar.

4. Anmärkning. Ännu säkrare blir fjerde axelns Zz läge i vissa fall bestämdt, om man först drager transversalen BP, med fåstadt afseende derpå, att segmentet PN blir mindre än BN, och sammanbinder någon punkt E på half-axeln Ax, med punkterne B, P medelst räta linier som skära axlarne Ww, Yy uti punkterna V, D, genom hvilka en transversal drages tills den uti en punkt R råkar förlängningen af BP, hvarigenom tvenne punkter A, R uppå axeln Zz blifva kände.

Ett tredje sätt att finna fjerde axeln när tre äro gifna grundar sig på följande.

Theorem II.

5. Om till fyra Proportional-axlar, utgående ifrån en punkt A fig. 2, en transversal BH drages parallelt med någon AZ bland dem, så afskäres uppå nämnde transversal, af de tre öfriga axlarna tvenne lika stora delar BE, EF.

Bevis. Ty om man emellan punkterne A, F uppå räta linien som sammanbinder dem, tager efter behag en punkt C, och drager räta linien BC som i punkterna a, d skäres af axlarne Ax, Az, så är

Bd: Ba:: Cd: Ca

och följakteligen

Ba > Ca.

Om derföre ifrån vinklarna B, C, uti triangeln ABC räta linier dragas genom en punkt D uppå linien Aa, så måste linierne BC, bd utdragne råkas uti någon punkt d (N:0 3); men enligt denna konstruktion är figuren ABDCcb en komplett fyrhörning, hvars diagonaler råkas, och således skära hvarandra i proportionella delar eller så att

$$Bd'$$
. $Ca = Ba$. Cd' .

Nu ar också i följd af vår bypothes

$$Ed \cdot Ca = Ba \cdot CD$$
,

och divideras den förra af dessa equationer med den sednare, erhålles equationen

$$\frac{Bd'}{Bd} = \frac{Cd'}{Cd} = \frac{BC + Cd'}{BC + Cd},$$

som ger

$$Cd' = Cd$$
,

livaraf följer att punkten d hvarest linierne BC, bc råkas måste ligga uppå axeln AZ. Antag vidare att punkterne C, c äro rörliga långs med linierne hvarpå de ligga, och låt C småningom närma sig till punkten F, så måste derunder punkten d' allt mer och mer aflägsna sig ifrån A, samt slutligen då BC uppnår parallel ställning med AZ eller faller inpå BF afståndet Ad' blifva oändligt; d. v. s., att linierne BC, bc aldrig råkas utan äro parallela; och efter i sådant fall linien bc som får ställningen bf blir parallel med BF, så förvandlas eqvationen (A) eller

$$\frac{Af \cdot BE \cdot Fb}{BF \cdot FE \cdot Ab} = 1.$$

derigenom till

$$\frac{BE}{FE} = 1.$$

som ger

$$BE = FE$$
, h. s. b.

6. Om således axeln AZ skulle sökas, kunde man förfara på följande sätt:

Sedan en transversal BC blifvit dragen efter behag, och skuren midt i tu uti en punkt G, hvarigenom en med axeln AY parallel linie bestämmes som i en punkt E skär axeln AX, samt genom B, E en transversal BH blifvit ledd, skall räta linien AZ som ifrån punkten A föres parallelt dermed vara den sökta fjerde axeln. Skulle deremot axeln AX sökas, drages parallelt med axeln AZ en transversal BF, och genom dess midt ledes fjerde axeln AX. Enklast fås dock axeln AW af AX, AY, AZ såsom

gifna, eller AY af AW, AX, AZ såsom gifna, dertill endast fordras att draga BH parallelt med AZ och taga EB = EF, eller EF = EB. För öftigt, om endast axlarne AX, AZ antagas för gifna och man på en med AZ parallelt dragen rät linie BH tager EB = EF, hvilka få hafva hvad längd som helst, så formera linierne AW, AX, jemte de gifne AX, AZ dock alltid ett system af Proportional-Axlar. Häraf följer lätt att om tre axlar äro huru som helst gifne kan den fjerde få endast tre olika lägen.

Theorem. III.

7. Uti tvenne system af proportional-axlar AW, AX, AY, AZ, aw, ax, ay, az fig. 3 som hafva en axel Ww, gemensamt, men skilda originer A, a, skära de yttersta AX och ax lika som AZ och az hvarandra uti punkter C, B, som ligga uti rät linia med medlersta axlarnas AY, ay skärningspunkt F, lika så skära AX och az samt AZ och ax hvarandra uti tvenne punkter D, E, som med förenämnde punkt F ligga uppå en rät linie DFE.

Bevis. Drag rāta linien BF som i punkten G rākar gemensamma axelu Ww, samt i punkterna C, c axlarna AX, ax, så skäres transversalen GC af axlarna ifrån A, så att

$$CG \cdot BF = CF \cdot BG$$

och transversalen cG af axlarne ifrån a, så att

$$cG \cdot BF = cF \cdot BG$$

hvaraf, genom division, equationen

$$\frac{CG}{cG} = \frac{CF}{cF} = \frac{GF + CF}{GF + cF}.$$

som ger CF = cF, och visar att punkterne C, c utgöra en och samma punkt belägne uppå räta linien som går genom de två andra skärningspunkterna B, F. På samma sätt bevises också att punkterna D, F, E äro uti en råt linie med hvarandra.

Theorem IV.

8. Om ifrån vinklarna A, B, C fig. 4 uti en triangel, räta linier dragas genom en så belägen punkt D inom deusamma, att de skära motstående sidorne i tvenne olika delar, uti punkterne a, b, c, hvilka sammanbundna formera inskrifne triangeln abc; så skola dennes och den omskrifne triangelns likuämniga sidor eller

AB och ab,

AC och ac,

BC och bc

utdragne råkas (N:o 3) och skärnings-punkterne ligga uti en rät linie med hvarandra.

Bevis. Låt ifrågavarande trianglars sidor utdragne råkas i punkterna d, g, f, så är i följe af konstruktionen figuren BCDAac en komplett fyrhörning, hvars diagonaler AC, ca, utdragna råkas i en punkt g, och skära hvarandra så i proportionella delar att

$$Ag \cdot Cb = Ab \cdot Cg$$
.

Men ester genom delnings-punkterna A, b, C, g, räta linier äro dragne isrån en punkt B, så sormera desamma ett system af proportional-axlar *). Äfven så ester kompletta syrhörningens ABD Ccb diagonaler AD, BC, bc, skära hvarandra i proportionella delar, så att man har

$$Bd \cdot Ca = Ba \cdot Cd,$$

så följer att linierne $b\mathcal{A}$, bc, bB, bf utgöra ett annat system af Proportional-axlar, *) som med det förstnämnde har axeln Bb gemensamt; derföre skära de öfriga axlarne hvarandra uti punkter af hvilka tre och tre ligga uti en, rät linie, nemligen g, a, c och d, g, f **) h. s. b.

Att punkterne d, g, f ligga uti en rät linie med hvarandra, är af Profes. F. J. Servois uti en afhandling kallad Solutions peu connues de différens Problèmes de Geometrie-Pratique äfven bevist, men på annat sätt.

Emedan nu räta linien Ag uti punkterna A, b, C, g, är skuren i proportionella delar så att

$$Ag \cdot Cb = Ab \cdot Cg$$
.

så formera alla de räta linier hvilka ifrån någon punkt

^{*)} Korollarium II.

^{**)} Theorem III.

dragas genom dem, lika många system af "proportional-axlar *). Sådant är äfven förhållandet med räta linier livilka ifrån punkterne

såsom originer äro dragne genom B, a, C, d, lika som de räta linier formera ett system af Proportional-axlar hvilka utgå ifrån punkten C, och äro dragne igenom punkterne

$$A$$
, c , B , f ,

uppå räta linien Af, hvilken af axlarne ifrån b skäras i proportionella delar *). Om nu två och två af dessa nio system af Proportional-axlar, kombineras, så vidt de hafva en gemensom axel, bestämmas derigenom alltid tre och tre på en rät linie belägne skärningspunkter.

Ville man öfver dessa 36 kombinationer, för vinnande redigare öfversigt, formera en Tabell, kunde man skrifva det ena systemets axlar öfver det andras, i den ordning de ligga nära gemensamma axeln, t. ex. om systemerne ifrån $\mathcal A$ och $\mathcal B$ kombineras, skrifves

$$AB - Aa$$
, AC , Ad ; Aa , AC , Ad .
 $BA - Bb$, BC , Bg ; Bg , BC , Bb ,
 D , C , E ; D' , C , F .

^{*)} Korollarium II.

och på samma sätt för de öfriga, då understa raden visar de trè punkter som ligga i en rat linie, och de två öfversta, motsvarande axlarne genom hvilkas skärning desse punkter bestämmas.

Af dessa kombinationer må vi endast anmärka följande:

Genom kombination af de system som utgå ifrån punkterna \mathcal{A} och b finna vi att punkterne e, \mathcal{B} , \mathcal{G} , som bestämmas af limierne $\mathcal{A}a$ och bc, $\mathcal{A}c$ och bD, $\mathcal{A}d$ och bf, ligga uti en rät limie; kombineras systemerne som hafva sine originer uti \mathcal{A} och f finnes lika sa, att punkterne n, C, G bestämde genom linierne $\mathcal{A}a$ och fg; $\mathcal{A}b$ och fC, $\mathcal{A}d$ och fa ligga uti en rät linie, och att således räta linierne

Be, ab, nC

sammanträffa uti en punkt uppå linien Ad. Af de axlar som utgå ifrån punkterne A och B bestämmas såsom belägne uppå en och samma räta linie, punkterne D, C, F af hvilka den sistnämnde ligger uppå axeln Ad; äfvensom de system af axlar hvilkas originer äro i B och C bestämma en punkt E som ligger i rät linie med punkterne A, F o. s. v.

Dessa slags undersökningar finna sin tillämpning egenteligen uti Praktiska Geometrien, vid liniers utstakning på fältet, der markens beskaffenhet och andra omständigheter stundom hindra eller försvåra det vanliga utstaknings-sättet. Och som min afsigt med denna uppsatts endast varit att framställa Theorin om Proportio-

nal-axlar, anser jag ej nödigt att här vidare utveckla detta ämne, som uti en afhandling om Landtmäteriet har sin rätta plats.

Endast några ord må ännu tillåggas om de vinklar som af axlarne omfattas:

Enligt Theorem II, Fig. 2, är vinkeln YAZ lika stor med AFB som ligger emellan axeln AY och en så stäld transversal BF, att den af axeln AX skäres i två lika delar. Har man derföre vinkeln WAX = XAY så blir transversalen BF vinkelrät emot AX, samt vinkeln YAZ komplement till XAY; och tages hvardera af vinklarne WAX och $XAY = \frac{1}{2}$ qvadrant, hvarigenom vinkeln YAZ också blir $\frac{1}{2}$ qvadrant, så måste alla åtta vinklarne omkring origin A blifva lika stora; och således formera diametrarne uti en regulier åttahörning ett system af Proportional-axlar.



NOTE

SUR LA CLARTÉ MATHÉMATIQUE DES OBJETS LU-MINEUX DONT LES RAYONS ONT ÉTÉ RÉFRAC-TÉS OU RÉFLÉCHIS SOUS DES ANGLES D'INCIDENCE TRÈS-PETITS,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société. le 6 Dec. 1841.)

Dans un mémoire sur les réfractions et réflexions sous des angles d'incidence très-petits, que j'ai eu l'honneur d'offrir à l'Académie Impériale des Sciences de S:t Pétersbourg en 1838 *), j'ai déduit une formule simple et générale pour la détermination de la clarté mathématique des objets lumineux dont les rayons ont subi un nombre quelconque de réfractions et réflexions du genre cité. Le plan de ce mémoire n'ayant pas nécessité le développement des conséquences intéressantes par leur généralité et leur ntilité pratique auxquelles conduit cette formule que je croi-

64

^{*)} Ce mémoire, qui n'a pas encore paru, doit être publié dans le recueil des Mémoires des Savants étrangers de l'Académie (Bull. Scient. publ. p l'Acad. T. IX. N:0 9.)

rais nouvelle, j'ai remis à une autre occasion cette tâche, de laquelle, avec la permission de la Société, je vais m'acquitter actuellement. Les résultats développés dans le mémoire cité, dont j'ai besoin pour cet effet, sont les suivants, pour la déduction desquels je suis obligé de renvoyer au mémoire même.

1:0 Soient

$$y = kx + l z = mx + n$$
 ... a)

les équations d'un rayon de lumière quelconque très-proche de l'axe des x, qui se dirige, soit en augmentant les x, y, z soit en les diminuant, vers une surface quelconque qui coupe l'axe des x perpendiculairement dans un point où $x = \eta$ et dont le plan de la plus grande ou de la plus petite courbure normale dans ce point coincide avec le plan des xy, les rayons de ces courbures relatifs aux plans xy et xz étant respectivement désignés par ϱ et σ , valeurs que nous supposons positives ou négatives suivant que la convexité des courbures correspondantes se tourne respectivement vers $x = +\infty$ ou $x = -\infty$. Cela posé, si le rayon dont il s'agit est réfracté par la surface citée suivant une telle loi, que le sious de l'angle d'incidence est à celui de l'anglé de réfraction comme 1:r, le rayon réfracté aura pour équations

$$y = \left(\frac{r\varrho + (1-r)\eta}{\varrho} k + \frac{1-r}{\varrho} l\right) x + \frac{(1-r)(\varrho - r)\eta}{\varrho} k + \frac{\varrho - (1-r)\eta}{\varrho} l$$

$$z = \left(\frac{r\sigma + (1-r)\eta}{\sigma} m + \frac{1-r}{\sigma} n\right) x + \frac{(1-r)(\sigma - r)\eta}{\varrho} m + \frac{\sigma - (1-r)\eta}{\sigma} n\right) ... b).$$

Si dans ces équations on pose r=-1, elles exprimeront la position que prendra le rayon représenté par a) par sa réflexion de la surface en question, de sorte que le rayon réfléchi aura pour équations

$$y = \left(\frac{2\eta - \varrho}{\varrho} k + \frac{2}{\varrho} l\right) x + \frac{2\eta(\varrho - \eta)}{\varrho} k + \frac{\varrho - 2\eta}{\varrho} l$$

$$z = \left(\frac{2\eta - \sigma}{\sigma} m + \frac{2}{\sigma} n\right) x + \frac{2\eta(\sigma - \eta)}{\sigma} m + \frac{\sigma - 2\eta}{\sigma} n\right) \cdot \cdot \cdot c). - c$$

2:0 Supposons! actuellement que le rayon exprimé par a) rencontre une suite de surfaces réfringentes ou réfléchissantes toutes coupées perpendiculairement par l'axe des x, et placées de manière que les plans de leur plus grande ou plus petite courbure normale aux points où elles rencontrent cet axe coıncident avec le plan xy, et représentons la position que prendra ce rayon après la première réfraction ou réflexion par

$$y = k_1 x + l_1$$

$$z = m_1 x + n_1$$

après la seconde par

$$y = k_2 x + l_2$$

$$z = m_2 x + n_2$$

après la troisième par

$$y = k_3 x + l_3$$

$$z = m_3 x + n_3$$

et ainsi de suite. D'après la sorme des équations b', c) on aura donc

$$k_{1} = ak + bl$$

$$l_{1} = ck + dl$$

$$m_{1} = em + fn$$

$$n_{1} = gm + hn$$

$$k_{2} = a_{1}k_{1} + b_{1}l_{1}$$

$$l_{2} = c_{1}k_{1} + d_{1}l_{1}$$

$$m_{2} = e_{1}m_{1} + f_{1}n_{1}$$

$$n_{3} = e_{3}m_{1} + h_{1}n_{1}$$

$$k_{3} = a_{2}k_{2} + b_{2}l_{2}$$

$$l_{3} = c_{2}k_{2} + d_{2}l_{2}$$

$$m_{3} = e_{2}m_{2} + f_{2}n_{2}$$

$$n_{3} = g_{2}m_{2} + h_{2}n_{2}$$
etc.

où les coefficients a...h, $a_1...h_1$, $a_2...h_2$, etc. se déterminent immédiatement par ceux des k...n dans les équations b) et c). Or les valeurs des $k_1...n_1$, substituées dans celles des $k_2...n_2$, leur font prendre la forme

$$k_2 = a_1'k + b_1'l$$

$$l_2 = c_1'k + d_1'l$$

$$m_2 = e_1'm + f_1'n$$

$$n_2 = g_1'm + h_1'n$$

celles-ci, substituées dans les valeurs des k3.. n3, les changent en

$$k_{3} = a'_{2}k + b'_{2}l$$

$$l_{3} = c'_{2}k + d'_{2}l$$

$$m_{3} = e'_{2}m + f'_{2}n$$

$$n_{3} = g'_{2}m + h'_{2}n$$

et ainsi de suite; d'où s'ensuit que la position du rayon en question après un nombre quelconque s de réfractions ou réflexions étant représentée par

$$y = k_{x} + l_{x}$$

$$z = m_{x} + n_{x}$$
 \cdot \dot d),

des substitutions successives répétées s-1 fois nous donneront toujours

$$k_s = Ak + Bl$$

$$l_s = Ck + Dl$$

$$m_s = Em + Fn$$

$$n_s = Gm + Hu$$

les coefficients A.. H étant des quantités connues entièrement indépendantes des indéterminées k..n. Ceci établi, supposons que le rayon représenté par a) émane immédiatement d'un plan lumineux exprimé par l'équation

$$x - \alpha = 0$$

et ayant tous ses points très-proches de l'axe des x, les rayons de cet objet entrant librement dans l'oeil, soit directement, dans la po-

ct

sition exprimée par a, soit indirectement, dans celle représentée par d), et désignons par

le plan de l'ouverture de l'oeil, posée très-petite et très-proche de l'axe des x, par J et J les images de l'objet lumineux sur la rétine produites respectivement par les rayons directs et indirects, et par Q et Q' les quantités de lumière directe et indirecte, envoyées respectivement dans l'oeil par le même objet lumineux, la forme de l'oeil et la grandeur de la prunelle étant supposées les mêmes pour la vue directe et indirecte. Toutes ces suppositions faites on aura, d'après le mémoire cité au commencement de cette Note, les deux formules

$$J' = \frac{(BC - AD)(FG - EH)(\alpha - \varepsilon)^2 J}{\left[(A - B\alpha)\varepsilon + C - D\alpha\right]\left[(E - F\alpha)\varepsilon + G - H\alpha\right]}$$

$$Q' = \frac{\varpi(\alpha - \epsilon)^{2} Q}{\left[(A - B\alpha)^{2} + C - D\alpha \right] \left[(E - F\alpha)\epsilon + G - H\alpha \right]},$$

désignant un coefficient donné par des expériences, par lequel il faudra multiplier l'intensité de la lumière réfractée ou réfléchie non affaiblie par des réflexions ou transmissions partielles, l'absorption des milieux réfringents et des surfaces réfléchissantes, et d'autres causes de cette nature difficiles à soumettre au calcul, pour obtenir celle de la même lumière modifiée encore par ces causes. Les clartés de l'objet lumineux vu directement et indirectement ctant nommées respectivement K et K, on aura donc, en vertu de la convention ordinaire relative à la clarté mathématique des

objets de la vue, la formule suivante remarquable par sa généralité et sa simplicité

$$K'\left(=\frac{\frac{Q'}{J'}\cdot K}{\frac{Q}{J}}\right)=\frac{\varpi K}{(BC-AD)(FG-EH)}$$

C'est sur cette formule que je me propose de faire ici quelques remarques, qui en faciliteront singulièrement l'application.

Les relations qu'ont les coefficients précédemment cités $a'_1 ... h'_1$, $a'_2 ... h'_2$, $a'_3 ... h'_3$, etc. avec les a ... h, $a_1 ... h_1$, $a_2 ... h_2$, etc., fournis immédiatement par les équations b) et c), sont évidemment les suivantes

$$a'_{1} = a_{1}a + b_{1}c$$

$$b'_{1} = a_{1}b + b_{1}d$$

$$c'_{1} = c_{1}a + d_{1}c$$

$$d'_{1} = c_{1}b + d_{1}d$$

$$c'_{2} = a_{2}a'_{1} + b_{2}c'_{1}$$

$$b'_{2} = a_{2}b'_{1} + b_{2}d'_{1}$$

$$c'_{2} = c_{2}a'_{1} + d_{2}c'_{1}$$

$$d'_{3} = c_{3}b'_{2} + b_{3}d'_{2}$$

$$c'_{3} = a_{3}d'_{2} + b_{3}d'_{2}$$

$$c'_{3} = c_{3}b'_{2} + d_{3}d'_{2}$$

$$etc.,$$

$$e'_{1} = e_{1}e + f_{1}g$$

$$f'_{1} = e_{1}f + f_{1}h$$

$$g'_{1} = e_{1}f + f_{2}h$$

$$f'_{2} = e_{2}e'_{1} + f_{2}g'_{1}$$

$$f'_{2} = e_{2}e'_{1} + f_{2}h'_{1}$$

$$g'_{2} = e_{2}e'_{1} + f_{2}h'_{1}$$

$$g'_{2} = g_{2}e'_{1} + h_{2}h'_{1}$$

$$e'_{3} = e_{3}e'_{2} + f_{3}e'_{2}$$

$$f'_{3} = e_{3}f'_{2} + f_{3}h'_{2}$$

$$etc.,$$

$$etc.,$$

dont la loi est manifeste. Or ces équations donnent

relations dont la loi est aussi évidente, et d'ou résultent celles de

$$\begin{aligned} b'_{1}c'_{1} - a'_{1}d'_{1} &= -(bc - ad)(b_{1}c_{1} - a_{1}d_{1}) \\ b'_{2}c'_{2} - a'_{2}d'_{2} &= +(bc - ad)(b_{1}c_{1} - a_{1}d_{1})(b_{2}c_{2} - a_{2}d_{2}) \\ b'_{2}c'_{3} - a'_{3}d'_{3} &= -(bc - ad)(b_{1}c_{1} - a_{1}d_{1})(b_{2}c_{2} - a_{2}d_{2})(b_{2}c_{3} - a_{3}d_{3}) \end{aligned}$$

$$f_{1}g_{1}' - e_{1}'h_{1}' = -(fg - eh)(f_{1}g_{1} - e_{1}h_{1})$$

$$f_{2}g_{2}' - e_{2}'h_{2}' = +(fg - eh)(f_{1}g_{1} - e_{1}h_{1})(f_{2}g_{2} - e_{2}h_{2})$$

$$f_{3}g_{2}' - e_{2}'h_{3}' = -(fg - eh)(f_{3}g_{1} - e_{1}h_{1})(f_{2}g_{2} - e_{2}h_{2})(f_{2}g_{3} - e_{2}h_{3})$$

qui donnent évidemment

$$BC - AD = b'_{s-1}c'_{s-1} - a'_{s-1}d'_{s-1}$$

$$= \mp (bc - ad)(b_1c_1 - a_1d_1)(b_2c_2 - a_2d_2)_{ss}(b_{s-1}c_{s-1} - a_{s-1}d_{s-1})$$

$$PG - EH = f'_{s-1}g'_{s-1} - e'_{s-1}h'_{s-1}$$

$$= \mp (fg - eh)(f_1g_1 - e_1h_1)(f_2g_2 - e_2h_2)_{s-1}(f_{s-1}g_{s-1} - e_{s-1}h_{s-1})_{s-1}$$

Sur la clarté des objets vus par des rayons indirects. 513 le signe supérieur on inférieur ayant lieu suivant que s est pair ou impair. On aura donc

$$(BC - AD)(FG - EH) =$$

$$(bc-ad)(fg-eh).(b_1c_1-a_1d_1)(f_1g_1-e_1h_1)..(b_{s-1}c_{s-1}-a_{s-1}d_{s-1})(f_{s-1}g_{s-1}-e_{s-1}h_{s-1}),$$

valeur d'une forme remarquable, qui se simplifie encore extrêmement par les considérations suivantes.

Les coefficients a ldots h, $a_1 ldots h_1, ldots a_{s-1} ldots h_{s-1}$ étant, ainsi que nous l'avons observé ci-dessus, immédiatement donnés par ceux des k ldots n dans les équations b) et c), on aura, pour un indice quelconque p,

$$a_{\rho} = \frac{r\varrho + (1-r)\eta}{\varrho}, \quad b_{\rho} = \frac{1-r}{\varrho}, \quad c_{\rho} = \frac{(1-r)(\varrho - r)\eta}{\varrho}, \quad d_{\rho} = \frac{\varrho - (1-r)\eta}{\varrho},$$

$$e_p = \frac{r\sigma + (1-r)\eta}{\sigma}, \quad f_p = \frac{1-r}{\sigma}, \quad g_p = \frac{(1-r)(\sigma - \eta)\eta}{\sigma}, \quad h_p = \frac{\sigma - (1-r)\eta}{\sigma}.$$

Or ces valeurs donnent

$$b_p c_p - a_p d_p = -r$$
, $f_p g_p - e_p h_p = -r$,

et par conséquent

$$(b_{\rho}c_{\rho}-a_{\rho}d_{\rho})(f_{\rho}g_{\rho}-e_{\rho}h_{\rho})=r_{\rho}^{2}$$

relation qui, dans le cas où le rayon relatif aux $a_p \dots h_p$ aurait été réfléchi au lieu de réfracté, se change d'après ce qui précède en

$$(b_p c_p - a_p d_p) (f_p g_p - e_p h_p) = 1 *).$$

Done chacun des facteurs

$$(bc - ad) (fg - e\hbar),$$

$$(b_ic_1 - a_id_1) (f_ig_1 - e_ih_i),$$

$$(b_{s-1}c_{s-1}-a_{s-1}d_{s-1})(f_{s-1}g_{s-1}-e_{s-1}h_{s-1}),$$

dont se compose le produit

$$(BC - AD) (FG - EH),$$

ne pourra avoir que les valeurs

$$r^2$$
 on 1,

savoir r² dans le cas de la réfraction du rayon y correspondant, et 1 dans celui de sa réflexion: remarque d'une grande utilité pour l'application de la formule

$$K' = \frac{\varpi K}{(BC - AD)(FG - EII)},$$

$$a_p = r$$
, $b_p = 0$, $c_p = (1 - r)\eta$, $d_p = 1$,

et par conséquent encore

$$b_p c_p - a_p d_p = -r.$$

Les valeurs précédentes de

$$(b_p c_p - a_p d_p) (\int_{P_C^{\alpha_p}} - e_p h_p)$$

auront donc encore lieu si l'un des rayons de courbure ϱ , σ , ou tons deux, sont infinis.

^{*)} Si $\varrho = \infty$, on aura

Sur la clarté des objets vus par des rayons indirects. 515

puisqu'elle fouruit le moyen de déterminer immédiatement, ou sans aucun calcul, la clarté due aux rayons réfractés ou réfléchis sous des augles d'incidence très-petits dans un cas quelconque.

Le rapport de réfraction, dans le sens déterminé plus haut, étant nommé r pour le passage des rayons lumineux d'un milieu quelconque dans un autre, ce rapport sera, comme on sait, $\frac{1}{r}$ pour le retour de ce rayon dans le milieu où il se trouvait d'abord. De cette remarque, appliquée à ce qui précède, résulte évidemment le théorème suivant relatif à la clarté des objets vus par des rayons réfractés ou résléchis sous des angles d'incidence très-petits, lequel paraît digne de remarque à cause de sa généralité:

Abstraction faite de la lumière perdue par des réflexions ou transmissions partielles, l'absorption des milieux réfringents et des surfaces réfléchissantes, et d'autres causes de ce genre d'un effet difficile à évaluer, et posé que la forme de l'oeil et la grandeur de la prunelle soient les mêmes pour la vue directe et indirecte, et que dans l'un et l'autre cas aucun obstacle extérieur n'empêche la lumière d'entrer librement dans l'oeil, la clarté mathématique d'un objet vu par des rayons réfractés ou réfléchis sous des angles d'incidence très-petits sera la même que si cet objet était vu directement, quel que soit le nombre des réfractions ou réflexions qu'aura subi la lumière, pourvu que l'oeil et l'objet lumineux soient placés dans le même milieu et qu'après un nombre de réfractions pair la lumière rentre toujours dans ce même milieu.

De ce théorème universel résulte, comme une conséquence très-spéciale, la vérité importante pour l'optique pratique, qu'une lunette ou un microscope d'une construction quelconque, dont l'ouverture est assez grande pour transmettre à l'ocil toute la lumière indirecte qui pourra y entrer, fait voir les objets avec leur clarté naturelle, abstraction faite de la lumière perdue par des réflexions ou transmissions partielles, par l'absorption des lentilles et des surfaces réfléchissantes, et par d'autres causes semblables difficiles à soumettre au calcul *).

Par ce théorème se trouve encore complétée, par rapport à la clarté, la théorie que j'ai donnée il y a long-temps des phénomènes optiques produits par des rayons qui traversent des lentilles sphériques ou en sont repoussés après un nombre quelconque de réflexions intérieures **). Le résultat général auquel nous venons de parvenir fait voir que la clarté des images formées par de tels rayons resterait la même que pour la vue directe des ob-

^{*)} Cette vérité n'a pas échappé aux auteurs 'qui ont traité la construction des instruments optiques (voyez p. ex. le mémoire de Lagrange sur la théorie des lunettes, publié parmi ceux de l'Acad. Roy. des Sciences de Berlin pour 1778, p. 178, et Analytische Dioptrik von G. S. Klügel, Leipz. 1778, p. 33); mais nous l'avons prouvée ici sans faire abstraction des épaisseurs des lentilles, comme font communément ces auteurs, et aussi sous d'autres rapports plus universellement que ceux d'entre eux qui nous sont comms.

^{**)} Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Stockholm pour l'année 1821, p. 265.

jets d'où ils émanent, sans la perte des rayons qui n'entrent pas dans la lentille, qui en sortent avant d'avoir subi des réflexions intérieures au nombre dont il s'agit, ou qui sont absorbés par la lentille, et que par conséquent c'est à ces trois causes seules qu'il faudra attribuer le décroissement de la clarté de ces images à mesure qu'augmente le nombre des réflexions intérieures — décroissement, comme on sait, si rapide, que les images relatives à plus de trois réflexions intérieures ne sont en général pas même visibles.

NY MÄTNING

AF ÅBO SLOTTS HÖJD ÖFVER HAFSYTAN, JEMTE SLUTSATSER OM SÖDRA FINLANDS HÖJNING ÖFVER HAFVET.

AF

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Föredr. för Vet. Soc. d. 25 October 1841.)

Snart äro 100 år förflutna sedan en då uppkommen fråga om verldshafvets och i synnerhet Östersjöns småningom skeende sänkning med fullt alfvar af den tidens Naturkunnige omtvistades. Ibland andre hade, såsom bekant är, Astronomiæ Professoren vid Universitetet i Upsala A. Celsius samlat en hop iakttagelser i denna väg, och kommit till det resultat, att hafsytan inom en tid af 100 år sänkt sig $4\frac{1}{2}$ Svenska fot under den medelhöjd, som den då innehade, (se Svenska Vetensk. Acad. Handlingar för år 1743, sid. 44), hvarjemte han föranstaltat, att åtskilliga nya märken för vattnets stånd uti fasta klippor vid hafsstränderna till framtida efterrättelse inhöggos. I sistnämnde afseende afvägde äfven år 1750 dåvarande Extra-Ordinarie Professoren i Åbo, sedermera Biskopen m. m. Dar Jac. Gadolin, Åbo Slotts höjd öfver hafs-

ytan vid dess medelstånd, hvartill denna uraldriga Byggnad, belägen endast ungefär 40 alnar ifrån vattnet, är särdeles lämplig (se Vetensk. Acad. Handl. für år 1751, sid. 219 fülj.). Resultaterne af denna afvägning blefvo sådana, att de, jemförda med den Celsianska vattenminsknings-quantiteten, och med förutsättningen, att denna sänkning i förhållande till tiden genom sekler lika fortfarit, genom de orimligheter hvartill de ledde, synnerligen val passade och afven af framlidne Biskopen D:r Browallius (i dess Betänkande om vattenminskningen, Stockh. 1755) omständeligen begagnades till att vederlägga den uppgisna vattenninsknings-hypothesen. Gadolin hade t. ex. ibland annat funnit, att stenläggningen i yttre portgangen till Slottet då (1750) låg 7 fot 4 tum öfver hafsytan, och hade, ester Celsianska beräkningen, bordt 190 år tidigare, då Konungen i Sverige Johan III behodde Slottet, ligga 1 fot 1 tum under vattenytan, hvilken omständighet naturligtvis hade hindrat Konungen att torrskodd inkomma i Slottet.

Då förenämnde äldre vattenstånds-märken i sednare tider blifvit granskade, har det befunnits, att den apparenta vattensänkningen i Bottniska Viken, eller den verkliga höjningen af dess stränder, på den vestra sidan ifrån Torneå till Stockholm, och på den östra till trakten af Wasa, nära nog uppgår till den af Celsius funna quantiteten, nemligen 4½ fot för 100 år (se Ölversten N. Bruncronas Anmärkningar och uppgifter rörande vattenminskningen vid Sveriges Kuster, samt Öfverste-Lieutenanten C. P. Hällströms tillägg till dessa anmärkningar, i Vet. Acad.

Handl, år 1823, sid. 20 följ. A. Almlöss uppgister uti Vet. Acad. Handl. för 1839, sid. 300 följ. öfverensstämma mindre både inom sig och med andra). Men huru långt söderut i Finland detta förhållande äger rum, och om detsamma lika förekommer ätven i Fiuska viken, derom kunna några hos oss befintliga märken lemna upplysning. I detta afseende borde för trakten vid Abo i synnerhet Gadolins förcuämnde afvägning begagnas, hvarföre jag redan för någon tid tillbaka beslutit att vid lägligt tillfälle företaga denna undersökning; men då ett sådant syntes mig aflägset, har jag nyligen om denna afvägning af Åbo Slotts grundvals nuvarande höjd anmodat Förste Landtmätaren i Abo och Björneborgs Län, Riddaren J. G. Wallenius, hvilken och väuskapsfullt åtagit sig och redan fullbordat densamma. Dervid var angeläget att påfinna ett ställe, som, ifrån år 1750 till närvarande tid, genom menniskjo åtgärd eller annan tillfällighet icke undergått någon förändring, och ett sådant var det jordfasta hälleberg, hvarpå Slottets nordvestra torn besinnes stå orubbadt. Gadolin hade sunnit ytan deraf vara 24,2 Svenska fot, och nu (i September 1841) befanns den vara 24,95 fot öfver hafvets yta vid vattnets medelstånd. På de deremellan förflutna 91 åren hade således berget, med Slottet, höjt sig 1,75 fot, som för 100 år gör 1,92 fot, eller allenast 43 procent af Celsianska quantiteten, eller af den, som på Vesterbottniska kusten i Sverige blifvit iakttagen. Hade Biskopen Browallius afvetat detta resultat, och om man får antaga att förändringen under loppet af ett sekel före och efter hans tid varit lika,

hvilket man ester den tidens åsigt hordt autaga; så hade han näppeligen kunnat åberopa förhållandet vid Åbo Slott till stöd for den mening, som han försvarade.

Ju mera detta sednast erhållna resultat afviker ifrån det, som på Svenska sidan funnits och ausetts vara sannolikast, desto augelägnare synes det vara att begagna de upplysningar, som ifrån ett par ställen vid Finska viken kunna, i detta afseende erhållas. Enligt den underrättelse, som inhemtas från ett ur framlidne Stats-Rådet och Ridd, af Schulténs efterlemnade Samlingar till denna Societets Archif meddeladt Manuscript, har framlidne Faltmarskalken Grefye A. Ehrensvärd år 1754 låtit i Gäddtarmshamn, som nu kallas Carlshamn, vid Hangöndd inhugga ett vattenmärke i en slät berghäll, belägen på vestra stranden af dervarande sund. Detta märke fann bemälde Stats-Råd år 1796 stå 11 Svenska verktum eller 0,92 Svenska fot öfver vattnets medelhöjd, bedömd efter den yttersta gräskanten på stranden. Sedermera hafva ock åren 1800 och 1821 märken blifvit i samma berg inhuggna, och då detta ställe af Ösver-Intendenten och Riddaren N. Nordenskiöld år 1837 besöktes, befanns märket för 1754 stå 20 verktum = 1,67 Svenska fot, det af år 1800 11 verktum = 0,92 fot, och det af 1821 15 tum = 1,25 fot öfver nuvarande medel-vattenhöjd. Ett å Jussarö uti Ekenäs skärgård år 1800 inhugget märke fanns samma ar 1837 vara 9 v. tum = 0,74 for öfver vattnet; till hvilka uppgifter annu bor tilläggas Capitainen Reineckes for Sveaborg. Bemälde Capitain hade nemligen, till följe af Kejserl. VetenskapsAcademiens i S:t Petersburg år 1837 yttrade önskan, låtit på åtskilliga ställen vid Finska viken inhugga märken för vattnets medelhöjd, (se Bulletin scientifique publié par l'Académie Imp. des Sciences de S:t Pétersbourg, T. IX, N:0 9, 10, p. 145), och, till följe af derigenom på detta ämne fästad uppmärksamhet, år 1840 undersökt tvenne å Sveaborg, det ena i hamnen och det andra vid kranen, befintliga märken, af hvilka det ena då stod 8,9 och det andra 9,8 tum (förmodeligen Engelska eller Ryska) öfver vattenytan, hvilket i medeltal gör 9,35 Eng. tum = 0,80 fot.

Om man sammanställer alla dessa uppgifter och vederbörligen beräknar sekular-ändringen, erhåller man följande öfversigt:

Orten.	·				Förflut≓ na år.		Sekular- ändring.
						Sv. fot.	Sv. fot.
Åbo Slott	ifr. år 1	750	till :	1841	91	1,75	1,92
Hangö, Carlshamn	"	1754	,, . 1	1796	42	0,92	2,19
D:o	21	-	,, :	1800	46	0,92	2,00
D:o	"		,, 1	1821	67	1,25	1,87
D:o	22 "	_	,, 1	1837	83	1,67	2,01
Jussarö	2)	1800	,, 1	1837	. 37	0,74	2,00
Sveaborg	,, 1	1800	, , 1	1840	40	0,80	2,00

Då man af dessa uppgister söker medeltalet, beräknadt med asseende på den tid, som för hvar och en förslutit, samt ytterligare bestämmer sannolika osäkerheten i det så sunna medel-resultatet; så besinnes kusten af södra Finland längsester Finska viken hasva på 100 år höjt sig 1,98 fot, i hvilken bestämmelse sannolika osäkerheten år = ± 0,07 fot. Man ösverskrider således icke sannolikhetens gränsor, då man i rundt tal antager, att södra Finland inom sistsörslutna sekel höjt sig jemt 2 svenska sot. Och emedan man sår samma resultat antingen man ester dessa observationers söranledande beräknar det ester längre eller kortare tidsrymd inom seklet, så kan derat slutas, att höjningen skett i sörhållande till tiden, hvarsöre man bör antaga den jemn och utgörande ‡ decimaltum sör året.

Jag har med slit härtills undvikit att i sörestående beräkning intaga ännn ett par kända uppgister. Den utmärkta ösverensstämmelse, som visat sig i resultaterne af de ansörda sörhållanden, bekrästar så probabiliteten af nära approximation till sanningen. att tvisvel måste uppkomma, huruvida icke något misstag ägt rum vid en observation, som gisver deremot stridande resultat. Så har jag trott mig böra betrakta osvanbemälde Capitain Reineckes iakttagelse vid Ehrensvärdska vattenmärket i Hangöhamn, då han år 1839 sann hassytan der stå derunder endast 9 tum (sörmodligen Ryska) (se osvan citerade Bulletin scientis.), hvilket gisver en sekular-ändring af allenast 10,59 R. tum = 0,91 Sv. sot, eller icke sollt hälsten af hvad de osvan ansörda uppgisterna enståmmigt

ådagalägga. Skall dock detta oaktadt äfven denna hestämmelse i räkningen ingå, så bör ock bemålde Capitains uppgift för halifaändringen i Cronstadt = 3,9 Sv. fot deri intagas, ehurn den med hänsigt till för kort observationstid (15 år) ej synes kunna täfla om något votum i bredd med de äldre iakttagelserna, hvilket äfven skäligen måste gälla om observationen i S:t Petersburg, der sekular-ändringen, beräknad äfven efter allenast 15 år, skulle blifva 1,1 Sv. fot. Ville man således nödvändigt använda äfven dessa tre sist omnämnda uppgifter, dock hälst utan afseende på längden af den tid, hvarunder de uppkommit, så blir dock slutresultatet en sekular-ändring för södra Finland af 1,99 Svenska fot, som fullkomligen öfverensstämmer med hvad ofvanföre fanns.

Att Reineckes uppgist för Reval, = 1,5 Sv. sot, här icke ingått, har sin grund deri, att geologiska formationen derstädes, enligt hvad man känner, är annan än i Finland, hvarföre det tvisvelsutan är sör tidigt att endast ester 15 års observation, anställa jemsförelse mellan begge dessa orter.

...,

en en de la completa La completa de completa de la completa de la completa del completa de la completa del completa de la completa del completa de la completa del c

in decorate to a party of a minimal of.

The control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the control of the contro

NÅGRA HISTORISKA UNDERRÄTTELSER

OM

BOKTRYCKERIET I FINLAND,

ΔF

FREDR. WILH. PIPPING.

FÖRSTA STYCKET.

(Meddeladt Vetensk, Societ. d. 20 Juli 1840.)

Sedan saknaden af Boktryckeri i Finland länge varit känbar, kunde den icke undgå de mäns uppmärksamket, genom hvilkas prisvärda omtanka och nit den afsigt befordrades till verkställighet; som Konung Gustaf den andre Adolf berättas hafva icke långt efter Åbo Skolas förvandling till Gymnasium yttrat, nämligen att ytterligare upphöja samma läroverk till ett Universitet. Redan i första Project-Staten för Universitetet i Åbo, innefattad i en så kallad Designation, som åtföljt Kongl. Förmyndare Regeringens svar af d. 18 Octob. 1638 på Storfurstendömets dåvarande General-Gouverneurs, den genom sitt kraftiga bemödande att i mångfaldiga afseenden upphjelpa detta land högt förtjente Grefve Pehra Abrahamsson Brahes samma år ingifne Relation öffiver den

Finske Statens wilker *), finnas följakteligen ock 100 Dal. Silfvermynt såsom lön för en Boktryckare upptagne, och i samma Kongl. Regerings Skrifvelse af d. 9 Mart. följande året **), till svar på det bref af d. 7 nästförvikne Januarii, hvaruti General-Gouverneuren i underdånighet påmint om verkställighet af beslutet rörande Universitetets inrättande, nämnes, att Boktryckaren Petter von Selow eller van Zelau erhållit förordnande att begifva sig hit öfver för att inrätta och förestå ett Tryckeri.

Denne man, äfven Stilgjutare, synes med så mycket mera skäl nu hafva framför andra kommit i fråga, som den befattning, på hvilken hans bosättning i Sverige förnämligast syftade, närmast angick Finland. Då det nämligen, sedan Ingermanland och Kexholms Län, genom fredsslutet i Stolbowa, kommit under Sveriges lydnad, ansetts för Religions-undervisningen i dessa landsorter angeläget, att läroböcker blefve utgifne ej endast på Ryska språket, utan ock på Finska med Slavonska bokstäfver, såvida endast dessa voro för många ibland invånarene bekanta, äfven om de i öfrigt till det mesta betjenade sig af Finskan, såsom modersmål, låt Ko-

^{*)} Så benämnes ifrågavarande hemställan, innefattande åtskilliga förslag till afhjelpande af Finlands angelägnaste behof, samt ibland dessa äfven en "Academies och någre gode Scholors inrättande," i ofvannämnde svar, aftryckt i Tidningar utgifne af et Sälskap i Åbo, år 1782, N:ne 2-5-Om och hvarest densamma må finnas i behåll, känner jag icke.

^{***)} Professoren Doctor Wilh. Gabr. Lagus har i sitt d. 16 i denne månad utgifne Program till "Tredje Juris utriusque Doctors-Promotionen i
Finland" intagit denna Skrifvelse.

nungen Ryska stilar för detta behof gjutas af von Selow och antog honom till Rysk Boktryckare i Sverige *). Af hans verksamhet i denna egenskap känner man ock ett eller annat prof; men förordnandet för honom att i Finland anlägga Boktryckeri hade ingen påföljd, och landet förblef sålunda i saknad af sådan Inrättning, intill dess Universitetet i Åbo kommit i ordning, hvarefter så kraftiga anstalter till bristens afhjelpande vidtogos, att den snart upphörde.

^{*)} Hallenberg i Svea Rikes Historia under Konung Gustaf Adolf den Stores Regering, IV:e Band. sid. 849, räknar anläggandet af ett Ryskt Boktryckeri i Stockholm till 1620, med åberopande ur Kongl. Riks-Archivi Registratur af Bref till Skattmäst. och Kammar-R. för Skriftgjutaren Peter von Silow. Stockh. 5 Novemb. 1618. f. 404. 16 Augusti 1620. f. 634. men emedan det i Konungens "Fullmagt och Bestälning för en Rysk Boktryckare," gifven den 14 April 1625, som finnes efter Originalet tryckt i Den Svenska Mercurius, af Carl Christoffer Gjörwell, för Aug. 1757, sid. 178, säges att Hans Kongl. Maj:t "för någon tid sedan låtit förfärdiga några Ryska stylar til at trycka böcker med på det Ryska tungomål; Och uppå det, at samma Ryska tryck må kunna uti werket ställas - - antagit (nu nämligen, såsom sammanhanget ådagalägger,) denna Breswisare Peter von Solown Skristgjutare för en Rysk Boktryckare - ; Och uppå det han sit bo ifrå Tyskland desto bättre upprycka kan, - - förärat honom Ethundrade Swenske Daler," älvensom att de i samma Fullmagt specificerade löneformonerne borde åt Boktryckaren på någon viss ort anordnas "enär han inkommer," är det sannolikare, att endast Stilarnes anskaffande, kanhända sålunda, att von Selow inkallades, för att i Stockholm gjuta dem, hörer till åren 1618 och 1620, men det Ryska Boktryckeriet likvål icke kom i ordning, äsvensom von Selows egenteliga inflyttning till Sverige icke ägde rum, förrän 1625.

Emedan söledes Boktryckeriet hos oss är i det närmaste liköldrigt med Universitetet, ledes vid denna Högskolas nu högtidligen firade andra Jubelfest tanken så mycket naturligare jemväl på
det förras upprinnelse här i landet, som nämnde minnesfest, nära
nog sammanträffat med de allmänna högtidligheter, hvilka upplyningens vänner på andra orter täflat att detta år anställa, till åminnelse af Boktryckeri-Konstens uppfinning för fyra århundraden
sedan.

Hurn tidigt behofvet af ett Boktryckeri väckte deras omsorg, som åtagit sig vården om Finnarnes unga plantskola för högre odling, utvisar Consistorii Academici Protocoll for d. 12 och 17 Septemb. 1640, hvaruti för den sednare dagen, ibland andra ärender, hvilka horde hos Hennes Kongl. Maj:t och den Kongl. Regeringen samt General-Gouverneuren till skyndesamt behjertande anmälas, dels genom skrifvelser, dels ock munteligen af Universitetets förste Quæstor Petrus Giers, som erhållit uppdrag att till Sverige ösverresa, namnes "Tryckare och hans requisita, the soruthan Acad: nu icke länge vara kan, tv mången kan hafva lust sigh disputando exercera och Theses genom Trycket utbgåå låtha. Ther hooss vill och vara, att hvadh Decretum publicum Senatus Acad: är och anslääs skall, borde tryckias, Sådant nu Notarius Acad: lefftersom Tryckaren eij är att bekomma:) calamo giöra måste, thet eij lange så blifva kan, helst medhan Notarius eij är förvissat om någon större löön ähn på hans Persson och officium på Staten fordt är, Nembligen 75 D: Eliest och kan inthet höras till andre

loflige orther, hvadh här hafves för händer, medhan thet icke genom Trycket är uthgångit och publicerat." Då Juris Professoren och tillika Assessoren i Kongl. Hofrätten i Finland Johannes Olai Dalekarlus (Stjernhök) icke långt derefter tillkännagifvit sig vara sinuad att företaga dylik resa, anmodades jemväl han att icke allenast frambära ytterligare bref härom till Gref Bralic, utan ock för öfrigt söka befordra saken. Likaledes vitrade Domcapitlet i Abo sin "ödmjuke och flijtige begäran - om den Tryckiaren som är låffvadt, at han med första legenheet måtte ankomma, emedan han härefter dageligen väl behöffves" *). Efter att hafva erhållit sin höge gynnares "försäkringh om - Trvck" förnyade Academici i skrifyelse af den 20 Junii 1641 ännu vidare sin önskan att "sådant medh thet snarasta fulkomligen bekomma, tillijka medh een papijrs qwarn här när Stadhen, hvilken för uthan Trycket icke så lätteligen sin foortgångh vinna kan, det doch alt till ungdomsens synnerlige förkafringh uthi boocklige konster länder och behöfues." Genom allt detta vanns ock ändamålet tämmeligen snart, då föga mera än ett år förslutit sedan Universitetets invigning, innan aftal träffades med en pålitlig man, som åtog sig att blifva dess Boktryckare. Den skrifteliga afhandling härom, som i Stockholm den 12 Aug. sistnämnde år underskrefs, på Consistorii vägnar af tvänne dess då derstädes varande ledamöter, Förste Theologiæ Professoren Doctor Aeschil Petræus och den nyligen

^{*)} Domcapitlets Bref till "Greff Peder Brahe" af den 4 Nov. 1840 finnes efter en afskrift ur Kongl. Svenska Riks-Archivet infördt i Åbo Tidningar 1793 N:o 11.

utnämnde Medicinæ Professoren Eric Achrelius, borde visserligen icke här saknas; och har jag derföre så mycket mindre tvekat att ut framl. Erkebiskopen Doctor Jacob Tengströms Dissertationis Academicæ, Vitam et Merita M. Isaaci B. Rothovii, Episcopi q. Aboënsis, exposituræ Particula XII, försvarad den 16 Dec. 1808, under dåvarande Professorens, numera Biskopen Doctor Frans Michaël Franzens inseende, af Fredr. Elfgren, sid. 189 och följ. Not. *), intaga densamma, som nämnde arbete redan begynt att blifva sällsynt och den aftryckta handskriften, genom den förstörande branden i Åbo d. 4 och 5 Sept. 1827 gått förlorad.

Afhandling medh M. Peer Erichsson Wald, om Boktry c-kare Embetet i Åbo.

- 1. Tillsäijes honom på Consistorii Academici vägnar frijhet för all Stadzens tunga och besvär, såsom Ubsala Academie Boktryckare niuter.
- 2. Att honom gifves för hvart ark gemeen skrifft, som Professores och Studiosi låta tryckia, 6 mark hvit Mynt. Rectoris Patenter och Intimationer skall han tryckia utan betalningh.
- 3. Skall flijt göras, at han åhrligen sitt Deputat och Stipendium blifver mächtigh, såsom det i Staten finnes, neml. 100 Dal. hvitt Mynt.
 - 4. Skall han blifva försörgd med nödtorfftigh huusrum.

5. Skall honom bijstånd göras till at betala frachten tå han till Åbo förreeser med trycket och sijne saker.

Häremot lofuar och tillseijer han oss:

1:0 Sigh vilia b:te Boktryckiare ämbete i Åbo flijteligen idka och drifva, utan försummelse och oppehåld hvar och en sitt arbete väl igenlefrera; dock flyendes alt otijdigt arbete, som är under Predikan och Gudztiensten om Söndagar och stora Helgedagar.

2:0 Skall han vara förplichtadh lefverera try Correctuur.

3:0 Skall han icke understå sigh at tryckia någon skrifft heller book, som icke tillförende af Facultatis Decano är öfversedd och låfgifvit att henne tryckia; derföre skall Booktryckiaren, när honom något till at tryckias tilbiudes, förvägra sigh något begynna förr, än han seer för sigh Decani Zedel.

4:0 Skall han vara förplichtadh vara i Åbo tillstädes i nästkommande våår d. 1 Maj, hafvandes medh sigh dhe skriffter eller typos, som hoos Petter von Selau äro bestelte, samt medh Press och dess tillbehör, doch för bettalning, som Vij derom kunna förlijkas.

5:0 Skall han ingen Mester Suen antaga utan Rectoris vetskap; Skall och icke förvägra sigh antaga Lärodrengiar af landsens ungdom.

Datum Stockholm d. 12 Aug. 1641.

Thetta afhandlat vara på begge sijder vitnar jagh

Eschillus Petræus.

Ab. Pastor.

ERICUS Danielis ACHRELIUS.

Peder Wald.

Booktryckare.

I enlighet med denna öfverenskommelse infann sig Boktryckaren i Abo på utsatt tid, såsom af Cousistorii Protocoll för d. 4 Maji 1642 inhemtas; men innan Tryckeriet kunde komma i gång, drog det ut till hösten, i anseende dertill att de hos Stilgjutaren, förenämnde von Selow, beställde stilar icke förr till Finland ankommo och "Lådorne," såsom det i Protocollerne heter, icke nog skyndsamt af "Jöran Snickare" förfärdigades. Sålunda och då Notarien, såsom Universitetets Secreterare den tiden kallades, icke kunde besväras med att afskrifva många exemplar, isynnerhet af vidlystigare Akademiska arbeten, änskönt och Consistorium till vedergällning under ledigheten beviljat honom den för Boktryckaren å Stat anslagne lönen, fortforl ännu någon tid nödvändigheten att anlita bokpressarne i andra länder, när behofvet fordrade slika arbetens skyndesamma offentliggörande. Ganska sällan synes likväl sådant behof hafva gjort sig gällande, då icke flera än en vid Abo Universitet utgifven Disputation äro kände, som under samma tid skulle blifvit annorstädes tryckte och, hvad denna vidkommer, jemväl troligt synes, att tryckningen på annan ort blifvit föranledd snarare af åtskilliga tillfälliga omständigheter, än af någon nödvändighet. Man har nämligen atminstone en tidigare ventilerad Dispu-

tation, samt några 1641 och 1642 hållna Orationer, med hvilkas utgifvande ifrån trycket austånd finnes hafva ägt rum intill dess det kunde låta göra sig i Åbo, hvaremot förut nämnde arbete, med Titel: Quæstiones Ethicæ de Temperantia, quas - - -In inclyta Aboënsium Academia Præside Præclarissimo et Excellentissimo Viro, M. MICHAELE O. WEXIONIO, Polit. Hist. et Philos. Prof. Publ. p. t. Rectore Magnifico, - - Discutiendas et examinandas proponit Laurentius N. Roborinus W. Gothus. Holmice Typis Schroderianis, anno 1642. enligt hvad Dedicationen, daterad Åbo d. 19 Martii samma år, ger anledning att förmoda, lärer hafva blifvit annorlunda och med större skyndsamhet till trycket befordradt, i anseende dertill att utgifvaren kort efter dess försvarande lemnade Åbo och önskade att vid sin återkomst till Sverige öfverlemna detsamma åt de gynnare och välgörare, hvilka det är tillegnadt. Samme Roborini Oratiuncula de statu ac conditione artium liberalium har länge, älven af mig, varit ansedd för ett ibland Finske bokpressens äldsta alster; men efter noggrann jemförelse af stilarne uti begge skrifterne finner jag nu, att äfven den sistnämnde tillhör Schroderi Tryckeri i Stockholm *). Hvad Professor Bilmark i sin 'Historia Regice Academice Aboënsis pag. 52 formalt, att under mel-

^{*)} Stridigheten emellan Titelbladet, hvarå detta Tal säges vara hållet d. 2 Martii, hvilken dag 1642 dess Dedication jemväl är daterad, och dåvarande Rectors, Profess. Mich. Wexionii, näst derefter följande, för tillfället skrifne Program, gifvet (såsom här står) Non. Martij, har tvifvelsutan ingen annan orsak, än att 6 blifvit framför Non. utglömdt.

lantiden någre af Akademiska ungdomen begifvit sig, dels till Stockholm, dels till Dorpat, för att låta trycka sina kunskapsprof, får således icke tagas alltför strängt, åtminstone hvad Disputationer vidkommer, heldst ingen sådan och blott en enda Oration lärer finnas, på hvilken omdömet rörande Dorpat kan tillampas. Denna Oration har Titel: In auspicatissimos natales Regiæ Academiæ Aboënsis — — a vere augusta D:na Christina, Svec. Goth. Vandal. Regina electa - - augustissime et magnificentissime fundatæ et 15 Julij anno 1640 sollennissime inauguratæ. Oratio sollennis de Academiarum antiquitate et necessitate, quam in illustrissimo, magnificentissimo et amplissimo consessu Aboæ in auditorio Majori 4 die Aug. publice decantabat Pr-TRUS JOHANNIS UNGIUS Calm. Smol. Morn. Al. - Dorpati Livonorum Literis Acad. 1640. - och är tryckt i quart-format. Universitetets handlingar innehålla om densamma ingenting, så framt man icke ville så långt utsträcka betydelsen af följande ord, som i Protocollerne för 1640 förekomma, att något hithörande vore i dem innefattadt, ehuruväl hvad som förehades den 20, 21 och 29 Julii samt 5 Aug. finnes särskildt upptecknadt: "Den 17 Julij ageradhes här i Aboo een Comædia, directore Clariss: Dn: M. Michaele Wexionio, Polit. et Histor. Professore; Dagarne ther effter hölles någhra Orationes aff Studiosis." Af denna orsak och emedan det dessutom forefaller svårt att förklara, huruledes ett sådant Tal kommit att hållas i Åbo så långt efter Inaugurationshögtidligheterne, som d. 4 Aug. nämnde år, och ändock innan den nya läroanstalten derstädes var bragt i egentelig verksamhet

samt då Titeln angifver endast dagen, men icke året, på hvilket samma Tal ägt rum, hvarom ock de förnämste Bibliografer i så matto aro sig emellan skiljaktige, att t. ex. Schefferus, i Svecia Literata, Hamb. 1698, pag. 169, och Stjernman, i Aboa Literata, pag. 19, saga det hasva blisvit hållet i Abo d. 4 Aug. men utgisvet' i Dorpat 1640, hvaremot Warmholtz i Bibliotheca Historica Sveo-Gothica, 15:e Del. sid. 119, N:o 9215. auför tryckningsåret 1641; har jag, som icke kunnat öfverkomma sjelfva arbetet, långe varit böjd att af berörde omståndigheter sluta till något misstag, antingen om orten, hvarest Talaren uppträdt, som, i fall detta skett 1640, troligare kunnat vara Dorpat, der han jemval, åtminstone år 1635, studerat *), eller om tiden, med afscende på hvilken åter, så framt frågan gåller Åbo, tanken snarare faller på 1641. Numera, sedan Professoren, Bibliothekarien och Riddaren Schröder, uppå förfrågan, välvilligt meddelat mig, jemte utförlig afskrift af ofvan anförde Titel, den underrättelse, att det exemplar af Ungii Oration, som finnes i Kongl. Universitets-Bibliotheket i Upsala, icke allenast har trycknings-orten och året på sätt, som samma afskrift visar, tydligen utsatte, utan ock är försedt med en Dedication, daterad Abogice Finlandorum d. S Aug. 1640, ester hvilken följer ett d. 4 Aug. samma år för tillfället gilvet Program af Professor Aesch. Petraeus, som var Abo Universitets förste Rector och intill d. 18 Maji 1641 innehade

^{*)} Se Gust. Sommelii Regiæ Academiæ Gustavo-Carolinæ sive Derpato-Pernaviensis Historiæ Particula X, pag. 144 N:o 33.

embetet, återstår dock hos mig intet tvifvelsmål i någondera af förberörde afseenden.

Af det foregående finnes, att Petrus Joh. Ungius vant en ibland de forste, som vid Universitetet i Abo blisvit såsom Studerande inskrifue, hvarom i öfrigt numera, sedan detta larosates äldsta Matrikel gått förlorad, närmare upplysning här sakuas, än att hans inskrifning skett under första Rektoratet, utan uppgift till hvilken af Nationerne vid Universitetet han blifvit räknad, hvilket skönjes af en i behåll varande Index in Matriculam Academia Aboënsis, som framl. Professoren Joh. Leche år 1750, medan han var Rector, for hela ditiutills forflutna tiden forfattat och de fleste af esterträdarene i embetet, eller andre, sedermera sortsatt intill den 30 October 1817, då ny Matrikel med anledning af nya Universitetshusets invigning borjades. Vid sadant forhållande och som Ungius på oftanamnde Titel kallas Calm. Smol. *, torde det förtjena anmärkas, att hans namn likväl icke förekommer i Album Studiosorum Smålandicæ Nationi ad inclutam Academian Aboensem adscriptorum, som, sedan den, genom alla efter åtskilliga Svenska landskap förut olika benämnda Nationers sammausläende sluteligen till en enda, år 1798, med namn af Sveogothiska, upp-

^{*)} Förmodeligen var han son af Superintendenten i Calmar Johannes Petri Ungius. Tilläggas må att Morn. Al. som älven förekommer på Titelbladet, betyder Mornayorum Alumnus och systar deruppå att författaren i Sverige åtnjutit, eller kanske innehade ännu, ett af Famillen De Mornay stiltadt Stipendium för studerande ungdom ifrån Calmar.

komna alldeles upphört, numera förvaras i Kejserl. Alexanders Universitetets Bibliothek. Orsaken inhemtas dock tillika här, då Nations-Matrikelus nästföljande Titel, som lyder: Catalogus eorum, qui, ex studiosa Smolandiæ juventute vel circa ipsa Academiæ Christinææ primordia et Sollemnia Instaurationis Aboæ vixerunt vel inde ab illo temporis articulo in numerum Studiosorum ibidem relati sunt. Quem anno 1731 mense Sextili indulgente Magnifico h. t. Rectore Mag. Johanne Haartman Philos. Theor. Professore Reg. et Ord. ex Albo Academico, diligentia qua potuit, excerpsit et adornavit Petrus Folin Curator Nat. Smol. äfven företer orden: (Notandum vero, inevitabilem huic Catalogo adhæsisse imperfectionem; partim, quia Rectores Magnifici non ubique nominibus adscriptorum Civium Academicorum apposuerint Nationis, e qua fuerint oriundi, indicium, unde fieri non potuit quin eadem nomina prætermitterentur; — — —)

Ester denna utslygt isrån husvudämnet, för hvilken jag hoppas vinna ursäkt af dem, som icke försmå någon, om än mindre
hetydande, upplysning rörande sällsynta skrister, antingen tryckta,
eller någorstädes endast i handskrist förvarade, återgår jag till mitt
egenteliga föremål, med erinran, att ofvanintagne Contract utvisar,
hvem det var, som i krast deraf blef den förste Boktryckare i Finland. Redan härigenom är denne man märkvärdig för oss Finnar;
men genom den skicklighet och drist, hvarmed han icke allenast
bragte vårt Boktryckeri i gång, utan ock till den i detta land nyss
väckta Litteraturens sanna båtnad i elsva års tid skötte sitt kall,

har han förvärfvat sig ännu mera och allmännare gällande auspråk på uppmärksamhet.

PETER WALD föddes år 1602 i Junii månad, omkring midsommarstiden, å Wålsätra eller Wårdsätra, en egendom, belagen en half mil ifrån Upsala, fordom tillbörig de namnkunnige Antiquarierne Johan Buræus och hans måg Johan Axehjelm, men för det närvarande ett af Upsala Akademis gods, af "Elnlige och Gudfruchtige Föräldrar" *) Erich Pederson och Anna Larzdotter, förmodeligen boudefolk, hvilka, så snart de "förnummit honom till något förstånd vara kommen, att han kunde lära läsa", satte honom i nämnde stads Skola, för "att lära läsa sina Christendoms stycken, och sedan uthi andra bookeliga konster blifva undervisad", samt någon tid derefter skickade honom till Skolan i Enköping. Härifrån blef han dock snart åter af dem tagen hem till Upsala och fick så å nyo i Skolan derstädes fortsätta sina studier; men när han begynt som bäst i dessa förkofra sig, föll han i en häftig sjukdom, af hvilken han länge besvärades, "synnerligen till Hufvudet", hvarföre han nödgades upphöra med studerandet och gaf sig i lära hos Akademie Boktryckaren Acschil Mattsson. Med dennes tillstånd flyttade han sedermera efter någon tids forlopp till Boktryckaren i Westerås Olof Olofsson

^{*)} Dessa och i det följande eiterade ord i samma ämne äro alskrifne ifrån Personalia, som åtfölja Biskop Aesch. Petræi Likpredikan öfver Per-Wald, tr. i Åbo 1753, 4:0, hvilka ock ligga till grund för större delen af hvad jag om dennes lefverne har att anföra.

Helsingus, hvarifrån han vidare begaf sig till Stockholm och arbetade har ett ar hos Boktryckaren Christopher Reusner. Sluteligen återkommen till sin förste husbonde, erhöll han ock i hemorten sin första anställning såsom Föreståndare för ett Boktryckeri, nämligen det, som i Upsala var anlagdt af Theologiæ Professor Primarius Doctor Laurentius Olai Wallius, dod dersammastädes 1638 såsom utnämnd Biskop i Strengnäs, en man, hvars frejdade namn Finlands lärdomsidkare hafva dubbel auledning att vorda, då de tacksamt erinra sig den varma tillgifvenhet för deras yrken, som ifrån honom gått i arf till sonen, Kongl. Rådet och Presidenten i Svea Hosrätt Gresve Lars Walleustedt hvilken ifrån d. 25 Mart. 1693 till sin död d. 16 Nov. 1703 var Canceller for Abo Universitet. Hvilket år nämnde Boktryckeri, hvarifrån många, så väl den lärde och arbetsamme egarens, som andras skrifter aro utkomne, må hafva blifvit inrättadt, kan jag icke saga, ej heller nar Wald emottagit det, heldst dennes befattning dermed alldeles icke omtalas i förut åberopade Personalierne öfver honom; men att han varit den förste som förestått detsamma, sages i Kort Berättelse om Bok-Tryckeriets begynnelse och fortgång, i gemen och äfven uti Swerige, då åhr efter Christi bord, MDCCXL, des tredje Jubilæum uti Europa firades. Framgifven af Carl Lengren. Stockholm 1740. 4:0 sid. 12, 56), och af Titelbladet på Oratio de magna illa virtute, quam Sinceram appellamus Pietatem, prout in --Jona Nicolai Kylandro, - - Diœcesis Lincopensis Episcopo -- floruit ac viguit, meritissime commemoranda, --

habita ab — — Petro Jonæ Agrivillio, — —. Ubsaliæ, Typis Wallianis, Excudebat Petrus E. Wald. Anno M. DC. XXXI. det äldsta mig bekanta arbete, på hvilket denne Boktryckares namn är utsatt, ses, att han åtminstone redan det derå uppgifne året 1631 var it verksamhet, såsom Föreståndare för i fråga varande Tryckeri. Att Wald i denna egenskap kallat sig Exscriptor, berättas i Historiola Artis Typographicæ in Svecia, under Professor Fabian Törners Præsidium utgifven af Joh. O. Alnander i Upsala 1722, sid. 52; hvarmed dock näppeligen en Titel, eller något mera menas, än hvad som innefattas i orden Typis Exscribebat Petrus Wald, hvilka förekomma åtminstone på några af de första skrifter, dem han i Åbo tryckt.

Så väl Alnander som Lengren uppgifva, att WALD 1635 lemnat Upsala, för att i Westerås emottaga det Boktryckeri, vid hvilket han icke längesedan under en annans inseende arbetat, men som nu, efter dennes afgång *), någon tid saknat Förestån-

^{*)} Nämnde författare hafva ansett Olof Olofsson såsom afgången redan 1628. Den förre anför, sid. 56, härom ur Joh. Olai Dalekarli eller Stjernhöks Elenchus librorum, Arosiae inter annos 1621. et 1628. impressorum dessa ord: "1621 in Novemb. kom Boktryckaren Oloff Olsson till Westerås; sedan drog han bort til Stochholm effter Mårmässan 1628. och blef död peste." Den sednare säger, sid. 17, 60), bestämdt att mannen "1628 dödde af Påsten." Men att dessa uppgifter icke äro pålitlige, finnes af två vid Gymnasium i Westerås d. 3 Febr. och 3 Martii 1630 försvarade Disputationer, i Marklins Ad Catalogum Disputationum in Academiis et Gymnasiis Sveciae Lidenianum Supplementa pag. 82 upptagne under 5:d och 5:k, som äro tryckte af Olof Olofsson och

dare. Den forre aberopar (sid. 57) Biskopen i Westeras Joh. Rludbeckii försvarstal eller förklaring inför Sveriges Rikes Råd år 1636, såsom den källa, hvarutur underrättelse härom kan hemtas, såvida deruti nämnes, att Westerås Gymnasium eller Domcapitel efter Olof Olofssons död ingen Boktryckare haft förrän sednast förlidne Mariæ födelsedag. Af Walds Personalier, i hvilka förmäles, att han med beröm uti sju år förestått sitt embete i Westeras, sasom det af Biskopen derstades honom gifne Testimonium "til det Högwördighe Capitelet i Abo" utvisade, kan ock slutas, att han redan om hösten 1635 kommit till förstnämnde ort, emedan här näppeligen kan vara fråga om något sednare vittnesbörd, än det han medhaft vid öfverflyttningen till Finland, hyilken skedde 1642, såsom efteråt skall närmare utredas. Då nu härtill kommer, att nämnde Helgedag af ålder kallats Mormessa eller Marmassa, lärer det få tagas för afgjordt, att felskrifning eller oriktig läsning af detta ord är orsaken dertill, att i dess ställe "Warmesso" förekommer på sidd. LXVI, LXVII och CLXXI af det Utdrag ur 1636 års Råds-Protocoll, som finnes tryckt i Sjunde delen af Handlingar rorande Sveriges aldre, nyare och nyaste Historia, hvaraf skulle följa att Westerås först om våren samma år fått sig ny Boktryckare, emedan Biskop Rudbeckii yttrande härom hörer till Råds-Protocollet för d. 21 Junii och

at hvilka den förra har sistnämnde årtal utsatt såsom tryckningsår. Att Boktryckeriet i Westerås samma år afstannat, kan ock deraf slutas, att alla närmast efter de två nyss nämnde vid Gymnasium derstädes utgifne Disputationer, som äro kände, finnas vara tryckte i Upsala.

22 Julii. Också har jag icke sett sednare årtal an 1635 utsatt på pagot of de arbeten, med hvilkas tryckning WALD haft befattning på Wallianska Tryckeriet i Upsala och på hvilka vanligen läses: Upsalia, Typis Wallianis, Excudebat Petrus Erici Waldius. De skrifter, som bära detta årtal, äro icke heller 13 till antalet *; hvarfore också på andra siden intet tvifvel, huruvida berorde befattning ens så länge fortfarit, bör uppkomma af det i öfrigt anmarkningsvarda forhållande, att åtskilliga arbeten, såsom Orationer och isynnerhet Disputationer vid Prestmöten i Westerås för åren 1631-1634, finnas, på hvilkas Titelblad står: Arosiæ, Excudelat Petrus Waldius Consistorii Typis ejusdemque Typographus **, utan att tryckningsåren aro utsatte. Troligtvis aro namligen dessa, likasom många andra ifrån samma Tryckeri under Biskop Rudbeckii tid utkomna skrifter, sednare till trycket befordrade, for det att Boktryckare på stället saknades, den tid de blefvo sorsattade eller egenteligen behöst utgisvas. Beträffande deremot de tranne arbeten af Wallius, som Stjernman, i Bibliotheca Suiogothica Tom. II pag. 311 Nine 49 och 50, säger vara i Upsala tryckte af WALD 1637, bör, till förekommande af den mening, att samme Boktryckare aunn då skulle fortfarit med förvalt-

[&]quot;) Sasom exempel kunna Wallii under Nine 38, 39 och 40 i Lidens Catalogus Disputationum, in Academiis et Gymnasiis Sveciæ — habitarum Sectio I pag. 534, samt under Nine 39:b, 40:c och 79 i Marklins Supplem. pagg. 30, 31 upptagne Disputationer ansöras.

^{**}) Se N:ne 8 och 9 hos Liden, Sectio V, pag. 11, N:o 7:b i Marklins Supplem. pag. 98 och Stjernman Bibliotheca Suiogothica Tom. II pag. 103 N:o 42.

ningen af Wallii Tryckeri, aumärkas, att uppgiften härrör af misstag, såvida, enligt mig meddelad underrättelse, på Upsala Kongl. Universitets Bibliotheks väl behållna exemplar af dessa arbeten skull stå blott: "Upsaliæ, Typis Wallianis, 1637."

Huru mycket oftanämnde Rudbeckii kallelse för Peter Wald att öfvertaga Boktryckeriet i Westerås, bidragit att gifva dennes ytterligare företag och lefuadsöden den rigtning, hvarigenom han sluteligen kom att stadna i Finland, faller i ögonen vid närmare öfvervägande af flerehanda förhållanden, som leda till inseende deraf, att den i så många afseenden utmärkte och förtjente Biskopen äfven till vårt fosterland sträckt sin otröttliga verksamhet för allmänt väl och isynnerhet den vettenskapliga bildningens fortgång *). Såsom Hofpredikant åtföljde Rudbeckius Konung

^{*)} Ibland andre, som skildrat den märkvärdige maunens lefverne och förtigenster, intaga tvänne, på lika upphöjd plats i Svenska Kyrkan som han utmärkte häfdatecknare, Biskoparne Daniel Herveghr och Frans Michaël Franzén irämsta rummen. Såsom Lector vid det Gymnasium, hvars egenteliga grundläggare Rudbeckins var, har den förre öfver honom iörlattat den lelvernes beskrifning, som i Linköpings Bibliotheks Handlingar upptager sidorne 283—364 af andra Delen. Att den sednare på Svenska Akademiens vägnar tecknat hans Minne, af Författaren uppläst på Högtidsdagen d. 20 Decemb. 1832, och sedermera tryckt i Akademiens Handlingar ifrån år 1796, 15te Delen, sidd. 65—219, är väl icke till anledningen någon gärd af tacksamhet ifrån Finlands sida; men mästarehanden, tillhörande en ibland detta lands söner och en af det Finska lärosätes största prydnader, i hvars första sammansättning föremålet för teckningen sannolikt haft betydlig del, har sålunda i sjelfva verket

GUSTAF ADOLF i fült ären 1614 och 1615 till Ingermanland, Estland och Listand, och den uppmärksamhet han redan då skänkt åt allt hvad som angick isynnerhet Religiousärenderne i dessa landskap, förenad med den skicklighet att ordna Kyrko-angelageuheterne, hvaraf han sedermera såsom Biskop aflagt så många och utmärkta prof, föranledde utan tvifvel Konungen att åt honom anförtro det vigtiga uppdrag, att närmare undersöka Församlingarnes tillstånd i Sveriges nyss namnde Östra Provincer, hvilket han på en Visitationsresa år 1627 fullgjorde, så vidt omständigheterne medgafro, af hvilka han hindrades att sträcka sine åtgärder långre an pagot litet utom Reval och dess Stift. Vid dessa tillfällen togs vägen till någon del genom Finland, med hvilket således äsven bekantskap gjordes. Då frågan om detta lands forseende med ett Universitet uppkom, hade ock Rudbeckii nitiska omsorger för undervisnings-anstalterne i sitt Stift redan burit så vackra frukter, att de icke kunde annat an oka fortroendet till hans vishet och erfarenhet hos alla, som sträfvade till lika mål. Såsom Lagman öfver Westmanland och Dalarne hade Grefve Brank säkert inhemtat tillsörlitligare kännedom om förhållandet, än någon annan; och hvar fanns då någon närmare och på en gång skickeligare att gå honom tillhanda med råd och dåd angående Finlands behof af högre själsodling, än Biskopen i Westerås? Samma angelägenliets nitiske befordrare, Biskopen i Abo Isaac Rothovius, stod troligen ock ända ifrån sin tjenstetid såsom Pastor i Nyköping i nä-

företett ett skönt prof af hvad Finnarne härigenom vunnit och tillika ett mera talande bevis af erkänsla, än alla loford.

ra förbindelse med Rudbeckius. Att den sistnämnde afven måtte hafva erhållit verkeliga uppdrag, åsvstande Åbo Universitet, och huru förtroendet motsvarades, framlyser för öfrigt deruti, att af de nio ibland första Professorerne, som voro födde i Sverige, hörde fyra jemte förste Adjuncten till det Stift, som af honom styrdes, och de fleste af desse hade varit hans lärjungar, eller under hans inseende studerat, eller genom hans uppmuntran, understöd och bemedling vunnit flera tillfällen att förvarfva sig den högre bildning, som svarade emot deras lyckliga natursgåfvor, eller ock kommit till de befattningar, ifrån hvilka de nu kallades till lärare vid den Finska Högskolan. Företrädesvis kunna här såsom exempel de två stjernorne af första storleken, Stjernhök och Johannes Elai Terserus den äldre, anföras. Visserligen hade den förstnämnde redan tio år förut blifvit tjensteman i Finland och längesedan grundlagt en ryktbarhet, som nog sjelf banade sig väg till de högt uppsatte man, af hvilka det nya laroverkets ordnande berodde; men då han för sina studier vid Upsala och flera främmande Universiteter erhållit så väl understöd af Biskop Rudbeckius sjelf, som ock på dennes förslag andra medel, stående under Westeras Domcapitels disposition, emot afgifven förbindelse, att ester återkomsten ej träda i tjenst annorstädes än vid samma Stifts Gymnasium *, hvarest han ock var anställd, då han till Assessor i Abo Hosrätt utnämndes, kunde han redan då icke betraktas annorlunda än såsom en skänk åt Finland af samme Gymnasii Ephorus, hvars kända omsorg, att det aldrig måtte sakna ut-

^{*)} Linköpings Bibliotheks Handlingar, 2:a Del. sid. 309

märkt skickelige och verksamme lärare, måste gälla såsom ett af de kraftigaste bevis på uppoffringens värde, med detsamma den här visar sig fullkomligt fri ifrån egennytta och ensidighet. Samma beredvillighet att uppoffra närmast för hand varande fördelar, till befordrande af ett allmännare och af mera trängande behof påkalladt gagn, röjer sig äfven deruti, att Rudbeckius åt Finland afstod sin så till sägandes egen Boktryckare, om ock Initiativet till underhandlingen med denne skulle hafva utgått mindre ifrån Biskopen, än ifrån de Svenske lärarene vid Universitetet, hvilka kanhända i sitt fådernesland personligen lärt känna mannen, som var i fråga.

Men innan vi följe Peter Wald till Finland, böre vi kasta en blick på hans verksamhet i Westerås, hvarest han med lika drift som förnt i Upsala, fortfor och besörjde tryckningen af de många skrifter, som ifrån dervarande Domcapitels eller Gymnasii Böktryckeri den tiden utgåfvos, till största delen af Biskopen, eller på hans föranstaltande. Ibland dessa hafva förnämligast tre, dels i och för sig sjelfva, dels ock särskildt för Finland, isynnerhet vid närvarande tidepunkt, en särdeles märkvärdighet, hvarigenom en naturlig öfvergång för berättelsen vinnes.

Till ursprunget äldst, såsom daterad "Nauffwen then 24 Augusti Åhr 1614." är Een kort Beråttelse och Undervisning. Om Wår Christeliga Troo och Gudztienst uthi Swerige. ———skriffuin Til the Ryske Präster och gemene Försambling uthi Iwangorodh, såsom ock andre aff samma Troo och Mening,

nthaff Konung Majestetz til Swerige, etc. Hoffpredikanter. Johanne Rudbeckio Nericio et Jona Palma Austroburgio.

— Tryckt i Westerås aff Peder Erikzson Wald, medh Capitels Tryck, åhr 1640. 4:0. Ännu tydligare än denna Titel ådagalägger Dedicationen till Konung Gustaf Adolf, dat. Stockholm d. 2 Jan. 1616, att arbetet är en frukt af Rudbeckii ofvanföre omtalade vistelse i Sveriges, dels äldre, dels nyss eröfrade, Östra besittningar. Det utgör tillika ett märkvärdigt bevis på den i Riket rådande Kyrkans, tidehvarfvet egna, sträfvande till envälde *). Tryckningsåret, för oss så minnesvärdt i anseende till invigningen af det lärosåte, vid hvilket samma person, som då lade hand vid tryckningen af denna, Finland isynnerhet rörande skrift, snart skulle här beträda den bana, på hvilken han blifvit föremål för vår närmare uppmärksamhet, har gifvit mig ytterligare anledning att nu nämna densamma.

Ännu närmare till Finland ledande öfvergångspunkt företer en minnesteckning, med Titel: Manibus Erici Petri Drivii Arosiensis Qui in Hollandiá in Flumine Goudá submersus obijt die 25. Augusti Anno 1631. Juvenis singularis Exempli, ingenij, modestiæ, probitatis, etc. Agnati sui et discipuli olim Charissimi parentat M. Johannes Olai Dalek. V. V. V. Arosiæ Excudebat Petrus Valdius, Consistorii Typis ejusdemque Ty-

^{*)} Jemf. Handlingar till Upplysning i Finlands Kyrko-Historia — utgifne af Wilh. Gabv. Lagus: Ny följd. Första Häftet. Sidd. 24 och följande.

pographus. 4:0. Dedicationen till den aflidnes fader, Prost och Kyrkoherde i Arboga, är nämligen daterad ifrån Åho d. 15 April 1632 af den då redan här bosatte Författaren, fastän utan all tvifvel sednare ifrån trycket utgifven.

På det tredje af ifrågavarande arbeten, hvilket knappt hunnit i dagsljuset, innan det väckte ett lika obehagligt, som oförmodadt uppseende, faller uppmärksamheten vid detta tillfälle likasom sjelfmant, men af alldeles olika och fullkomligt glädjande anledning, då Finlands folk, med sin för sann upplysning varmt nitälskande Monarks Nådiga bifall samlat sig att högtidligen tacka Gud för det ljus, som i tvåhundrade år ifrån vår Högskola utgått och ingen utan lifligaste fagnad sett lärdomens högsta, men anspråkslösa, belöningar emottagne af de förste medborgare i Staten, i bredd med Sånggudinnornas unge dyrkare, vid nu anställda Promotioner i alla Faculteterne. Det har följande långa Titel: Privilegia Quædam Doctorum, Magistrorum, Baccalaureorum, Studiosorum Et Scholarium Omnium, Quibus In bene constitutis Regnis et Rebusp. cum alibi, tum in Patria nostra Charissima, Dei gratia, et Laudatissimorum Dynastarum Clementia et longa consuetudine hactenus gavisi sunt et etiamnum gaudent. Itemque Sacerdotum, Chaldeorum, Magorum, Gymnosophistarum, Philosophorum et Druidum Dignitas et Immunitas apud diversos populos et Nationes, cum Ethnicas tum Christianas. Porro etiam Academiarum et Universitatum quarundam, in Italia, Gallia, Germania et Suecia, Immunitates

et Privilegia olim et nuper data. Et denique Ministerij Ecclesiastici in Inclyto Regno Suecice a pijs Regibus et Regni Proceribus quondam, et etiamnum in multis, benigne concessa et indulta. A Joh. Rudh. N. olim in Acad. Ubs. Prof. P. Nunc v. Episcopo Arosiensi Fideliter collecta et exscripta, et demum Typis excusa Arosiæ a Petro Waldio Consistorii Typographo. 4:0. - Har förekommer egenteligen intet annat än hvad Titeln ock lofvar, en historisk framställning af de rättigheter och förmoner, som de lärde i allmänhet och läro- eller andeliga ståndet isynnerhet i alla tider och länder, samt förnämligast i Sverige, i kraft af öfverhetliga stadganden eller enligt gammal sed åtojutit; men Rikets dåvarande Aristokratiske Styresmän, som både i företaget och dess utförande tyckt sig märka samma Hierarkiska syftning, som i några Biskop Rudbeckii yttranden och steg vid andra tillfällen röjt sig, tydde åtskilliga ställen i boken såsom icke allenast förgripelige emot en eller annan af dem personligen, utan ock ledande till rubbning af regeringssättet samt gynnande Catholicismen. Författaren ställdes derföre under det tilltal, med anledning af hvilket han till sitt försvar afgaf här förut sid. 543 omnämnde förklaring. Beslutet blef, att skriften skulle supprimeras, alla utspridda exemplar deraf samlas tillbaka och till Kongl. Cancelliet inlemnas, samt Boktryckaren till vinnande af visshet om upplagans storlek edeligen höras. Huru noga allt detta fullgjordes eller efterverlden hållit sådant i helgd, synes emedlertid tvifvelaktigt, då arbetet, ehurn visserligen sällsynt, likväl oftare anträffas, än man efter

en sträng indragning kunde vänta, heldst endast några få exemplar hunnit förut utdelas och upplagan var ganska inskränkt. De i Kongl. Rådet, under det saken förehades, ifrån d. 31 Maji till och med d. 22 Julii 1636 förde Protocoller upplysa nämligen, att för utgifvarens rakning icke flera an sjuttio exemplar blifvit tryckte, utom hvilka Boktryckaren afdragit tvänne, samt att deraf icke mera an omkring femton exemplar blifvit utdelade, hvilka dels den förre till Kongl. Regeringen och någre af Riksens Råd samt fyra af Biskoparne öfverlenmat, dels den sednare till två eller tre andra personer utgifvit *. Af samma Protocoller inhemtas for öfrigt, att nágra ark af ifrågakomne arbete blifvit tryckte redan 1627, innan PETER WALD emottagit Westeras Stifts Tryckeri, men det öfriga ester det sådant för sig gått, samt att således uppgisten på Titelbladet, hvaraf icke annat kan förmodas, än att tryckningen hel och hållen blifvit af honom verkställd, tål någon inskränkning hvoremot fulländningen och utgifvandet bör räknas till året 1636, såsom ock Dedicationens Datum d. 23 April samma år antyder.

Till upplysning angående denna bok torde härjemte förtjena anmärkas, hurusom Författarens förklaring **), att den ännu icke vore "complet" såsom "aff custode descripto" kunde ses, heldst ännu flere Privilegier funnes att tillägga, äfvensom att i händelse

^{*)} Se Handlingar rörande Sveriges äldre, nyare och nyaste Historia, Sjunde Deleu, sidd. XXII-CLXXXVIII.

[&]quot;') Samma Handl. sid. LXXIII.

något behöfde "expliceras", detta ännu kunde göras "uthij Epistola ad lectorem", den han "consulto innehollit", svårligen kan, såsom i Rudbeckii Minne*) antagits, systa på sista sidan, så framt icke exemplar finnas, annorlunda inrättade, än det jag har för mig. Detta, tillhörande Kejserliga Alexanders Universitetets i Finland Bibliothek, hestår af nio ark och är fulleligen afslutadt, så att sista sidan icke har någon Custos, hvaremot första arkets In Priv., som icke motsvaras af första orden på det andra, likasom röjer att här något annat, kanhanda Företalet, varit ämnadt att få plats; hvarföre ock meningen med nyss auförde förklaring synes vara rättare uttryckt genom orden: "Så är och ännu intet tillsatt någon præsation, icke heller något endtligitt skett, effter som libri custos uttwijser" **). Dessutom hafva arken F och H, med hvilka särskilda delar af samlingen slutas, hvardera sin Custos; med anledning hvaraf mig förekommer sannolikt, att förenämnde antagande härrör af något ofullständigt exemplar, hvaruti någondera af dessa ark, eller begge, saknats. Detta förhållande blir ännu troligare, då i Noten under sidan 113 af Minnet läses, att den ryktbara boken ock har denna kortare Titel: Privilegia Ministerio Ecclesiastico in inclyto Regno Sveciæ, a piis Regibus et Regni proceribus quondam benigne concesso et indulta, hvilken dock utgör öfverskrift på endast den del af Privilegii samlingen, som i arken G och

^{*)} Svenska Akademiens Handlingar ifrån år 1796, Femtonde Delen, sid.

^{**)} Handl. rör. Sverig. äldre, nyare o. nyaste Hist. sid. LXXXV.

H innefattas och iche kan, utan inskräukning af begreppet om verket i sin helhet, sådant som fullständiga Titeln gifver tillkänna, sättas i dennes ställe.

När vår Walds befattning med Boktryckeriet i Westerås må hafva upphört, vet jag icke med visshet, men håller för sannolikt, att den blisvit fortsatt, om icke intill dess hans nya förbindelse med Universitetet i Abo trädde i full kraft, åtminstone så länge ingen öfverenskommelse härom ännu var träffad, och säkert är, att han icke annu "1640 begisvit sig till Abo", oaktadt Lengren, sid. 13, 61), så förmäler. Når han först dit ankom, är ofvanföre namendt och dessutom finnes en Oratio de Temperantia et eius præcipuis speciebus, af Johannes Nicolai Arosiensis hållen i Westerås d. 21 Martii 1641 och tryckt dersammastädes af WALD samma år, hvaremot hans esterträdares Eucharii Lauringeri namn mig veterligen icke förekommer på något ifrån samma Tryckeri utgånget arbete före 1642, hvilket år om hösten den förres egenteliga bosättning i Abo ock ägde rum. Detta ådagalägger Consistorii Protocoll for d. 6 Aug. sistnämnde år, hvarest låses: "Effter Tryckaren är nu medh hustro och bohagh ankomen, och effter Contractet begerer houom måtte skaffas hussrum, ther han kan blifva uthi; Blef beslutit at Notarius Acad. gör sin flijt och förnimer hvar man for billigast Hyra, En Stugu, bodh och Kellare til hans behoff kunde finna." Lengreus forberorde uppgift finnes älven rättad sid. 16, hvarest han om Åbo säger: "Sedan Gymnasium härstädes 1640 blifvit förbytt till Academie, wardt - .

1642. Petrus Waldius — — första Academiæ Boktryckare härstädes."

Att husbyran, som på omförmäldte sätt betingades, jutgjort 20 Daler Kopparmynt, ger Protocollet för den 22 påföljande Martii auledning att formoda; men hvad WALD erhållit i betalning för den Press med dess tillbehör, som han, enligt Contractet, troligen anskaffat, är obekant. Vidkommande åter Stilarne, finnes väl i Protocollet för d. 6 Aug. 1642 antecknadt: "Emedan at här felar 85 Ridr, hvilka skrifftgjutaren i Ståckholm, Petter von Selow hafva böör, för åthskillige Stylar som han af nyjo gutit hafver, och Academien nu i hastighet inthet hafver penningar hvar medh thee 85 R:dr kunna betalas" m. m.; men om denna Summa utgjorde hela värdet, eller endast en återstod af köpeskillingen, är icke utredt. Emedlertid lärer detta, sammanlagdt med hvad nyssnämnde Contract innehåller, äfvensom med den kort efter berörde Stilars ankomst förda klagan öfver deras otillräckelighet, så att icke mera än ett halft ark af samma sort i sender kunde uppsättas *), så tagas for bevis, både att Boktryckeriets anlaggning skedde till det mesta, om icke helt och hållet, på Universitetets bekostnad, och att Boktryckaren icke sjelf ägde något stilförråd af betydenhet, åtminstone i början. Något häremot gällande vittsord kan Professor Bilmarks uppgift **), att förste Boktryckaren haft eget Tryckeri, hvilket sedermera öfvergått till Universitetet, som då beviljat honom

^{*)} Consistorii Protocoll for d. 2 Nov. 1642.

^{**)} Hist. Reg. Acad. Aboëns. pag. 53.

årlig lön, på det Akademiska kunskapsprof måtte erhållas till billigare pris, så mycket mindre äga, som den icke allenast är alldeles obestyrkt, utan ock strider emot Universitetets Stat, på hvilken ända ifrån lärosätets början lön för en Boktryckare finnes upptagen.

Det först anskaffade förrådets otillräckelighet fortfor utan tvifvel länge att inskränka Boktryckeriets brukbarhet, emedan penninge-tillgångarne medgåfvo alltför ringa utvidgning. Sednast åberopade Protocoll for d. 2 Nov. utvisar väl, att Hennes Kongl. Maj:t "nyligen dertil en påst försträckt och gifvit," huru stor vet man icke; men den åtgick troligen till auläggningskostnadens betäckande, och något auslag af allmänna medel för ytterligare behof erhölls icke, förrän genom Kongl. Maj:ts Nådige Resolution oppå Academiens i Aboo underdanigst andragne ahrender, gifven i Stockholm den 23 Octobris Anno 1646, hvaraf Originalet finnes ibland Academieus samling af Kongliga och Cancellers Bref, i nionde Momentet 200 Daler Svenskt Silfvermynt blefvo beviljade. Huru litet likväl af denna Summa kunde för Boktrvekeriet påräknas, är icke svårt att inse, då den var gifven, såsom orden lyda, "på thed Academiæ byggninger så mycket bätter uuderhållas måge, och tryckedh tillika medh bibliothekedh kunna ståå till att förbättra," samt således borde för många olika behof användas, af hvilka flere en tid bortåt måste auses för mera trängande än Tryckeriets, särdeles så länge reparationen och inredningen af det hus, hvaruti Universitetets, genom Generalen Thorsten Stalhandskes ansenliga Donation kort förut förökade, eller snart sagdt grundlagde, Bibliothek skulle få plats, fortfor *). Detta oaktadt finner man, att Consistorium Academicum med prisvärd beredvillighet tid efter annan lemnat understöd och förlagskostnad åt en medellös Studerande ifrån Östergöthland, vid namn Sven Gelzenius, som nyssnämnde år 1646 åtagit sig att gjuta, ditintills i Universitets-Tryckeriet alldeles felande, Grekiska Stilar, samt, när detta åtagande blifvit nöjaktigt så till vida fullgjordt, att sådane Stilar till något mera än ett halft ark voro färdige, icke saknat utväg att erlägga hvad som för arbetet ytterligare betalas borde, så att Gelzenius erhöll inalles 160 Daler förenämnde myntsort, ur Fiscus, dit berörde Statsanslag plägade ingå, och kanhända derutöfver hälften af de 100 R:dr, som Riksrådet Grefve Gustaf Gustafsson af Wasaborg till Boktryckeriets förbättring och isynnerhet förseende med Grekiska Stilar förärat **). Hvad sistnämnde

^{*)} Se förnämligast Porthan, Historia Bibliothecæ R. Academiæ Aboënsis, pag. 15 m. fl. följande.

^{**)} Om denna föräring upplysa Mich. Wexionii (Gyllenstolpe) Perbrevis Relatio historica, de incrementis Academiæ Aboënsis, åtföljande Natales Academiæ Aboënsis, samt tillika om Gelzenius och hans stilgjutning Vita Rothovii P. XIII pag. 193, 194, och Joh. Jac. Tengström Dissi de Viris in Fennia peritia litterarum Græcarum claris P. IV S. 12. Härtill kan läggas, att emedan vid Universitetets Räkenskaper finnes en Anordning af d. 25 Junii 1649 på 100 Dal. Kopp. Mynt, att ex Fisco utbetalas, som Gelzenius skulle "hafva uppå sitt arbete med schriftegjutande," hvilken han ock d. 28 i samma månad qvitterat, synes det i sistnämnde Disputation sid. 62 Not. qq) omtalade beslut af d. 20 nästföregående, att hos Canceller anmäla frågan om utbetalning af 150 Dal., dem Gelzenius då uppgifvit sig ännu hafva att fordra, kommit att förfalla,

Summa närmare beträffar, föranleda väl Consistorii Protocoller till antagande att Gelzenius bekommit sagde halft; men huruvida densamma, såsom varande ett förskott, hvilket bordt i Liqvid ingå, verkeligen blifvit afräcknad, eller icke, är tvifvelaktigt. I Statsböckerne eller Råkenskaperne, är berörde Donation icke upptagen och lemna de således hvarken hårom utredning, eller huru återstoden blifvit använd. Af dem inhemtas för öfrigt, att "Lådhan och Tafflan, som Tryckiaren M. Peer Waldh til thet Grekeska trycket hóoss

måhända elter ölverenskommelse om summans nedsättning, heldst hvarken i Registraturet något Concept till skrifvelse, eller ibland Universitetets samling af Cancellers-Bref något svar härom förekommer. Såsom upplysning beträffande samma och följande sida må derjemte nämnas, att Titelbladet på Jo. El. Terseri Disp. Il in Artic. III Augustanæ Confessionis, de Incarnatione Filii Dei, for hvilken Gelzenius pro Exercitio responderat, utvisar detta halva skett d. 24 Mart. 1648, samt att på dennes Brevis Declamatio super illum communem locum: Per augusta ad augusta, står: "quam und. Decemb. Anni 1644 enarravit", men nederst "Excudebat Petrus Wald Acad. Typogr. 1643." Hurn det i dessa årtal synbara fel bör rättas, kan jag dock icke säga. För öfrigt ses af en ibland Universitetets Räkenskaper förvarad Assignation, utgifven af oftanämnde Gelzenius, att han d. 20 Decemb. 1649 halt Examen Philosophicum, och af Quittencet, tecknadt d. 27 Febr. 1648 på en, med anledning al Consistorii Academici d. 9 i samma manad lattade beslut gilven, Anordning på 50 Dal. Kopp. Mynt af förberörde förskott eller understöd, "der medh att fortsättia thet han på thet Greeska Trycket hafver begynt att arbetha, och köpa hvadh han der till behöfver", att han på lika sätt, som vid löners och andra å Stat uppförde anslags utbetalning den tiden var vanligt, fått till en del i persedlar uppbära hvad honom sålunda tillkom, görande "efter Cronones verderingh 21 D. 16 rst. S. mt." nämligen: "Kjött 9 L:pund 6: 24 S. mt. Smöör 1 L:pund 1: 20. Spanin. 4 Tun, 9. Penningar 10 D. Kopp. 10 ör. 4: 4.-21: 16."

Snickaren M. Jören bestält hafver och låthet förserdigha," kostat 8 Dal. Koppar Mynt *).

För att erhålla någon utväg till afhjelpande af bristen på medel till Boktryckeriets förbättring, vände sig Wald med anhållan härom till Universitetets Canceller Grefve Brahe, hvilken derföre och med afseende isynnerhet på olägenheten deraf, att bestämd fördelning af ofvanberörde, till Tryckeriets, Bibliothekets och Byggnadernes underhåll gemensamt anslagne, 200 Dal. S. M. saknades, genom Bref, dateradt Åbo Slott d. 21 Julii 1648 tillade honom icke allenast 80 Dal. af dessa medel för 1647, utan ock jemna tredjedelen, eller 66 Dal. 21 rst. 8 p. framgent årligen **). I kraft häraf åtnjöt denne Boktryckare ock under hela sin återstående

^{*)} Se Anordningen af d. 29 Maji 1649 i Statshoken för åren 1648-1652.

^{**)} I saknad af Originalet, som troligen icke stadnat i Universitetets värjo, torde den afskrift, som i Archivet finnes intagen ibland en samling af Kongliga och Cancellers Bref samt åtskilliga Handlingar ifrån mycket olika tider, eller emellan 1624 och 1775, förtjena att här aftryckas, så lydande: "Wij Peer Brahe, Grefve till Wisingsborg etc. etc. Emedan Typographus här vid Academien Peer Wald sig besvärar ölver den defect som skal vara uti Trycket, och för dess fehl skull icke kunna så fort sättias, som det sig bör med mindre han adsisteras med en Post penningar till dess förbättrande, hvarföre och emädan hans Kongl. May.t ibland annat och till dess värks fortsättiande halver förordnat någre penningar; altså befinner man skäligt att Quæstor Academiæ med foderligaste af 647 åhrs samme förordnade penningar tillställer bem.te Typographo Ottatijo d.r Sölf.r M. och sedan åhrl. sextijo sex d. 21 ö. 8 P.g S. M.t till dess fortgång och vidare Ordre, dock skall bem.te Typographus vara förplichtat dem som vederböra åhrl. derföre räckenskap göra, rättandes sig således här effter."

tjenstetid, eller för åren 1648 till och med 1652, sistnämnde Summa såsom bidrag till Tryckets Reparation; men af den honom tillika ålagde årliga redovisningen för densamma finnes i Universitetets Räkenskaper intet spår. Häraf och då icke heller någon klagan öfver brist sedermera förspordes, är det sannolikt att vederbörande, med fullt förtroende till Walds så väl redlighet som drift, pröfvat understödet vara lika nödigt som tillräckeligt för verkets underhållande i behörigt skick, samt derföre låtit saken bero endast på hans ansvar för försummelse härntinnan. Otvifvelaktigt lades likväl redan härigenom grund för den osäkerhet om hvad Universitetet, eller dess Boktryckare enskildt, tillhörde, som i framtiden blef ganska känbar, så framt icke allt hvad som för Inrättningens drifvande behöfdes, ännu var publik egendom.

Till iakttagande vid Tryckeriet har jag icke funnit något annat, utom hvad Boktryckeri-Contractet innehåller, under Peter
Walds tjenstetid föreskrifvet, än det på Poëseos Professoren Nicolai Nycopensis klagan "at Studiosi och andre låtha Tryckia
några Carmina, hvilka icke äre af någon corrigerade, altså hafver
han funnit någre feel i sådanne carminibus, the sendes sedhan,
uthan tviffvel, öfver til Sverige och andre orther och Acad. får
ther aff ondt nampn, behöfdes förthenskuldh en Corrector som
altijdh hadhe vakande öga på alt thet som tryckt blifver", d. 29
Maji 1643 af Consistorium Academicum fattade beslut, att "Tryckaren skal tilsejas, at han inthet trycker något, uthan han hafver
Professoris egen hand och befalningh på thet som honom lefvere-

res att afftryckia." Men också saknas största delen af Consistorii Protocoller för ilrågavarande tid numera, sedan eldsvådan i Åbo d. 4 och 5 Sept. 1827.

Hurudan tjenstegrad Boktryckaren vid Universitetet i början ansågs innehafva, kan till någon del slutas af Cousistorii Protocoll för d. 11 Junii 1642, då den ordning fastställdes, som vid
Rectorats ombytes gästabudet och bjudningen dertill borde iakttagas, hvarvid efter det de, som skulle Solenniter bjudas, blifvit uppräknade, finnes antecknadt: "Hvadh anbelangar Booktryckiaren,
Bookföraren och Bookbindaren, them må Rector genom sin egen
tienare låtha binda, om honom så sielf behaghar."

Utan tvifvel vore en omständelig Förteckning öfver de skrifter, som af Finlands förste Boktryckare härstådes blifvit tryckte, på sin plats i denna afhandling; men då de slesta af dem redan länge varit mycket sållsynta och numera svårligen annorlunda kunna anträssa, än spridda i Boksamlingar på slera särskilda orter, är jag, i saknad af tillgång till sådane skatter af betydeligare rikedom, än Kejserliga Alexanders Universitetets Bibliothek, ur stånd att uppgöra en slik nog pålitelig Förteckning öfver andra arbeten, än Akademiska Disputationer, rörande hvilka likväl Lidéns och Marklins bekanta Cataloger icke lemna något öfrigt att önska, och ser mig således nödsakad att inskränka mig till blott några så nppgister, som företrädesvis kunna sörtjena uppmärksamhet.

Hvarmed början att trycka hos oss blifvit gjord, kan väl af ingen för det närvarande utredas; men då föremålet för forskningen härom naturligtvis främst sökes ibland egenteliga Akademiska arbeten, gifves ofelbart skäl att åtminstone för ett ibland vårt Boktryckeris första alster anse:

Discursus Politicus de Prudentia tum Legislatoriá tum Politica seu Civili, Deo Ter Opt. Maximo benignè annuente, in novâ Academia Aboënsi exhibitus Præside M. Michaele O. We-kionio Polit. et Hist. Professore Pub-ordinario Respondente Enevaldo S. Pontano Smol. S. R. Mis Stipend. Ad quem ventilandum Reverendi Consultissimi et Clarissimi Domini Professores et Adsessores, præter ordinarios opponentes, amicè et officiosè invitati fuerunt In Auditorio Majori 18 Decembris 1641. Abogiæ Typis Exscribebat Petrus Wald Acad. Typographus, Anno 1642.

af 2½ ark in quarto, såsom tryckt innom första månaderne efter det Inrättningen kommit i gång. Samma arbete är dessutom märkvärdigt såsom den första vid Universitetet i Åbo offenteligen försvarade Disputation, nämligen redan före tryckningen, enligt hvad Företalet ådagalägger, åt hvilket jag af flera skäl trott mig böra här lemna ett rum:

"OMnes et singulos muneris sibi divinitus concrediti quotidiè memores esse oportere, ut recta ratio svadet, ita publica utilitas mandat; proinde cum partes docendi in novà hac Academia à S. R. M:te nohis (!) Clementissimè commissæ sint, nostrum est in id

sedulo incumbere et invigilare, ne ullam demandati officij particulam negligamus aut oscitauter tractemus: cumq. inter alia quæ constitutiones nostræ Academiæ à singulis Professoribus requirunt, etiam injunctum sit publicam quotannis unam alteramve Disputationem proponere quo juventus non tantum privatim' in hoc exercitij genere, quod et mentem acuit, et linguam informat, et veritatem aperit et animos modulosq. animi sensa in congressibus aptè proferendi conciliat: sed etiam publice periclitetur et exerceatur. Ne igitur hac in parte, Sudiosæ (!) javentuti nostroq. muneri deessemus, sæpiuscule in Senatu Academico deliberatum est. Omnes quidem progressum optavimus difficultates interim, remoras et incommoda per plurima, dum Typis destituimur, omnes vidimus: eos igitur magno cum desiderio expectavimus, et simul etiam commodiorem occasionem Disputationes proponendi. Et quia mediante S. R. M:tis munificentia, quæ etiam in hoc splendidissime nobis illuxit, de Calchographià in proximè sequaturum tempus vernale demum certiores facti sumus, placuit interea Disputationes pro re natà inchoare, ne Studiosorum commoda, quantum in nobis, diutius remoraremur. Venerando igitur Senatu Academico sic decernente primam nunc Disputationem propono: eamq. selegi materiam quæ et Professioni meæ congrua et tractatione dignissima est. Anno enim præterlapso, durante meå in beneficiarios regios inspectione, Philosophiæ moralis partem generalem, quæ de virtutibus et boms moribus agit, Disputationibus aliquot comprehendi et Stipeudiarijs proposai: Prudentice a. tractationem particularem huc usq. reservavi. Quam ceu omnium virtutum fasciculum, compendium et Epitomen mentis humanæ bonum perfectum à Seneca sppellatam: que sola preire et ad recte saciendum ducere à Platone dicitur: cui quicquid est famulatur ut Menader (!) inquit Prudentiam, inquam, præsenti discursu delineare satago. Constitueram equidem jam pridem exactam ejusdem tractationem exhibere; verum partim propter occupationum varietatem et multitudinem, partim ob temporis brevitatem, quia ante anni præsentis exitum Disputationem habere visum est, maxime quia per præli desectum, prolixior tractatus commode in lucem edi nequit, desiderio meo et aliorum expectationi in præsentiarum satisfacere non potui, quin gitur aptiori occasioni intendere cogor, et hæc ipsa etiam tum sub incudem revocare et augere non pigehit (!); ut Deo Opt: Max: successum largiente voto me aliquando ex solvam tractationemo. plenius absolvam. Faxit omnipotens aternus Deus, ut hac Disputatio non minus ac sequuluræ omnes in nominis Divini laudem, reipub: literariæ incrementum et totius Patriæ emolumentum vergant ac dirigantur !"

Till de äldsta i Åbo tryckta Akademiska skrifter måste ock följande Orationer räknas, alla med tryckningsåret 1643 utsatt, hvilket är det tidigaste, som på något dylikt arbete ifrån samma ort mig veterligen förekommer, och alla in quarto:

Oratio de ARDUA ET DIFFICULTATIS FLENA ERUDITIONIS CON-SECUTIONE, Quam Auspice S. S. Triade, In Regij Aboënsis Athenæi Auditorio Majore, XVIII Calend. Maij Anni partæ per Christum Salutis cIo. Ico. XLIII. frequenti consessu publicè pronunciabat Axelius Andreæ Both. Phil: Studiosus. — Horatius Ep. I. lib. I. Epist. Est quodam prodire tenus, si non datur ultrà. 3 Ark.

Brevis et succincta Commendatio Bothniæ Orientalis. Quam, In Regia Academia Aboënsi Anno 1643. 3 Maji in Auditorio Majori finitis precibus matutinis horâ octavâ publice enarrabat Martinus A. Wargius Both. 2 Ark.

Oratio de Temporis usu legitimo, nec non abusu vitio nimis frequente; In Regiæ Finnonum Universitatis, quæ Abogiæ est, Auditorio Majori 28. die Maji Anni currentis 1643. publicè habita ab Erico Pauli Ketarenio Aboá-Finlando. 3 Ark.

Oratio delineationem Magnanimitatis exhibens: Quam, Divina Affulgente Gratiá, In Regiæ Academiæ Finnonum, quæ est Aboæ, superiori Auditorio, prid. Non. Junij Anni 1643. Publicè Eloquebatur Enevaldus Suenonius Smol. S. R. M. Stipend. — Nulli virtus præclusa est, omnibus patet, omnes admittit, omnes invitat egenos, servos, Reges, et exules, non eligit domum, nec censum, sed nudo homine contenta est. Sen. ad Lucilium lib. 3. de benef. 2½ Ark.

Oratio de Sacrorum Exercitiorum necessitate et utilitate; Quæ Deo Duce atq. Auspice In Regià Academia quæ Abogiæ est, 26 Novemb. Anno 1643. in Auditorio Majori publicè habebatur à Laurentio J. Tvetovio Smol.—S. S. R. M.tis Stip. 1 Ark.

eget språk här utkommit:

Ibland Finska Boktryckeriets tidigaste Producter af åtskilliga andra slag måga nämnas:

Augustana Confessio, Id est, Confessio Fidei exhibita invictissimo Imperatori Carolo V. Cæsari Augusto in Comiciis Augustæ Vindelicorum Anno MDXXX Die XXV Junii. — Vid slutet står: Impressum Aboæ per Petrum Wald, 1643. — 41 Ark in quarto.

Nâgra Christeliga Boot Predikningar, hâldne aff Isaaco В. Rotnovio Episcopo Aboënsi. Tryckt i Åbo aff Peder Wald, 1643. — 5 Ark in quarto. samt de tvänne äldsta hitintills kända skrifter, som på vårt lands

Selityxet Joca-Pätwäisten Huomen-Ehto-ia Ruocalucuin eli siunausten, yxikertaisil Saarnoill edespannut Laurent. Petra Aboico Minist. Verbi Dei in Loimi-Joki. Chrysost. hom. 78. in Mat. To. 3. Perhen-Isändä wuotelda nostuans, älkän muuta ennen edzikö, waan cuinga coco hänen huonens Jumalan palweluxes caswon saisi. Ja Perhen-Emendä talon menost tosin waarin ottacon, waan weilä (!) enämin sen perän pyrkitön, cuinga caicki hänen perheens taiwalisi töitä tekisit. Lutherus: Per Deum vos moneo et rogo, ne hanc officii partem negligatis: sed hodiè incipiatis, si hactenus neglexistis. Präntätyt Turusa Petari Waldilda, Anno 1644. 16 Ark in quarto.

MUUTAMAT CHRISTILLISET SAARNAT Yhteisest-Synnin Tunnustoxest ia Hywiistisiunauxest, cocon-pannut à Laurentio Petri Aboico V. D. Min. in Loimi-Joki. Psal. 115, 13. Herra siuna ne cuin händä pelkäwät, sekä pienet että suuret. Herra siunatcon teitä enämmin ia enämmin, teitä ia teidän lapsian, etc. Pränttätlyt Turusa Petari Waldilda, Anno 1644. — 43 Ark in quarto.

Utsträckes frågan till sednare af WALD tryckta arbeten af största både omfång och vigt, tillkommer första rummet den i Finska Kyrkans häfder utmärkta samling af andaktsböcker, om $70\frac{1}{8}$ Ark liten Octaf, som under den allmänna Titeln:

Manuale Finnonicum, Se on: Muutamat tarwittawat ia aina käsillä pidettäwät Suomenkieliset Kirjat, Nyt Consistoriumin suostost ia suomast ahkerasti cadzotut: ja muutamis cappalis ojetut ja enätyt. Matth. 6. v. 19. Älkät tawarata cootco maanpäällä, cusa ruoste ia coit raiscawat, ia cusa warcat caiwawat ia warastawat: waan cootcat teillen tawarata taiwas, cusa ei ruoste eikä coi raisca, ja cusa ei warcat caiwa eikä warasta. Sillä cusa teidän tawaran on, siellä myös on teidän sydämen. Studio Jone Matt. Raumanni. Cunnialisen Miehen Sifre Salcon Radimiehen culutuxella (jolda myös näitä myydä löytän) Präntätty Turusa, Petar Waldilda, Anno 1646.

innefattar följande med särskilda Titelblad försedda:

Suomen Kielinen Wirsi Kirja, Enimmitten M. Jacobilda Suomalaiselda, ja Mascun Herr Hemmingildä Suomexi tehty.

Esa. 12. v. 5. Weisatca kijtost Herralle: Sillä hän on woimalPsal. idzens asettanut, se olcon tiettäwä jocaidzesa maasa.

lisest 47. v. 7. 8. Weisatcat Jumalalle, weisatcat meidän Cuningallem: Sillä Jumala on coco maan Cuningas. Eph. 5. v.
19. 20. Olcat täytetyt pyhällä Hengellä, ja puhucat keskenän
Psalmeista, ja Kijtos wirsistä, ja hengelisistä lauluista, weisaten ja soittain Herralle teidän sydämesän. Kijttäin aina Jumalata Ja Jsä, jocaidzen edestä; meidän Herran Jesuxen
Christuxen Nimeen.

EWANGELIUMIT IA EPISTOLAT, cuin Suomes cunakin Sunnuntaina, Juhlana eli Pyhäpäivänä coco Ajastajas luetan. Nijn myös Collecta, Graduale ia Rucous cuhungin Ewangeljumin sowitettu. Nyt Consistoriumin suosiost ia suomast ahkerasti cadzotut: ja muutamis cappalis ojetut. Cunnialisen Miehen Siffre Salcon Raadimiehen culutuxella (jolda myös näitä myydä löytän) Prantätty Turusa, Petar Waldilda, Anno 1646.

Catechesis Eli Christilinen Oppi, Coco Pyhäst Ramatust lyhykäisin capalihin coottu, Cuinga meidän pitä täällä, nijneuin Jumalan Canssan, Christillisest elämän, ja sijtte hänen tykönäns ijancaickisest antuana (!) oleman. Nuorille, oppiwaisille ja yxikertaisille, lyhykäisest, kysymyxis ja wastauxis, D. M. L. eld Selitetty. Psalm. 34. Tulcat tänne Lapset, cuulcat minua, Herran pelgon minä teille opetan: Cunnialisen Miehen Siffre Salcon Raadimiehen culutuxella (jolda myös näitä myydä löytän) Präntätty Turusa, Petar Waldilda, Anno 1646.

Passio Christi — Meidin Herran Jesuxen Christuxen Kärsimisen, Cuoleman, Hautamisen, Ulosnousemisen ja Taiwasen astumisen, Historia, neliäst Evangelistast coottu. 1. Pet. 2. Christus kärsei meidän edestäm, ja jätti meille cuwan, että teidän pitä hänen askeleitans noudattaman. Präntätty Turusa, Petar Waldilda, Anno 1047.

Jerusalemia Jumalan pyhän Caupungin, surkian ja cauhia häwitöxen Historia, Flavius Josephilda, joca myös idze
sijnä oli, Kirjoitettu. Zachär. 13. v. 1. Cadzo se päiwä tule
Herralle, että sinun saalis pitä sinusa jaettaman: sillä minä
olen cocowa vaickinaiset pavanat sotiman Jerusalemita wastan.
Ja Caupungi pitä woitettaman, huonet ryöstetän ia waimot
raiscatan: Matth. 24. v. 35. Toiwas ia maa hucku, mutta minun sanani ei piää huckanduman. Präntätty Turusa,

Rucous-Kirja, Johon monda jumalista ja tarpellista Rucousta ja Kijtossana, M. Jacobin Suomalaisen Rucous-Kirjasta otettu, ja nyt myös mualda coottu ja kätty on. Cotona ja Seuracunnas, Jumalata caickinaisten Säätyin ja tarwetten rucoilla. Jumalan cunniaxi; Christillisten, jumalisten ja hywäin suopain Suomalaisten tarpexi tehty. Psal. 18. Ahdistuxesani minä rucoilen Herra, ja pargun minun Jumalani tygö, hän cuule minun äneni hänen Templistäns, ja minun huton hänen edesäns, tule hänen corwijns. Cunnialisen Miehen Siffre Salcon Raadimiehen culutuxella (jolda myös näitä myydä löätän) Präntätty Turusa, Petar Waldilda, Anno 1647.

Att sysselsätta sig med många andra än Akademiska arbetens tryckning, kunde dock förste innehafvaren af Åbo Universitets sparsamt försedda Boktryckeri så mycket mindre hinna, som hans lifstid icke var lång. Kort efter det han vid Jacobi tid 1652 hemkommit ifrån en resa till Sverige, anfölls han nämligen af tredjedags Frossa, hvilken utan uppehåll eller annan lindring, än ett skenbart aftagande, som emot slutet gaf något hopp, fortfor ända till dess han d. 15 Februarii följande året klockan vid pass fem om morgonen afsomnade.

"Hwadh denne salige Mansens Lefwerne och umgänge wid-kommer", säges i Personalierne vid Likpredikan öfver honom, "Så hafwer han (thet Grannar och Rågrannar kunna wittna) warit en Gudfruchtig, stilla och rolig Man". Likaledes, att då han i Upsala "war confirmerad uthi sin Konst, Begaff han sigh efter Gudz försyn sampt Slechtz och Wänners samtyckio uthi Echtenskapz förbund, medh Hederlige och Gudhfruchtighe I. Ingeborg Pedersdoter, hwilken nu uthi stoor Sorg och Bedröfwelse efterlefwer; och medh henne afflade han en Son, den och Gudh strax til sigh kallade."

Enkan giste sig andra gången d. 1 November 1654 med esterträdaren i Boktryckeriet.

DIRECTIONIBUS VENTORUM

IN FINLANDIA SPIRANTIUM,

DISBERIT

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Societ, exhib. d. 20 Juli 1840 & 24 Jan. 1842.)

Inter momenta illa varia, quibus pervestigandis operam navarunt Meteorologiæ cultores non pauci, directio ventorum in diversis terris spirantium non minima certe attentione videtur esse digna. Duce quotidiana experientia ostenderunt, regiones Europæas ad illas esse referendas, ubi maxime variabiles sunt venti; quomodocunque vero sit, in illa variabilitate aliquid tamen constantis observari docuerunt. Animadverterunt nimirum ventos in Europa frequentius e plaga occidentali & meridionali quam e reliquis spirare, quod viciniæ oceani Atlantici tribuendum esse statuerunt; a qua vero explicandi ratione sequitur, ut quo remotiores ab codem oceano sitæ sint diversæ hæ regiones, eo quoque magis a regula allata aberrare videantur venti ibidem spirantes. Inde igitur ad judicandum inducimur, aliam forte esse in nostris oris, quam in occidentalioribus

Europæ regionibus, ventorum rationem; quod quidem judicium, an justum sit, vel an perperam conceptum, ex observationibus hic in Finlandia institutis illustrandum jam suscepimus.

Series observationum, quas hoc respectu consuluimus, partim ipsi hic Helsingforsiæ collegimus, partim ex Archivo Imp. Societatis Oeconomicæ Fenniæ commodatas accepimus; præter quas etiam examen serierum Petropoli, Moscuæ & Archangelopoli collectarum illustrationis causa addidimus. Octo tantum in toto circuitu horizontali adnotatæ' plerumque sunt plagæ ventorum, & quidem ter quotidie, mane, meridie & vespere, observatæ. Germanorum & Svecorum ratione directiones ventorum exprimendi brevitati studentes usi sumus, designante scilicet S austrum, SW africum, W favonium, NW caurum, N aquilonem, NO euroaquilonem, O eurum atque SO euronotum *).

De locis observationum & de observatoribus hæc sunt præmittenda:

^{*)} Hoc eo diligentius animadvertisse convenit, quo certius constet, magnam inter auctores latino sermone utentes varietatem denominationis ventorum obvenire. Confr. Schwii Sceleton geographicum, Brunsvigia: 1671; Musschenbroekii Introduct. ad Philosophiam Naturalem, Lugd. Batav. 1762, T. II, p. 1093; & Lexicographos varios passim.

Lo	corum		
Nomina	Latit. geogr. bo- realis.	Longit. geogr. orient. ab	Tempus observationum & Observatores
Alandia	60.º 15′	37° 30′	Annis 1818-1827. Pastor ecclesiæ in Jo- mala Ph. D:r Stadius.
Lemo-Hannula	60. 32	39. 25	Ann. 1818-1826. Pharmacopola Freudenthal.
Aboa	60- 27	39. 57	Ann. 1749-1826. Professores Universitatis Aboënsis Leche, Kalm, Hellenius Planman, Mether, Ilällström.
Haliko	60- 27	40- 40	Ann. 1818-1825. Pastor ecclesiæ Haliko- ēnsis Th. Dir Ignatius.
Helsingforsia .	60- 10	42. 40	Ann. 1829-1841. Hällström.
Tammela	60. 50	41. 30	Ann. 1818-1831. Pastor eccl. Tammelen- sis Ph. & Th. Dr. Tolpo.
Wirdois	62- 15	41. 20	Ann. 1826-1832. Sacellan. eccl. in Wirdows Perdén.
Laukas	62. 25	43. 30	Ann. 1818-1825. Pastor eccl. in Laukas
Ilmola	62 44	40. 9	Ann. 1818-1826. Pastor eccl. Ilmolensis Ph. D:r Frosterus.
Storkyro	63. 1 '	39. 48	Ann. 1831-1840. Sacell eccl. in Storky- ro Reinius.
Woro	63. 9	39- 45	Ann. 1800-1825. Sacell. eccl. in Word Ph. D:r Wegelius.
Kalajoki	64- 16	41. 40	Ann. 1818—1826. Pastor eccl. Kalajokien- sis Th. D:r Frosterus.
Uleoburgum	65. 0	43. 10	Ann. 1776—1787, Pharmacopola Julin in K. Vetensk. Acad. Handl. för år 1789 p. 112, quibus additæ sunt observationes annorum 1818—1829 partim Uleoburgi, partim in vicina insula Carlő, a Pastore loci Frostero, institutæ.
Paldamo	64. 17	45. 23	Ann. 1824—1828, & 1818, 1819 in vicina Cajana. Pastor loci Th. D:r Æjmelæus

Hisce præmonitis, ad eas afferendas summas, quas ex ipsis autographis observatorum annotationibus collegimus, progredimur, indicante scilicet quavis summa numerum dierum, quibus observata fuit annotata venti directio.

574

ALANDIA.

	S	SIV	IV	NII	N	NO	0	so	S:ma
Januar.	37	174	50	122	46	78	23	68	598
Febr	57	192	45	77	68	49	16	56	560
Mart	84	217	48	126	61	54	27	91	708
Apr	104	155	27	113	131	57	17	97	701
Мај	68	151	22	146	133	65	13	85	683
Jun	95	102	22	172	134	25	8	36	594
Jul	90	127	25	116	158	25	11	49	601
Aug	98	135	28	117	97	37	14	55	581
Sept	85	161	34	79	50	30	11	83	533
Oct	56	168	15	57	20	22	3	22	363
Nov	46	107	9	60	29	16	9	49	325
Dec	38	102	37	53	13	30	8	32	313
Summa	858	1791	362	1238	940	488	160	723	6560

LEMO-HANNULA.

	S	SW	IV	NW	N	NO	0	so	S:ma
Jan	113	187	56	52	99	50	98	89	744
Febr	123	157	60	34	63	41	100	97	678
Mart	182	165	50	57	69	49	5 9	113	744
April .	112	184	73	80	92	60	62	111	774
Мај	105	222	87	142	77	76	46	82	837
Jun	118	222	103	148	58	60	33	68	810
Jul	144	228	94	92	55	89	51	84	837
Aug	186	234	70	159	49	23	41	75	837
Sept	163	223	61	105	58	51	63	86	810
Oct	213	201	66	74	54	42	83	104	837
Nov	118	203	70	67	83	64	96	109	810
Dec	1 43	235	57	84	60	63	102	93	837
Summa	1720	2461	847	1094	817	671	834	1111	9555

570

Авол.

	S	SII	IV	NII	N	NO	0	so	S:ma
Jao	898	708	352	359	741	842	445	471	.4816
Febr	948	693	291	337	581	531	358	507	4246
Mart	967	769	406	572	757	663	393	468	4995
April .	945	780	483	518	707	578	.382	565	4958
Maj	833	1084	525	692	674	615	380	473	5276
Jua	729	916	582	608	663	471	331	380	4680
Jul	657	1112	625	587	506	566	342	465	4860
Aug	644	1135	563	551	426	530	387	454	4690
Sept	681	983	424	519	490	560	336	388	4381
Oct	709	991	470	494	577	536	291	545	4613
Nov	644	785	404	390	537	783	453	537	4533
Dec	788	760	304	435	587	759	553	564	4750
Summa	9443	10716	5429	6062	7246	7434	4651	5817	56798

HALIKO.

	S	SIV	W	NW	N	NO	0	SO	S:ma
Jan	114	74	133	105	89	53	45	36	649
Febr	151	60	88	43	77	66	50	47	582
Mart	147	111	104	73	73	49	53	49	650
April .	97	79	108	83	115	-46	53	46	627
Maj	104	114	95	78	111	57	53	38	650
Jun	103	60	136	89	103	66	40.	29	626
Jul	155	99	125	90	60	36	45	35	645
Aug	124	96	158	108	76	34	19,	28	643
Sept	143	139	96	74	51	40	44	41	.628
Oct	169	92	85	97	77	42	24	65	651
Nov	103	86	106	68	92	55	43	73	626
Dec	124	92	79	110	93,	43	43	65	649
Summa	1534	1102	1313	1018	1017	587.	512	543	7626

HELSINGFORSIA.

	S	SIV	IV	NIV	N	NO	o	so	S:ma
Jan	121	161	70	68	140	107	62	35	764
Febr	148	178	77	48	79	82	40	59	711
Mart	125	150	50	62	98	107	89	66	747
April .	65	141	36	67	71	105	120	74	679
Maj	112	186	55	86	108	80	80	86	793
Jun	102	185	68	79	73	21	37	59	624
Jul	168	173	50	73	88	44	36	49	681
Aug	151	156	73	129	85	35	43	78	750
Sept	115	113	49	65	83	43	78	71	617
Oct	110	206	71	74	81	41	29	80	692
Nov	177	188	90	69	112	66	15	65	782
Dec	204	141	51	70	111	89	36	45	747
Summa	1598,	1978	740	890	1129	820	665	767	8587

TAMMELA.

	S	SIV	IV	NW	N	NO	0	so	S:ma
Jan	110	281	119	107	89	152	164	173	1195
Febr	175	277	124	85	91	88	130	180	1150
Mart	187	336	150	95	87	85	131	136	1207
April .	209	226	120	91	130	97	110	158	1141
Maj	136	235	130	144	141	124	130	84	1124
Jun	129	197	167	208	144	92	60	95	1092
Jul	130	276	166	138	103	102	85	123	1123
Aug	176	294	120	170	128	60	52	102	1102
Sept	217	273	101	94	150	61	64	140	1100
Oct	253	350	157	104	76	64	66	153	1223
Nov	157	310	102	93	109	83	117	184	1155
Dec	182	309	114	119	68	61	117	151	1121
Summa	2061	3364	1570	1448	1316	1069	1226	1679	13733

Windons.

	S	SIV	W	NII	N	NO	0	so	S:ma
Jau	75	29	16	31	40	28	34	65	318
Febr	89	64	38	32	43	8	20	79	373
Mart	122	36	48	37	65	18	14	103	113
April	125	11	45	18	72	31	65	69	436
Maj	74	19	44	11	120	17	49	60	394
Jun	77	20	43	17	100	26	37	31	351
Jul	76	27	47	55	52	18	26	47	315
Aug	61	27	35	28	72	24	39	35	321
Sept	79	11	53	45	65	16	33	75	377
Oct	112	27	73	4.5	59	10	20	53	399
Nov	121	44	24	13	64	46	23	77	412
Dec	115	44	39	11	નેન	12	34	89	388
Summa	1126	359	505	310	796	254	394	783	4527

LAUKAS.

	S	SIV	IF	NII	N	NO	0	so	S:ma
Jan	92	143	53	79	112	62	48	61	650
Febr	128	130	31	53	74	43	53	66	578
Mart .	166	137	42	66	80	38	38	72	639
April	109	72	62	72	118	96	74	78	681
Maj	117	89	60	121	137	75	69	7-5	743
Jun	84	74	43	107	117	99	46	33	603
Jul	91	76	32	70	94	149	93.	49	65-1
Aug	89	128	60	156	107	76	44	81	741
Sept	155	168	62	69	76	51	57	81	719
Oct	182	179	49	76	69	48	45	96	744
Nov.	126	137	38	83-	111	57	37	118	707
Dec	136	159	68	72-	77	66	56	108	742
Summa	1475	1492	600	1024	1172	860	660	918	8201

ILMOLA.

	S	SIV	Isr	NW	N	NO	0	so	S:ma
Januar.	88	38	147	16	52]	13	113	13	480
Febr	161	34	76	14	63	23	174	4	549
Mart	122	41	112	29	70	12	107	41	540
April .	82	43	148	42	187	23	171	16	712
Мај	92	72	176	48	210	35	124	10	767
Jun	47	41	151	59	134	29	103	14	581
Jul	38	28	129	53	159	42	137	14	600
Aug	62	56	139	45	117	12	98	20	549
Sept	73	37	132	15	77	7	118	11	470
Oct	88	49	131	21	79	10	158	26	562
Nov	84	54	114	29	70	21	154	39	565
Dec	89	45	159	20	44	18	166	40	581
Summa	1026	544	1614	391	1262	245	1623	251	6956

STORKYRO.

	s	SIV	W	NW	N	NO	0	so	S:ma
Jan	62	111	164	49	70	90	93	126	765
Febr	112	134	142	43	54	58	116	143	802
Mart	92	104	143	64	103	107	162	137	912
April .	66	82	186	112	120	113	158	112	949
Maj	74	87	189	126	234	81	105	80	976
Jun	80	101	179	106	175	77	132	87	937
Jul	79	116	144	76	150	72	141	86	864
Aug.	58	74	140	90	124	60	103	90	739
Sept	68	89	135	60	62	42	120	109	685
Oct	101	118	135	57	66	33	131	184	825
Nov	81	159	73	39	50	83	80	135	700
Dec	61	154	94	23	44	71	119	164	730
Summa	934	1329	1724	845	1252	887	1460	1453	9884

Wöno.

	S	SIT.	TF*	NW	N	NO	0	so	S:ma
Jan. *) .	1321	551	441	69	71	26	591	2143	672
Febr	142	47	303	$67\frac{1}{2}$	71	101	611	$201\frac{3}{4}$	$631\frac{1}{2}$
Mart	1431	751	493	1121	801	29	593	151	701
April .	881	823	601	1083	1073	301	661	1203	6651
Maj	89	59	$65\frac{1}{2}$	$165\frac{3}{4}$	1111	$25\frac{3}{4}$	$57\frac{1}{4}$	871	661
Jun	62	66	73	1733	911	261	•55	611	609
Jul	60	$62\frac{1}{4}$	57	125	1044	211	67	731	570
Aug	1064	791	603	105	85	201	523	953	$605\frac{1}{2}$
Sept	1101	784	841	1011	633	243	621	1313	6574
Oct	1031	711	681	. 80	, 68	321	703	2031	698
Nov	1091	591	47 1	67	541	44	81	1981	661
Dec	1153	49	423	58	$59\frac{1}{2}$	32	833	2211	6621
Summa	1262 §	785	6841	12333	9673	3221	7763	17611	7794

^{*)} Unicam tantum quovis die plerunque adnotavit Observator directionem venti; cum vero interdum pluries quoque observaverit, illud simul significavit. Præteren adnotavit sedecim diversas venti directiones, quare, quo eas ad numerum a nobis supra adhibitum reduceremus, intermediatum numerum inter ambas proxime vicinas æque distribuimus, unde factum est, ut fractiones in numeris hic afferendis obveniant.

KALAJOKI

	S	SII	IF.	NII	N	NO	0	so	S:ma
Jan	250	84	36	17	115	76	65	101	744
Febr	219	77	44	11	80	27	85	51	594
Mart	209	89	47	24	111	30	87	54	651
April.	124	105	47	20	172	97	88	67	720
Мај	101	126	70	43	201	100	62	41	744
Jun	100	79	65	61	213	89	75	38	720
Jul	96	64	54	37	211	83	148	51	744
Aug	156	81	88	39	195	64	86	35	744
Sept	203	136	41	24	110	58	75	63	710
Oct	272	105	32	35	67	85	67	81	744
Nov	235	80	24	27	91	74	102	85	718
Dec	282	86	31	24	80	47	108	84	742
Summa	2247	1112	579	362	1646	830	1048	751	8575

ULEOBURGUM.

,	s	SII	II.	NII	N	NO	0	so	S:ma
Jan	206	110	74	51	132	119	149	187	1028
Febr	139	100	40	34	86	78	105	187	775
Mart	231	103	74	88	146	82	131	139	994
April	241	128	109	115	193	142	126	144	1198
Maj	136	166	240	151	212	112	177	110	1304
Jun	145	182	253	157	174	114	135	74	1234
Jul	152	148	153	- 98	143	144	161	101	1100
Aug	199	177	152	111	177	86	131	117	1150
Sept	282	210	97	82	153	71	96	123	1114
Oct	252	170	74	52	157	74	127	111	1017
Nov	288	115	52	41	123	107	125	130	981
Dec	225	110	46	70	138	110	124	163	986
Summa	2496	1719	1370	1050	1834	1239	1587	1586	12886

PALDAMO.

***	S	SIT.	717-	NIT:	N	NO	0	SO	S: 7:2
Jan	110	57	64	22	28	34	46	104	465
Febr	128	40	51	53	27	16	17	91	423
Mart	131	67	48	42	27	31	28	91	465
April	132	42	76	30	48	20	53	49	150
Мај	60	43	120	50	57	37	61	32	400
Jun	91	52	125	46	43	15	45	3.3	450
Jul	71	44	93	54	20	10	35	43	372
Aug	86	31	65	22	18	15	26	16	279
Sept	137	53	91	25	32	26	55	31	450
Oct	170	60	85	43	32	55	50	39	534
Nov	146	7.7	64,	56	16	49	61	56	525
Dec	110	93	77	56	10	15	41	58	405
Summa	1372	664	959	505	360	323	518	643	5344

Quo omnium horum numerorum justa fieri possit comparatio, necessarium fuit, ut ad eandem reducerentur mensuram, quam a numero cujusque venti centenario exprimi assumamus. Ita nempe facta ventorum cujusdam mensis omnium summa = m, atque singulæ speciei venti ejusdem mensis summa = n, erit numerus hujusce venti ad centenos relatus = $100 \cdot \frac{n}{m}$, qua quidem ratione sequentes allatorum ventorum comparabiles nacti sumus dispositiones.

ALANDIA.

	Inte	r quosti	is cente	nos cuju	isque m	ensis ve	ntos fu	ere
	S	SII	11-	NII	N	NO	0	so
Jan	6,19	29,10	8,36	20,40	7,69	13,04	3,85	11,37
Tebr	10,18	34,29	8,03	13,75	12,14	8,75	2,86	10,00
Mart.	11,56	30,65	6.78	17.80	8,62	7,63	3,81	12,85
April.	14,84	22,11	3,85	16,12	18,69	8,13	2.42	13,84
Maj	9,615	22,11	3,22	21,36	19,47	9,52	1,90	12,45
Jun.	15,99	17,17	3,70	25,90	22,56	4,21	1,35	6,06
Jul	14,97	21,13	4,16	19,30	26,29	4,16	1,83	8,16
Aug	16,87	23,23	4,82	20,14	16,69	6,37	2,41	9,47
Sept	15,95	39,21	6,35	14,82	9,38	5,63	2,06	15,57
Oct.	15,43	44,28	4,13	15,70	5,51	6,06	0.83	6,06
Nov	14,15	32,02	2,77	18,46	8,92	4,93	2,77	15,08
Dec	12,14	32.59	11,52	16,93	4,15	9,59	2,56	10,22
Tot. ann.	13,08	27,30	5.52	18,87	14,33	7,44	2,44	11,02

LEMO-HANNULA.

	Inter centenos cujusque mensis ventos fuere											
	8	SIF	IV	$\vec{\bar{N}}H$	N	No	0	so				
Jan	15,19	25,13	7,53	6,99	13,31	6,72	13,17	11,96				
Febr.	18,14	23,16	8,85	5,02	9,29	6,49	14,75	14,30				
Mart	24,46	22,18	6,72	7,66	9,27	6,59	7,93	15,19				
April.	14,47	23,77	9,43	10,34	11,89	7,75	8,01	14,34				
Maj	12,55	26,52	10,39	16,96	9,20	9,08	5,50	9,80				
Jun	14,56	27,41	12,72	18,25	7,16	7,41	4,05	8,40				
Jul	17,21	27,24	11,23	10,99	6,57	10,63	6,10	10,03				
Aug.	22,22	27,95	8,36	19,00	5,86	2,75	4,90	8,96				
Sept	20,12	27,53	7,53	12,96	7,16	6,30	7,78	10,62				
Oct.	25,45	24,01	7,88	8,84	6,45	5,02	9,92	12,43				
Nov.	14,57	25,06	8,64	8,27	10,25	7,90	11,85	13,46				
Dec	17,09	28,08	6,81	10,03	7,17	7,53	12,18	11,11				
Tot. ann.	18,00	25,75	8,87	11,45	8.55	7,02	8,73	11,63				

Авол.

		Inte	r cente	nos veni	os obse	rvatos f	uere	
	S	SII	II.	NII	N	NO	0	so
Jan	18,65	14,70	7,31	7,45	15,39	17,48	9,24	9,78
Febr.	22,33	16,32	6,85	7,94	13,68	12,51	8,43	11,94
Mart	19,36	15,39	8,13	11,45	15,16	13,27	7,87	9,37
April.	19,16	15,73	9,74	10,45	14,26	11,56	7,70	11,40
Maj	15,79	20,54	9,95	13,12	12,78	11,65	7,20	8,97
Jun	15,58	19,57	12,44	12,99	14,17	10,06	7,07	8,12
Jul.' .	13,52	22,87	12,88	12,08	10,41	11,64	7,04	9,56
Aug	13,73	24,20	12,01	11,75	9,08	11,30	8,25	9,68
Sept.	15,54	22,44	9,68	11,85	11,18	12,78	7,67	8,86
Oct	15,37	21,48	10,19	10,71	12,51	11,62	6,31	11,81
Nov.	14,21	17,32	8,91	8,60	11,85	17,27	9,99	11,85
Dec	16,59	16,00	6,40	9,16	12,36	15,98	11,64	11,87
Fot. ann.	16,62	18,88	9,56	10,67	12,76	13,08	8,19	10,24

HALIKO.

		Inter centenos ventos observatos fuere											
	S	SH-	717	NIF	N	NO	0	so					
Jan	17,57	11,40	20,49	16,18	13,71	8,17	6,93	5,55					
Febr	25,95	10,31	15,12	7,39	13,23	11,34	8,59	8,07					
Mart	22,62	17,08	16,00	11,23	11,23	7,54	8,15	6,15					
April.	15,47	12,60	17,22	13,24	18,34	7,34	8,45	7,34					
Maj	16,00	17,54	14,61	12,00	17,08	8,77	8,15	5,80					
Jun	16,45	9,59	21,73	14,22	16,45	10,54	6,39	4,63					
Jul	24,03	15,35	19,38	13,95	9,30	5,58	6,98	5,43					
Aug	19,28	14,93	24,57	16,80	11,82	5,29	2,96	4,35					
Sept	22,77	22,13	15,29	11,78	8,12	6,37	7,01	6,53					
Oct	25,96	14,13	13,06	14,90	11,83	6,45	3,69	9,98					
Nov	16,45	13,74	16,93	10,86	14,70	8,79	6,87	11,66					
Dec	19,11	14,18	12,17	16,95	14,33	6,62	6,63	10,01					
Γot. ann.	20,11	14,45	17,22	13,35	13,34	7,70	6,71	7,12					

592

HELSINGTORSIA.

	Inter centenos cujusque mensis ventos fuere											
	S	SIF	N.	NH	N	NO	0	so				
Jan	15,84	21,07	9,16	8,90	18,32	14,01	8,12	4,58				
Febr.	20,82	25,03	10,83	6,75	11,11	11,53	5,63	8,30				
Mart.	16,73	20.05	6,69	8,30	13,12	14,32	11,92	8,84				
April.	9,57	20,76	5,30	9,87	10,46	15,47	17,67	10,90				
Maj	14,12	23,45	6,94	10,84	13,62	10,09	10,09	10,85				
Jun	16,35	29,65	10,90	12,66	11,70	3,36	5,93	9,45				
Jul	24,67	25,40	7,34	10,72	12,92	6,46	5,29	7,20				
Aug	20,13	20,80	9,73	17,20	11,34	4,67	5,73	10,40				
Sept	18,64	18,32	7,94	10,53	13,45	6,97	12,64	11,51				
()ct	15,90	29,77	10,26	10,69	11,70	5,93	4,19	11,56				
Nov	22,64	24,04	11,51	8,82	14,32	8,44	1,92	8,31				
Dec	27,31	18.88	6,83	9,37	14,86	11,91	4,82	6,02				
Tot, ann	18,61	23,04	8,62	10,36	13,15	9,55	7,74	8,93				

TAMMELA.

		Inte	r centen	ios vent	os obse	rvatos fi	uere	
	S	S11	77	NII	N	NO	0	so
Jan	9,21	23,52	9,96	8,95	7,45	12,72	13,72	14,48
Febr	15,22	24,09	10,78	7,39	7,91	7,65	11,31	15,65
Mart .	15,49	27,84	12,43	7,87	7,21	7,04	10,85	11,27
Apr	18,32	19,81	10,51	7,98	11,39	8,50	9,64	13,85
Maj	12,10	20,91	11,56	12,81	12,55	11,03	11,57	7,47
Jun	11,81	18,04	15,29	19,05	13,19	8,43	5,49	8,70
Jul	11,58	24,58	14,78	12,29	9,17	9,08	7,57	10,95
Aug	15,97	26,68	10,89	15,43	11,61	5,45	4,72	9,25
Sept	19,73	24,82	9,18	8,55	13,63	5,55	5,82	12,72
Oct .	20,69	28,62	12,84	8,50	6,21	5,23	5,40	12,51
Nov	13,59	26,84	8,83	8,05	9,44	7,19	10,13	15,93
Dec	16,24	27,56	10,17	10,61	6,07	5,44	10,44	13,47
Tot. ann.	15,01	24,50	11,43	10,54	9,58	7,78	8,93	12,23

Windois.

		Inter centenos ventos observatos fuere												
	S	SW	W	NIV	N	NO	0	so						
Jan	23,58	9,12	5,03	9,75	12,58	8,81	10,69	20,44						
Febr	23,86	17,16	10,19	8,58	11,53	2,14	5,36	21,18						
Mart	27,54	8,13	10,84	8,35	14,67	4,06	3,16	23,25						
Apr	28,67	2,52	10,32	4,13	16,51	7,11	14,91	15,83						
Maj .	18,78	4,82	11,16	2,79	30,46	4,32	12,44	15,23						
Jun	21,94	5,70	12,25	4,84	28,49	7,41	10,54	8,83						
Jul	24,13	8,57	14,92	6,98	16,51	5,72	8,25	14,92						
Aug	19,00	8,41	10,91	8,72	22,43	7,48	12,15	10,90						
Sept	20,96	2,92	14,06	11,93	17,24	4,24	8,75	19,90						
Oct	28,07	6,76	18,30	11,28	14,79	2,51	5,01	13,28						
Nov	29,37	10,68	5,83	3,16	15,53	11,16	5,58	18,69						
Dec	29,64	11,34	10,05	2,84	11,34	3,09	8,76	22.94						
Γot. ann.	24,87	7,93	11,16	6,85	17,58	5,61	8,70	17,30						

LAUKAS.

	1	Inte	r cente	nos ven	los obse	rvatos f	fuere	
	S	SII	It.	NII.	N	NO	0	so
Jan	14,15	22,00	8,15	12,15	17,23	9,54	7,38	9,40
Febr	22,15	22,49	5,36	9,17	12,80	7,44	9,17	11,42
Mart	25,98	21,44	6,57	10,33	12,52	5,94	5,95	11,27
April	16,01	10,57	9,11	10,57	17,31	14,10	10,87	11,46
Мај	15,75	11,98	8,07	16,29	18,44	10,09	9,29	10,09
Jun	13,93	12,27	7,13	17,75	19,40	16,42	7,63	5,47
Jul	13,92	11,62	4,89	10,71	14,37	22,78	14,22	7,49
Aug	12,01	17,28	8,10	21,05	14,44	10,25	5,94	10,93
Sept	21,56	23,36	8,62	9,60	10,57	7,09	7,93	11,27
Oct	24,46	24,06	6,59	10,22	9,27	6,45	6,05	12,90
Nov	17,82	19,38	5,38	11,74	15,70	8,06	5,23	16,69
Dec	18,33	21,43	9,16	9,70	10.38	8,89	7,55	14,56
Tot. ann.	17,99	18,19	7,31	12,49	14,29	10,49	8,05	11,19

ILMOLA.

	Inte	r quosvi	s cente	nos cuju	sque m	ensis vo	entos fue	ere
	S	SIV	IV	NIV	N	NO	0	so
Jan	18,33	7,92	30,62	3,33	10,83	2,71	23,55	2,71
Febr	29,32	6,19	13,84	2,55	11,48	4,19	31,70	0,73
Mart	22,59	8,15	20,74	5,37	12,96	2,22	19,82	8,15
April .	11,52	6,04	20,79	5,90	26,26	3,23	24,02	2,24
Maj	11,99	9,39	22,95	6,26	27,38	4,56	16,17	1,30
Jun	8,09	7,57	25,99	10,16	23,06	4,99	17,73	2,41
Jul	6,33	4,67	21,50	8,83	26,50	7,00	22,83	2,34
Aug	11,29	10,20	25,32	8,20	21,31	2,19	17,85	3,64
Sept	15,53	7,87	28,09	3,19	16,38	1,49	25,11	2,34
Oct	15,66	8,72	23,31	3,74	14,06	1,78	28,11	4,62
Nov	14,87	9,56	20,18	5,13	12,39	3,72	27,25	6,90
Dec	15,32	7,75	27,37	3,44	7,57	3,10	28,57	6,88
Tot. ann.	14,75	7,82	23,21	5,62	18,14	3,52	23,33	3,61

STORKYRO.

	,	Inter c	entenos	cujusqu	e mensi	s vento	s fuere	
	S	SH	/W	NW	N	NO	0	so
Jan	8,11	14,51	21,43	6,41	9,15	11,76	12,16	16,47
Febr.	13,97	16,71	17,71	5,36	6,73	7,23	14,46	17,83
Mart	10,09	11,40	15,68	7,02	11,29	11,73	17,77	15,02
April .	6,95	8,64	19,60	11,80	12,65	11,91	16,65	11,80
Maj	7,58	8,91	19,37	12,91	23,97	8,30	10,76	8,20
Jup	8,54	10,78	19,10	11,31	18,68	8,22	14,09	9,28
Jul	9,14	13,43	16,67	8,80	17,36	8,33	16,32	9,95
Aug	7,85	10,01	18,94	12,18	16,78	8,12	13,94	12,18
Sept	9,93	13,00	19,71	8,76	9,05	6,13	17,51	15,91
Oct	12,25	14,30	16,36	6,91	8,00	4,00	15,88	22,30
Nov.	11,57	22,72	10,43	5,57	7,14	11,86	11,42	19,29
Dec	8,36	21,10	12,87	3,15	6,03	9,72	16,31	22,46
Tot. ann.	9,45	13,44	17,45	8,55	12.67	8,97	14,77	14,70

Woro.

	!	Inter centenes cujusque mensis ventes fuere										
	S	SII	11.	NII	N	NO	10	so 				
Jan	19,68	8,22	6,62	10,27	10,57	3,57	8,82	31,95				
Febr	22,49	7,44	4.57	10,69	11,24	1,62	9,70	31,95				
Mart.	20,44	10.73	7.10	16,05	11,48	4,14	8,52	21,54				
April.	13,30	12,44	9,06	16,34	16,19	4,55	9,99	18,15				
Maj	13,46	8,93	9,91	25,08	16,83	3,89	8,66	13,24				
Jup	10,18	10,84	11,99	28,53	15,02	4,35	9,03	10,06				
Jul	10,53	10,92	10,00	21,93	18,29	3,73	11,75	12,85				
Aug	17,55	13,13	10,03	17,34	14,04	3,39	8,71	15,81				
Sept	16,81	11,90	12,82	15,44	9,70	3,77	9,51	20,05				
Oct	14,83	10,24	9,81	11,46	9,74	4,62	10,14	29,16				
Nov.	19,57	8,96	7,18	10,14	8,21	6,66	12,25	30,03				
Dec	17,48	7,40	6,45	8,76	8,99	4,83	12,64	33,45				
Tot. ann.	16,20	10,07	8,78	15,83	12,42	4,14	9,97	22,59				

KALAJOKI.

		Inte	r center	ios vent	los obse	rvatos f	uere	
	S	SW	W	NIV	N	NO	0	so
Jan	33,60	11,29	4,84	2,29	15,45	10,21	8,74	13,58
Febr	36,87	12,96	7,41	1,85	13,47	4,54	14,31	8,59
Mart	32,10	13,67	7,22	3,69	17,05	4,61	13,36	8,30
April.	17,22	14,58	6,53	2,78	23,89	13,47	12,22	9,31
Maj	13,57	16,94	9,41	5,78	27,02	13,44	8,33	5,51
Jun	13,89	10,97	9,03	8,48	29,58	12,36	10,42	5,27
Jul	12,91	8,60	7,26	4,97	28,36	11,16	19,89	6,85
Aug	20,97	10,89	11,83	5,24	26,21	8,60	11,56	4,70
Sept	28,59	19,16	5,78	3,38	15,49	8,17	10,56	8,87
Oct	36,56	14,11	4,30	4,70	9,01	11,42	9,01	10,89
Nov	32,73	11,14	3,35	3,76	12,67	10,31	14,20	11,84
Dec	38,01	11,59	4,18	3,23	10,78	6,33	14,56	11,32
Tot. ann.	26,20	12,97	6,75	4,22	19,20	9,68	12,22	8,76

ULEOBURGUM.

		Inte	r center	nos vent	os obsei	rvatos fi	ier c	
	S	SII	IV	NH	Λ	NO	0	so
Jan	20,04	10,70	7,20	4,96	12,84	11,57	14,50	18,19
Febr	17,94	12,90	5,93	4,39	11,10	10,06	13,55	24,13
Mart	23,24	10,36	7,45	8,86	14,68	8,25	13,18	13,98
April .	20,12	10,68	9,10	9,60	16,11	11,85	10,52	12,02
Maj	10,43	12,73	18,40	11,58	16,26	8,59	13,57	8,44
Juu	11,75	14,75	20,50	12,72	14,10	9,24	10,94	6,00
Jul	13,82	13,45	13,91	8,91	13,00	13,09	14,64	9,18
Aug	17,31	15,39	13,22	9,65	15,39	7,48	11,39	10,17
Sept	25,31	18,85	8,71	7,36	13,74	6,37	8,62	11,04
Oct	24,78	16,71	7,28	5,11	15,44	7,28	12,49	10,91
Nov.	29,35	11,73	5,30	4,18	12,54	10,91	12,74	13,25
Dec	22,82	11,16	4,66	7,10	14,00	11,16	12,57	16,53
Fot. ann.	19,38	13,34	10,64	8,15	14,24	9,62	12,32	12,31

PALDAMO.

		Inte	r center	os vent	os obse	rvatos fi	uere	
	S	SII	77-	NW	N	NO	0	so
Jan	23,66	12,26	13,76	4,73	6,02	7,31	9,89	22,37
Febr	30,26	9,46	12,06	12,53	6,38	3,78	4,02	21,51
Mart .	28,17	14,41	10,32	9,03	5,81	6,67	6,02	19,57
Apr	29,33	9,33	16,89	6,67	10,67	4,44	11,78	10,89
Мај	12,87	9,23	25,75	12,02	12,23	7,94	13,09	6,87
Jun	20,22	11,56	27,78	10,22	9,56	3,33	10,00	7,33
Jul	19,09	11,83	25,00	14,51	5,91	2,69	9,41	11,56
Aug	30,82	11,11	23,30	7,88	6,45	5,38	9,32	5,74
Sept	30,44	11,78	20,22	5,56	7,11	5,78	12,22	6,89
Oct.	31,84	11,24	15,92	8,05	5,99	10,30	9,36	7,30
Nov	27,81	14,67	12,19	10,67	3,05	9,33	11,62	10,66
Dec	23,65	21,08	16,56	12,04	2,15	3,23	8,82	12,47
Tot. ann.	25,67	12,43	17,95	9,45	6,74	6,04	9,69	12,03

Restat, ut trium adhuc extra fines Finlandiæ locorum, uti polliciti sumus, ventorum rationem illustrationis causa afferamus, quæ sunt:

PETROPOLIS *).

		Inter	centen	os vento	s obser	vatos fu	iere	
	S	SW	W	NII	N	NO	0	so
Jan	15,52	23,67	18,35	3,77	3,70	11,49	10,21	13,29
Febr	16,93	29,09	17,12	1,96	4,02	10,85	8,05	11,98
Mart.	17,99	26,64	17,12	2,10	5,15	15,11	4,89	11,00
April.	15,76	21,26	16,04	2,93	4,67	19,25	10,93	9,16
Maj	8,23	17,08	24,78	2,57	6,02	24,34	9,55	7,43
Jun	6,80	17,51	24,95	3,07	7,17	21,60	12,29	6,61
Jul	6,66	25,46	22,18	2,93	4,53	19,52	11,53	7,19
Aug	11,02	21,34	20,00	3,38	3,91	14,31	12,44	13,60
Sept	13,45	26,00	15,55	4,46	8,64	14,27	9,27	8,36
Oct	20,10	33,19	12,57	3,68	6,75	8,38	4,70	10,63
Nov	22,39	26,83	13,33	3,22	7,40	9,32	6,80	10,71
Dec	25,40	24,80	12,11	5,12	5,71	8,10	6,31	12,45
Tot. ann.	15,12	24,45	17,78	3,28	5,64	14,63	8,87	10,23

^{*)} Hanc comparationem ventorum deduximus e numeris Petropoli annis 1822—1834 annotatis. Vide Memoir. de l'Acad. Imp. des Scienc. de S:t Petersbourg, VI Serie, Sc. math., phys. & natur., T. IV, Part. I, p. 42, 48.

Moscua *).

	S	SW	II	NW	N	NO	0	so	S:ma
Jan	98	134	112	87	7 5	45	67	70	688
Febr	64	81	121	72	65	41	54	96	597
Mart	130	88	72	81	54	41	61	104	631
April	98	93	79	83	66	51	83	97	650
Мај	99	81	128	121	116	97	59	69	770
Jun	93	116	115	101	106	93	69	64	757
Jul	94	129	106	108	108	77	73	75	770
Aug	80	102	110	102	101	6 0	67	67	689
Sept	84	79	89	92	84	68	64	63	623
Oct	94	123	103	61	69	33	44	64	591
Nov	125	133	143	86	64	34	42	72	699
Dec	95	96	126	101	63	60	71	65	677
Summa	1154	1255	1304	1095	971	703	754	906	8142

^{*)} Collectæ sunt hæ summæ ex iis annorum 1810-1812 & 1820-1836 annotationibus, quæ exstant in Bulletin de la Societé Imper. des Naturalistes de Moscou, an. 1838, N:o 14.

Moscua.

		Inte	er center	nos vent	os obse	rvatos f	uere	
	S	SW	IV	NII	N	NO	0	so
Jan	14,25	19,48	16,28	12,64	10,90	6,54	9,74	10,17
Febr	10,72	13,57	20,27	12,06	10,88	7,37	9,05	16,08
Mart	20,60	13,95	11,41	12,84	8,56	6,50	9,66	16,48
April.	15,08	14,31	12,15	12,77	10,15	7,85	12,77	14,92
Maj	12,86	10,52	16,62	15,72	15,06	12,60	7,66	8,96
Jun	12,29	15,33	15,19	13,34	14,01	12,28	9,11	8,45
Jul	12,21	16,75	13,77	14,03	14,02	10,00	9,48	9,74
Aug.	11,61	14,80	15,97	14,80	14,66	8,71	9,72	9,73
Sept	13,48	12,68	14,29	14,77	13,48	10,92	10,27	10,11
Oct	15,91	20,81	17,43	10,32	11,68	5,58	7,44	10,83
Nov	17,88	19,03	20,46	12,30	9,16	4,86	6,01	10,30
Dec	14,03	14,18	18,61	14,92	9,31	8,86	10,49	9,60
Medium	14,18	15,41	16,01	13,44	11,92	8,63	9,29	11,12

ARCHANGELOPOLIS *).

		Inter centenos ventos observatos fuere										
	S	SW	W	NW	N	NO	0	so				
Jan	12,79	22,48	17,00	5,14	5,08	4,68	12,19	20,63				
Febr	13,91	17,63	19,45	8,23	7,57	4,73	10,78	17,70				
Mart	13,50	14,11	16,56	15,20	10,36	4,98	9,95	15,34				
April	6,82	9,26	10,54	16,89	17,84	10,20	15,68	12,77				
Maj	6,21	4,69	8,52	19,54	21,58	11,15	15,51	12,80				
Jun	5,62	5,41	6,23	18,05	19,50	16,55	16,72	11,92				
Jul	7,91	10,14	7,91	15,08	19,96	10,48	12,25	16,27				
Aug	9,95	11,63	9,95	12,53	17,83	11,11	14,27	12,73				
Sept	12,26	18,32	18,72	9,29	13,97	6,20	9,71	11,53				
Oct.	15,03	18,82	18,56	6,04	9,89	5,20	11,43	15,03				
Nov	11,91	23,36	24,91	4,88	6,97	4,74	10,16	13,07				
Dec	11,68	20,96	26,16	4,14	5,21	4,54	10,95	16,36				
Tot. ann.	10,62	14,73	15,34	11,24	13,03	7,90	12,48	14,66				

^{*)} Hæc comparatio computata est ex iis summis annorum 1814-1831, quæ exstant in Memoir. de l'Acad. Jmp. des Sc. de S:t Petersbourg, VI Serie Sc. Math., Phys. & Natur. T. IV, 3 Livr. p. 233.

Prima jam omnium harum comparationum inspectio docet, non facile posse sine ulteriori computatione perspici, quales in variationibus directionum regulas sequantur venti. Si medias quoque totius anni summas per universam Finlandiam consideramus, quales e præcedentibus sumtas præhet sequens expositio:

	S	SII	W	NIV	N	NO	0.	so
Alandia	13,08	27,30	5,52	18,87	14,33	7,44	2,44	11,02
Lemo	18,00	25,75	8,87	11,45	8,55	7,02	8,73	11,63
Aboa	16,62	18,88	9,56	10,67	12,76	13,08	8,19	10,24
Haliko	20,11	14,45	17,22	13,35	13,34	7,70	6,71	7,12
Helsingforsia	18,61	23,04	8,62	10,36	13,15	9,55	7,74	8,93
Tammela	15,01	24,50	11,43	10,54	9,58	7,78	8,93	12,23
Wirdois	24,87	7,93	11,16	6,85	17,58	5,61	8,70	17,30
Laukas	17,99	18,19	7,31	12,49	14,29	10,49	8,05	11,19
Ilmola	14,75	7,82	23,21	5,62	18,14	3,52	23,33	3,6
Storkyro	9,45	13,44	17,45	8,55	12,67	8,97	14,77	14,70
Woro	16,20	10,07	8,78	15,83	12,42	4,14	9,97	22,59
Kalajoki	26,20	12,97	6,75	4,22	19,20	9,68	12,22	8,76
Uleoburgum .	19,38	13,34	10,64	8,15	14,24	9,62	12,32	12,31
Paldamo	25,67	12,43	17,95	9,45	6,74	6,04	9,69	12,03
Medium	18,28	16,43	11,75	10,46	13,35	7,90	10,13	11,69

nihil aliud de successione ventorum inde innotescit, nisi ut in universum appareat, ventos S & SW frequentissimos esse, NO vero rarissimum, etiamsi nec hæc regula suis passim careat exceptionibus. Cum vero hæc notitia sola rem accuratius perscrutanti non satisfaciat, specialiora diligentius atque fusius exquirenti necessarium erit formula uti Lambertiana *), qua medius e pluribus successive flantibus ventis resultans determinatur. Indicantibus nempe S, W, N, &c. horum ventorum numerum, atque φ angulum venti medii, quo a meridie deflectit, positivum scilicet versus occidentem & negativum versus orientem, fiat

$$a = W - O + (NW + SW - NO - SO)$$
 Sin 45°,
 $b = S - N + (SW + SO - NW - NO)$ Sin 45°,

atque habebitur $Tg\varphi = \frac{a}{b}$,

unde innotescit directio D hujus venti medii, & simul etiam vis ejus resultans

$$R = \sqrt{(a^2 + b^2)} = \frac{a}{\sin \varphi}.$$

His igitur ad observationes nostras applicatis, sequentia eruuntur:

^{*)} Cir. Nouveaux Memoires de l'Acad. Roy. des Sciences & Belles-Lettres de Berlin, ann. 1777, p. 36 &c.

	1	ALANDIA		L емо.				
	g	D	R	g	D	R		
Jan	81° 8′	\$81° 8'W	22,52	11. 51	S 11: 51'W	18,81		
Febr	62. 32	S 62. 32 W	29,17	- 1.25	S 1.25 O	27,30		
Mart.	54. 51	S 54. 51 W	27,82	8. 6	S 8. 6 W	31,86		
April.	71. 6	S71. 6 IV	13,60	31. 18	S31. 18 W	19,59		
Maj	112.42	N 67. 18 W	17,92	64. 31	S 64. 31 W	24,68		
Jun	116. 9	N 63. 51 W	30,87	63.53	S 63. 53 W	33,13		
Jul	107. 57	N 72. 3 W	23,35	38. 57	S 38. 57 W	27,92		
Aug	78. 14	\$78.14W	22,35	46. 20	S 46. 20 W	39,23		
Sept	40. 51	S 40. 51 W	32,37	31. 57	S 31. 57 W	31,03		
Oct	50. 43	S 50. 43 W	49,82	14. 12	S 14, 12 W	36,08		
Nov	44. 25	S 44. 25 W	31,69	14.38	S 14. 38 W	20,80		
Dec	57.11	\$51.11 W	36,02	18. 26	S 18. 26 W	26,57		
Tot. ann.	72. 17	S 72. 17 W	23,80	30. 10	S 30. 10 W	26,38		

		Авол.			HALIKO.	
	ç	D	R	g	D	R
Jan.	—61°53′	\$ 61° 53′ O	6,29	93? 22′	N S6. 38' IV	23,40
Febr	- 6.54	S 6. 54 0	14,27	23. 6	S 23. 6 IV	15,57
Mart	37. 23	S 37. 23 IV	5,32	51. 22	S 51, 22 W	23,28
April.	26.41	S 26. 41 TV	9,46	101. 17	N 78. 43 IV	16,99
Maj	62. 0	S 62. 0 TF	13,56	87. 32	S 87. 32 IV	17,05
Jun	73. 12	873.12 TV	16,23	109. 10	N 70. 50 IV	22,71
Jul	59. 13	S 53. 13 W	18,11	58. 21	S 58. 21 TV	29,75
Aug	49. 22	S 49. 22 IV	18,93	81.38	S 81.38 W	37,72
Sept.	50. 22	S 50. 22 TV	14,23	46. 26	S 46. 26 IV	32,05
Oct	43. 30	S 43. 30 TV	14,63	48. 40	S 48. 40 W	24,34
Nov.	- 35. 27	S 35. 27 O	5,75	65. 52	S 65. 52 IV	14,23
Dec	 49. 1 3	S 49. 13 O	9,43	71. 43	\$ 71. 43 IV	13,21
Tol, ann.	37. 1	S 37. 1 IF	9,59	70. 4	S 70. 4 W	20,94

	HELSINGFORSIA.			PETROPOLIS.		
	φ	D	R	g	D	R
Jan	93°25′	N 86°35 W	9,10	20° 15′	S 20°. 15′ IV	28,95
Febr	33. 49	\$ 33. 49 II	24,49	24. 21	S 24. 20 //	36,09
Mart	— 10. 48	\$10.480	8,21	27.19	S 27. 19 //	30,70
Apr	— 69. 4	S 59. 40	10,02	7. 10	S 7.10 W	17,04
Maj .	32. 18	S 32. 18 IV	11,77	85.36	\$ 85.36 IF	6,68
Jun	50 . 56	\$ 50. 56 W	33,27	95, 58	N 84. 2 //	7,30
Jul	37. 10	837.1011	29,68	51. 44	8 51. 44 //-	15,08
Aug	52. 43	S 52. 43 IV	25,40	15.21	S 15. 21 W	20,04
Sept	10. 43	S 10. 43 W	14,16	36. 42	S 36. 42 IV	19,78
Oct	45. 50	S 45. 50 //	31,10	29. 47	S 29. 47 W	41,27
Nov	47. 51	S 47. 51 III	28,30	22.38	S 22. 38 III	35,39
Dec	31.48	\$31.48 IV	17,66	18. 43	S 18. 43 IV	38,74
Tot. anní.	43. 38	\$ 43. 38 IV	16,56	27. 9	827. 9 W	23,97

	Moscua.			Таммеца.		
	φ	D	R	g	D	R
Jan	58° 20′	S 58°.20′ W	20,48	- 0° 9′	S 0° 90	12,60
Febr	61. 1	861. 1W	24,87	11.58	S 11. 58 W	25,34
Mart	12.36	S 12. 36 IV	20,37	28. 40	S 28. 40 IV	28,93
April.	12. 26	S 12. 26 IV	11,28	13.53	S 13. 53 W	19,66
Maj	124. 33	N 55. 27 IV	14,90	75.36	S 75.36 W	43,23
Juni .	104. 28	N 75. 32 IV	12,08	94. 33	N 85. 27 W	23,98
Jul	106. 21	N73. 39 W	12,61	56. 59	S 56. 59 W	22,79
Aug	99. 21	N80. 39 W	14,33	59.35	\$ 59.35 IV	29,63
Sept	103.29	N 76.31 IV	8,80	31.46	S31. 46 IV	26,67
Oct.	64. 9	S 64. 9 IV	12,26	31. 59	S 31. 59 W	39,91
Nov	56.12	S 56 12 TV	31,15	16.34	S 16. 34 IV	24,63
Dec	73. 13	S 73. 13 W	16,34	25. 37	S 25. 37 IV	30,88
Tot. ann.	67.38	S 67. 38 W	14,23	35. 26	8 35. 26 W	24,10

	Wir dois.			LAUKAS.		
	g	D	R	g	D	R
Jan	-34°.41′	S 34°.41′ O	22,85	7 1° 4 9′	S 71° 49 IV	9,75
Febr	11.36	S 11. 36 II	32,53	13.39	S 13. 39 IF	22,21
Mart.	0. 3	S 0. 3 IF	26,28	23. 30	S 23. 30 II	27,36
April.	—43. 9	S 43. 90	23,56	237. 3	N 57. 30	5,82
Maj	255. 25	N 75. 25 O	10,05	141. 54	N 38. 6 W	7,29
Jun	205. 10	N 25. 10 O	5,46	162, 56	N 17. 4 II	17,89
Jul	90. 11	N 89. 49 IF	30,7	234. 37	N 54. 37 O	18,34
Aug	239. 54	N 59. 54 O	2,45	107. 54	N 72. 6 H	15,02
Sept	- 8.30	S 8.30 O	8,52	24. 56	S 24. 56 W	26,12
Oct	47. 20	S 47. 20 IV	28,33	20. 36	S 20. 36 W	31,55
Nov	- 24. 20	S 24. 20 O	26,87	18. 52	S 18. 52 W	14,39
Dec	10. 28	S 10. 28 O	39,02	19. 10	S 19. 10 W	21,44
fot. ann.	-11.24	\$ 11. 24 0	16,64	34. 22	8 34. 22 IV	9,96

	ILMOLA.		STORKYRO.			
	ç	D	R	9	D	R
Jan	46° 9	S 46° 9′11	16,15	27. 5	S 27° 5 W	9,01
Febr	—40. 9	S 40. 90	23,51	2. 51	S 2.51 W	13,71
Mart	11. 16	S 11. 16 77	16,11	-62. b	\$62. 60	9,03
Apr	175. 0	N 5. 0 W	15,43	175.27	N 4. 33 W	8,04
Maj	138. 30	N 41. 30 II	20,67	147. 20	N 32. 40 W	22,91
Jun	140. 8	N 39. 52 II	24,27	139.47	N 40. 13 W	12,79
Jul	176.31	N 3.29 II	26,53	140.25	N 39. 25 W	4,93
Aug	114.51	N 65. 9 W	18,03	140. 10	N 39. 50 W	9,89
Sept	69.17	S 69. 17. W	8,65	10.31	S 10. 21 W	10,97
Oct	- 4. 8	s 4. 80	7,15	— 7.55	S 7.55 O	22,6 1
Nov.	—28. 4	S 28. 40	8,91	- 7. 52	S 7.52 O	22,02
Dec	- 1.28	S 1.280	13,45	-20.38	S 20.38 O	25,67
Tot. ann.	112. 12	N 67. 48 W	11,49	19. 11	S 19. 11 W	4,61

	Wöro.			Kalajoki.		
	φ	D	R	y	D	R
Jau	-27°47	S 27° 47′ O	31,11	-22. 27	8 22 27'0	29,12
Febr	-27.23	S 27. 23 O	34,27	- 9.30	S 9.30 O	34,61
Mart.	- 2. 6	S 2. 60	18,64	- 6.54	S 6.540	24,91
April.	40. 20	S 40. 20 IF	5,21	262.25	N 82. 25 O	9,61
Maj	121.49	N 58. 11 JF	15,51	161.32	N 18. 32 II	11,79
Jun	122. 51	N 57. 9 II	24,54	183. 6	N 3. 60	19,05
Jul	132.59	N 47. 177	13,57	217. 53	N 37. 53 O	25,68
Aug	44. 46	S 44. 56 IF	13,15	150. 26	N 29. 34 IF	4,60
Sept	19. 47	S 19. 47 II	17,13	- 2.53	S 2.53 O	17,71
Oct	-22.21	S 22. 21 O	23,33	-12. 0	812.00	34,56
Nov.	— 36. 3	S 36. 3 O	29,75	-31.14	\$31.140	30,82
Dec	-38.11	\$ 38.11 0	35,31	-18.39	8 18. 39 0	38,71
Tot. ann.	7.56	S 7.56 O	12,87	-48.46	\$ 48. 46 O	19,03

	ULEOBURGUM.		PALDAMO.			
	φ	D	R	φ	D	R
Jan	- 47°.18′	S 47° 18′ O	23,50	- 8°.38′	S 8° 38′ O	34,00
Febr	 40. 37	S 40. 37 O	30,06	16. 51	S 16. 51 IV	35,69
Mart .	—29. 53	S 29. 53 O	15,77	3. 45	S. 3. 45 W	35,47
Apr	— 39: 22	S 39. 22 O	6,33	12. 33	S 12, 33 IV	25,70
Maj	117:11	N 62.49 IV	11,19	96. 55	N 83. 5 W	17,33
Jun	99. 56	N 80. 4 W	18,56	60. 37	S 60. 37 IV	29,43
Jul	— 27. 46	S 27. 46 O	1,43	53. 58	S 53. 58 IV	29,85
Aug	[41. 50	S 41. 50 IV	10,58	36. 0	\$36. 0 IV	33,26
Sept	15. 2	S 15. 21 IV	23,84	23. 6	S 23. 6 W	30,99
Oct	— 7.29	S 7.29 O	20,29	18. 6	\$18. 6 W	24,96
Nov.	— 27. 18	S 27. 18 O	26,75	8. 40	S 8.40 W	28,89
Dec	— 43. 16	S 43. 16 O	21,27	30. 14	S 30. 14 W	39,84
Tot. ann.	—10 . 32	S 10. 32 O	10,89	23. 14	S 23. 14 W	27,51

	ARCHANGELOPOLIS.					
	φ	D	R			
Januar	11° 39′	S 11° 39 W	31,90			
Februar	26. 36	S 26. 36 II'	24,78			
Mart	48. 13	S 48. 13 W	14,55			
April	191. 2	N 11. 20	14,86			
Мај	195. 23	N 15. 23 O	25,62			
Jun	208. 16	N 28. 16 O	29,62			
Jul	205. 20	N 25. 20 O	12,67			
Aug	209. 3	N 39. 30	8,43			
Septemb	62. 11	S 62. 11 W	18,09			
Octob	18. 1	S 18. 1 W	22,22			
Novemb	42. 48	- S 42. 48 IF	32,57			
Decemb	34. 14	S 34. 14 II'	32,33			
Tot. ann	47. 27	S 47. 27 W	7,15			

Quod e tanta elucescere exspectavimus copia observationum. quæ in Finlandia quoque adnotatæ & hic in computum vocatæ numerum 167000 superant, hinc jam erutum esse intelligimus, in directionibus scilicet ventorum, utcunque variabilibus, regnlas tamen dari statas. In universum namque animadvertimus, tempore hiberno ventos plerumque australes esse, a meridiano, vel orientem versus vel occidentem, plus minus deslexos, tempore vero æstivo in favonium fere mutari, & quidem non raro e plagis borealibus tum spirare, quod idem de regionibus Russiæ septemtrionalibus valere intelleximus. Anomaliæ tamen in his quoque determinationibus adhuc occurrunt non paucæ, quas per calculum probabilitatis eliminatas vult accuratior scrutator. Si pauciorum tantum mensium, vel quoque annorum, examinamus observationes, non possumus quin animadvertamus, adeo esse sæpe subitaneas venti variationes. ut legem continuitatis omnino videantur eludere, unde concluditur. frustraneum esse conatum, quem ad inveniendam legem harum variationum impendimus. Nibilo tamen minus, quando magna adest, uti nobis adfuit, copia observationum, evanescere saltus, qui quotidianæ se experientiæ obtulerunt, exspectandum est, quare nullum fuit dubium quin allatæ quoque ventorum variationes calculo subjici & possint & mereantur.

Sunt hæ natura sua periodicæ, quovis anno veniente recurrentes, uti ostendit examen observationum, quare hanc ad eliminandas fortuitas aberrationes elegimus functionis formam: $\varphi = \alpha + \beta$ Sin $(n. 30 + \beta') + \gamma$ Sin $(n. 60 + \gamma') + \&c.$, ubi φ est angulus, quem cum meridiano facit ventus adveniens, versus occidentem positive sumtus, n vero numerus mensium anni, initio a medio Januario sumto. Quantitatibus vero constantibus α , β , γ , &c. methodo quadratorum minimorum pro quovis loco determinatis, atque computato errore verisimili = e, quo incerta est singula loci determinatio, sequentes nacti sumus valores:

Alandia:
$$q = 73,0 + 27,35$$
 Sin $(n. 30^{\circ} + 313^{\circ} 40^{\circ})$
 $+ 21,50$ Sin $(n. 60 + 130, 42^{\circ})$
 $+ 5,96$ Sin $(n. 90 + 50, 13^{\circ})$, at que $e = 4,8$.
Lemo: $q = 28,5 + 24,39$ Sin $(n. 30 + 284, 56^{\circ})$
 $+ 11,15$ Sin $(n. 60 + 172, 3^{\circ})$
 $+ 8,41$ Sin $(n. 90 + 112, 30^{\circ})$, & $e = 2,7$.
Aboa: $q = 19,5 + 58,78$ Sin $(n. 30 + 281, 23^{\circ})$
 $+ 16,92$ Sin $(n. 60 + 303, 58^{\circ})$
 $+ 14,20$ Sin $(n. 90 + 6, 48^{\circ})$, $e = 6,1$.
Haliko: $q = 61,6 + 14,49$ Sin $(n. 30 + 319, 31^{\circ})$
 $+ 19,29$ Sin $(n. 60 + 170, 33^{\circ})$
 $+ 14,98$ Sin $(n. 90 + 144, 58^{\circ})$, $e = 11,9$.

Helsing forsia:
$$\varphi = 29.7 + 24.15 \sin (n. 30 + 172. 7)$$

+ 33.14 Sin (n. 60 + 93. 49)
+ 21.79 Sin (n. 90 + 28. 21)
 $e = 13.1$.

Petropolis:
$$\varphi = 36,3 + 21,36 \text{ Sin } (n. 30 + 261, 21)$$

 $+ 17,71 \text{ Sin } (n. 60 + 165, 47)$
 $+ 19,38 \text{ Sin } (n. 90 + 20, 39),$
 $e = 9,5.$

Moscua:
$$\varphi = 73^{\circ}_{,0}0 + 31^{\circ}_{,3}34 \text{ Sin } (n. 30^{\circ} + 267^{\circ}_{,2} 43')$$

 $+ 21^{\circ}_{,6}4 \text{ Sin } (n. 60 + 123. 10)$
 $+ 19^{\circ}_{,9}7 \text{ Sin } (n. 90 + 68. 6),$
 $e = 10^{\circ}_{,9}9.$

Tammela:
$$\varphi = 37,2 + 32,26 \text{ Sin } (n. 30 + 282. 13)$$

+ $12,64 \text{ Sin } (n. 60 + 156. 22)$
+ $6,62 \text{ Sin } (n. 90 + 7. 5)$
 $e = 7,2.$

Wirdois:
$$\varphi = 60.7 + 110.50 \text{ Sin } (n. 30 + 283. 21)$$

+ 37.86 Sin $(n. 60 + 134. 9)$
+ 27.60 Sin $(n. 90 + 28. 1)$,
 $e = 44.9$.

Laukas:
$$\varphi = 89.7 + 92.17 \text{ Sin } (n. 30 + 308. 47)$$

+ 29.66 Sin $(n. 60 + 147. 21)$
+ 28.56 Sin $(n. 90 + 192. 57)$
 $e = 28.2.$

Hmola:
$$\varphi = 66.5 + 94.38 \text{ Sin } (n. 30 + 298. 5)$$

+ 17.10 Sin $(n. 60 + 142. 11)$
+ 35.68 Sin $(n. 90 + 154. 1)$,
 $e = 18.4$.

Storkyro:
$$\varphi = 57,1 + 92,22 \text{ Sin } (n. 30 + 298. 47)$$

+ 28,17 Sin $(n. 60 + 148. 55)$
+ 32,82 Sin $(n. 90 + 144. 27)$,
 $e = 25,0$.

Woro:
$$\varphi = 27,4 + 71,86 \text{ Sin } (n. 30 + 285. 59)$$

+ 24,26 Sin $(n. 60 + 143. 31)$
+ 5,38 Sin $(n. 90 + 36. 3)$,
 $e = 11,5$.

Kalajoki:
$$\varphi = 72.7 + 132.86$$
 Sin (n. 30 + 305. 9)
+ 24.45 Sin (n. 60 + 165. 10)
+ 7.87 Sin (n. 90 + 190. 37),
 $e = 31.5$.

Uleoburgum:
$$\varphi = 0.9 + 53.50 \text{ Sin } (n. 30 + 285. 19)$$

 $+ 23.93 \text{ Sin } (n. 60 + 194. 51)$
 $+ 32.26 \text{ Sin } (n. 90 + 298. 37),$
 $e = 24.8.$

Paldamo: $\varphi = 29.3 + 15.78 \text{ Sin } (n. 30 + 309. 8)$
 $+ 17.17 \text{ Sin } (n. 60 + 168. 40),$
 $e = 12.8.$

Archangelopolis: $\varphi = 104.4 + 108.80 \text{ Sin } (n. 30 + 296. 15)$
 $+ 19.57 \text{ Sin } (n. 60 + 173. 46)$
 $+ 30.57 \text{ Sin } (n. 90 + 188. 28).$

Hæ sunt æquationes, quarum ope tandem sequentes computavimus valores finales, quales illos allatæ observationes verisimillimos præbent:

e = 12,94.

	Alan- dîa	Lemo	Aboa	Haliko	H sing-		We cua	Tam-	Wu- dois
	q	đ	g	q	ç	J	q	ij	Ţ
Jan	713	13,3	_50)5	63,9	70%	26;4	78,3	11,6	– 696
Febr	65,3	- 1,1	- 9,3	31,7	54,5	21,8	51,6	12,5	- 4,5
Mart	54,7	3,9	4.3	39,7	-18,2	_ 0,9	8,4	14,1	-31,7
April	71,9	36,6	31.0	75,1	-46,5	10,6	46,1	31,4	34,7
Maj	93,8	62,8	58,9	99,3	3,1	63,6	107,5	65,6	158,8
Jun	116,2	5 9,8	74,1	81,0	52,5	88,1	126,3	81,1	248,7
Jul	104,6	46,4	61,4	65,5	49,1	55,0	103,9	.73,1	182,4
Aug	73,0	40,6	5 1 ,0	61.6	34,2	25,4	92,0	47,1	107,4
Sept	51,0	32, 9	55,2	47,3	40,7	39,4	90,9	35,3	47,6
Oct	41,8	17,4	36,0	41,7	39,8	53,3	63,6	32,0	32,4
Nov	46,3	11,9	_22,2	53,6	27,1	34,4	41,1	22,3	-18,9
Dec	63,0	18,0	-65,5	78,3	43,8	18,6	73,7	12,5	-11,8
Med	73,0	28,5	19,5	61,6	29,7	36,3	73,0	37.2	60,7

	Laukas	Ilmola	Storkyro	Wöro	Kala- joki	Uleo-	Pal- damo	Archan-
	d.	φ	đ	æ	đ	đ	q	g.
Jan	27,5	9,7	9;9	- 24°,0	-31,2	-56;8	20,5	4,4
Febr	15.0	- 5,9	- 31,0	—27, 8	- 8,2	-59,8	10,8	- 2,1
Mart	80,6	30,4	7,9	-17,3	59,5	- 29,6	15,6	83,8
April	160,3	132,5	113,7	32,3	151,1	21,1	35,9	180,6
Maj	182,9	1,9,1	168,7	92,0	209,0	62,0	57,0	206,3
Jun.	182,6	145,7	150,8	125,6	220,4	69,6	61,2	200,7
Jul	184,0	144,2	133,4	107,7	189,0	46,4	45,0	210,5
Aug., .	137,3	142,1	118,0	63,3	119,4	15,4	22,1	179,3
Sept	39,6	68,7	50,0	23,9	35 ,6	- 2,5	10,6	89,2
Oct	—11, 8	- 20,5	-28,6	- 2,4	– 1 8,3	- 7,1	16,0	23,9
Nov	23,8	- 23,2	-27,3	-17,8	- 39,0	-14,0	27,5	34,1
Dec	56,1	21,2	19,8	-22,6	- 27,9	- 34,8	30,0	42,9
Mod	89,7	66,5	57,1	7,4	72,7	0,9	29,3	104,4

Tantæ magnitudinis, quibusdam præsertim locis, quales illos liic invenimus, haberi valores e, mirandum sane non esse perspiciet attentior scrutator. Apparet namque, ipsam rationem observandi prohibere, ne accuratissime adnotatæ sint directiones ventorum, cum non adsint nisi octo tantum plagæ observandæ, atque ideo unitas, quantitatis adnotandæ quadraginta quinque gradus azimuthales complectatur, unde facile intelligitur, exspectandum non esse ut certitudo paucissimorum graduum attingatur, nisi summa adsit copia observationum, quibus igitur, uti ex. gr. in Wirdois, deficientilus determinationes minus certæ orientur. Ea quoque rei ratio permituit, ut 10 vel 15 graduum certitudine, usque eo saltem, quo apparatus obtinendi valores accuratiores possideamus, contenti esse possimus, ad quam vero, ex observationibus hucusque institutis assequendam, seriem 10 fere vel 15 annorum esse necessariam, ex hisce nostris computationibus jam facile concluditur *).

Methodum directiones ventorum exprimendi graphicam proposuit Lambert **, qua lineis, ad centrum circuli vergentibus, mediam venti plagam cuique mensi propriam significavit. Negandum quidem non est, hac quoque ratione conspectum rei non male oculis patere; cum vero successiones ipsæ variationum non possint facile sic inspici, rationem, quam in Tabula his adnexa XIII

^{*)} Clr. Forbes Abriss einer Geschichte der Meteorologie, übers. von Mahlman, Berlin 1836, p. 162.

^{**)} L. supra cit. p. 39.

proposuimus, fini destinato melius satisfacere putavimus. Unico namque intuitu universam rei rationem ob oculos positam jam habemus, perspicientes, per totam Finlandiam, nec non Rossiam septemtrionalem, ventos tempore hiemali esse fere meridionales, ad partes vel orientales vel occidentales plus minus deflexos, tempore vero æstivo occidentales maxime, & quidem sæpe boreales evadere, adeo ut si directionem totius anni summatim quæras, ventum africum proxime deprehendas, quod idem de regionibus Europæ occidentalibus, Anglia præsertim & Gallia, valere jam dudum observarunt Meteorologi. Hæc vero rei ratio validissimum sane est momentum ad caracterem climatis nostri constituendum. Specialiorem deinde diversorum, magua quoque intervallorum distantia a se disjunctorum, locorum rationem examinaturo singularis non raro obveniet ventorum convenientia, cujus exemplum attentione omnino dignum Alandia cum Moscua, Laukas cum Archangelopoli, &c., comparata præstat, unde facile intelligitur, universalem, quæ ventorum rationem ordinat, per totam hanc partem Europæ adesse causam, etiamsi nos non fugiat, particulares quoque, uti exspectandum erat, a locorum diversitate derivandas aberrationes a regula passim observari.

Moris fuit Meteorologiæ cultoribus, numeri ventorum orientalium (NO + O + SO) ad numerum occidentalium (SW + W + NW) proportionem, quam sic exprimimus (O:W), nec non rationem australium (SO + S + SW) atque borealium (NW + N)

+ NO) seu (N: S) examinare. Vestigia illorum prementes sequentem pro nostris regionibus computavious comparationem:

	(0:11')	(N:S)
Alandia	1:2,47	1:1,27
Lemo	1,68	2,05
Aboa	1,24	1,25
Haliko	2,09	1,21
Helsingforsia	1,60	1,53
Petropolis	1,38	2,12
Moscua	2,07	1,20
Tammela	1,61	1,85
Wirdois	0,80	1,67
Laukas	1,28	1,27
Ilmola	1,20	0,96
Storkyro	1,03	1,24
Wöro	0,98	1,51
Kalajoki:	0,78	1,45
Uleoburg	0,94	1,41
Paldamo	1,43	2,26
Archangel	1,12	1,24

Parum certe illustrationis e tali comparatione, ubi lex variationis, si quædam adest, inter numeros huc illuc vacillantes delitescit, nos nancisci facile intelligitur.

UTKAST

TILL ETT

EXAMINATIONS-SYSTEM

FÖR

MINERALIERNE,

AI

NILS NORDENSKIÖLD.

(Föredr. för Vet. Soc. d. 24 Januarii 1842.)

Det af mig utgifne Kemiska Mineral-System *) visar mineraliernes naturliga förhållande till hvarandra, i afseende å sammansättningen, utan att några allmänna yttre kännetecken för Classer, Ordningar eller Genera kunna uppgifvas; hvarföre också, genom detsamma, icke någon ledtråd vinnes, hvarefter en nybegynnare kan examinera mineralierne. Då äfven de så kallade Naturhistoriske Mineral-systemen fordra mycken praktisk kännedom, innan ett förut icke sedt mineral kan bestämmas, har jag uttänkt följande uppställning, som, efter inhämtande af någon kännedom i kristallografien och sättet att bestämma mineraliernes hårdhet och specifika vigt, bör gifva äfven nybegynnare en utväg att, på egen hand,

^{*)} Försök till Framställning af Kemiska Mineral-Systemet. Andra Upplagan. Helsingfors 1833.

kunna examinera mineralierne. *) — Jag utber mig få förelägga detsamma Vet. Societeten, mera för att framställa sjelfva ideen, än för det jag åt detsamma hunnit lemna den utveckling och den fullkomlighet ämnet skulle fordra.

De omständigheter, som äro alldeles nödvändiga att utreda, innan ett mineral kan anses till sine yttre förhållanden bestämdt, äro:

> Kristallisation, Hårdhet, Specifik vigt.

Om man med consequens begagnar dessa trenne omständigheter till ett systems uppgörande, och ordnar mineralierne uti

Afdelningar, efter de olika system, hvari mineralierne kristallisera,

Underafdelningar, ester deras olika grad af hårdhet, och uti

Grupper, ester deras specifika vigt; så bar man sammanfört så så species inom samma grupp, att det blir mycket lätt, antingen genom några så yttre kännetecken, eller genom några en-

^{*)} Läran om Kristallsystemen utvecklas med största tydlighet och enkelhet af G. Rose uti dess Anfangsgründe der Krystallografie, Berlin 1840; äfvensom Naumans Lehrbuch der Mineralogie och Anfangsgründe der Krystallografie innehålla så väl en tydlig framställning af Kristalläran som om sättet att bestämma mineraliernes hårdhet.

kla förhållanden för blåsröret, ytterligare från hvarandra åtskilja Individerne inom hvarje grupp.

Afdelningarne blifva Sex, ester de olika Kristallsystemerne, nemligen:

- 1:0. det Reguliera,
- 2:0. det Rhomboëdriska,
- 3:0. det Pyramidala,
- 4:0. det Prismatiska,
- 5:0. det Hemiprismatiska och
- 6:0. det Tetartoprismatiska *)

För att vid examination bestämma till hvilken af dessa Afdelningar ett mineral bör höra, beror naturligtvis mindre på att fullkomligen utveckla sjelfva systemet, än att afgöra till hvilket system en kristall bör föras; detta är i de flesta fall lätt, utom när fråga är om att finna skillnaden emellan det 4:de, 5:te och 6:te kristallsystemet, där någon gång ett noggrannare studium af kristallerne erfordras.

Underafdelningarne, som bestämmas efter den hårdhet mineralierne hafva, kunna inom hvarje Afdelning uppgå till 10, så-

^{*)} Jag har bibehållit de af Mohs, i dess första arbeten, angifna benämningar å kristallsystemen, och bör dervid anmärka, att jag uti Kemiska Mineral-Systemet upptagit de trenne sednare, nemligen det 4:de, 5:te och 6:te, under det gemensamma namnet Prismatiska Systemet. Den likhet, som i många fall existerar dessa kristallformer emellan, torde tillräckligen rättvisa detta förfarande; sednare undersökningar hafva dock till evidence bevisat dessa systemers olikhet.

vida jag begagnat den Skala för hårdheten, som är uppgifven af Mohs. Euligt denna skala antages hårheten af

> Demaut = 10.Korund = 9,Topaz = .8,Qvartz Fältspat = 6,= 5. Apatit Flusspat = 4,Kalkspat = 3,Gips Hvit Talk =

Gräusorna för hårdheten inom hvarje underafdelning bestämmas sålunda, att mineralier, hvilkas hårdhet uppgår t. ex.: från 4,5 till 3,6, höra till en underafdelning, samt de af en hårdhet från 3,5 till 2,6, till en annan; på detta sätt kan svårligen något tvifvel uppstå hvart ett mineral, i afseende på hårdheten, bör foras, då man för dess bestämmande brukar tillräcklig omsorg.

1.

Grupperne, hvilka indelas ester mineraliernes specisika vigt, kunna ej till antalet på förhand bestämmas, såvida de äro beroende af det antal mineralier, som af en nära lika vigt förekomma. Då egenteliga vigten af samma species från olika localer ej är densamma, utan varierar något, så bör man taga gränsorna för grupperne på det sätt, att den högsta och lägsta vigten inom hvarje grupp gör ett märkbart språng, innan en grupp af den närmast högre eller närmast lägre specifika vigten vidtager. Ju större detta språng är, ju säkrare kan man anse gruppen bestämd.

När mineralierne efter föregående grunder äro uppställde, sammanträffa, i de flesta fall, ganska få individer inom samma grupp. För att likväl ytterst kunna skilja dessa inom hvarje grupp fallande individer från hvarandra, har jag blott begagnat några af de mäst i ögonen fallande yttre kännetecknen, eller, om sådane ej tillräckligt tydliga förefinnas, några enkla och lätt bestämda förhållanden för blåsröret. — Efter anvisande af mineralets sammansättning, när den är känd, hänvises till dess deraf följande plats: det af mig utgifna Kemiska Mineralsystemet; den descriptiva delen af mineralogien kommer sluteligen att lemna deras fullständiga beskrifning. Då jag anser Examinations-systemet som ett bihang till det Kemiska Systemet, ämnadt endast att tjena till ledning vid examinerandet af förut ej sedda mineralier, har jag i detsamma undvikit benämningarne Classer, Ordningar och Genera, såsom endast det sednare eller egenteliga Mineralsystemet förbehållne.

Första Afdelningen.

Mineralier hörande till Reguliera Kristall-Systemet.

Första Under-afdelningen.

Härdheten 10.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 3,6 till 3,5.

1. Demant. Det hårdaste mineral, med den fullkomligaste kristallisation. Sammansättningen uttryckes med C. Hörer till Första Classen.

Andra Under-afdelningen.

Hårdheten från 8 till 7,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 4,4 till 4,2.

Gahnit. Mörkgrön till färgen. För Bläsrör oföränderlig; olöslig uti Fosfor-salt; med Soda tydlig Zinkreaktion. — Sammansättningen: (Žu, Fe) Äl. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 3,8 till 3,4.

- 1. Pyrop. Färgen mörkröd. För Blåsrör smältbar; med Borax Chromreaktion. Sammansättningen: (Ča, Mg, Fe)'Si + (Al, Ür) Si. Hörer till Femte Classen, 2 Ord.
- 2. Zeilanit. Fårgen svart. För Blåsrör osmältbar; lättlöst af Fosforsalt, Jernreaktion. Sammansättningen: (Fe, Mg) Al. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3. Spinell. Ljusare färguuancer af flere slag. För Blåsrör osmältbar; lätt löst af Fosforsalt. Sammansättningen: Mg, Al. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen

Tredje Under-Afdelningen.

Hårdheten från 7,5 till 6,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 4,3 till 3,4.

1. Granat med alla dess variationer. För Blåsrör smältbar. Sammansättningen: (Ča, Mg, Fe, Mn)³Si+(Al, Fe) Si. Hörer till Femte Classen, 2 Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 3 till 2,9.

1. Uwarowit. För Blåsrör osmältbar; förändrar icke färg. Sammansättningen icke bestämd.

Fjerde Under-Afdelningen.

Hårdheten från 6,5 till 5,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 5,3 till 4,9.

- Franklinit. Färgen svart, pulvret rödbrunt. För Blåsrör osmältbar. Sammansättningen: (Fe+Zn) (Fe, Mn). Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- 2. Magnetisk Jernmalm. Färgen äfvensom pulvret svart. För Blåsrör svårsmält. Sammansättningen: Fe Fe. Hörer till samma Genus som föregående.

3. Svafvelkis. Färgen gul. Brinner på kol med blå låge och ger lukt af svafvelsyrlighet. Sammansättningen: Fe S? Hörer till Andra Classen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 4,2 till 4.

 Perowskit. För Blåsrör alldeles osmältbar. Dess plats uti Systemet icke känd.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 3,4 till 2,9.

- Hellwin. Färgen gul. För Blåsrör ger något vatten; smälter under pösning; ger kula med Soda. Sammansättningen: 3Mn Mn + [Mn 3Si² + 2(Be, Fe) Si²]. Hörer till Sjunde Classen,
 Ordningen.
- 2. Hauyn. Färgen blå. För Blåsrör ger icke vatten, smälter utan pösning, förslaggas blott med Soda. Beståndsdelarne: Si, S, Al, K, Ca, S. Formeln icke rätt känd. Hörer troligen till Sjunde Classen, 1 Ordningen.
- 3. Borazit. Färgen hvit. För Blåsrör sväller ut och smälter, kristalliserar vid det kulan svalnar; ger fluten kula med Soda. Sammansättningen: Mg³B⁴. Hör till Tredje Classen, 1 Ordningen.

4:c Gruppen. Specifika vigten från 2,5 till 2,2.

 Nosin. Färgen brun, grå, svart. För Blåsrör ger ej vatten, förslaggas med Soda. Hörer troligen till samma genus som Hauvn.

Femte Under-afdelningen.

Hårdheten från 5,5 till 4,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 19 till 17,4.

 Platina. Beståndsdelen uttryckes med Pt. Hörer till Första Classen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 7,8 till 7,5.

1. Jern. Beståndsdelen uttryckes med Fe. Hörer till Första Classen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 6,6 till 6,1.

- Speiskobolt. För Bläsrör ger, på kol glödgad, lukt af Arsenik (hvitlök). Sammansättningen: Co As? Hörer till andra Classen.
- 2. Svafvelkobolt. För Blåsrör, på kol glödgad, stark lukt af Svafvelsyrlighet. Sammansättningen: (Co, Fe)S? Hörer till Andra Classen.
- 3. Koboltglans. För Blåsrör i kolf förändrar sig icke, i öppet rör afsätter Arseniksyrlighet och ger lukt af Svafvelsyrlighet. Sammansättningen: Co As² + CoS². Hörer till Tredje Classen, 7 Ordningen.
- 4. Nickelglans. För Blåsrör, glödgad i kolf, ger mycket svafvelarsenik; återstoden rostad i ett öppet rör, ger reaktion af nickel. Sammansättningen: NiAs²+NiS. Hörer till Tredje Classen, 7 Ordningen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 5 till 4,75.

1. Mikrolith. För Blåsrör osmältbar. Skall hålla Cer. Sammansättningen icke känd.

5:e Gruppen. Specifika vigten från 4,5 till 4,2.

- Chromjern. För Blåsrör smälter icke; med Borax Chromreaktion. Samm.: (Mg, Fe) Cr. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- Pyrochlor. För Bläsrör smälter svärligen till en slaggig massa; med Borax reaktion af Cer och Titan. Den Kemiska formeln ännu icke känd.

6:e Gruppen. Specifika vigten från 3,4 till 3,3.

1. Fluor Yttrium. För Blåsrör smälter icke, med Borax löses lätt till klart glas. Sammansättningen: YF. Hörer till Andra Classen.

7:e Gruppen. Specifika vigten från 2,9 till 2.

- 1. Lazursten. För Blåsrör ger vatten utan att förändra utseende, med Soda ett glas som vid afvalning blir rödagtigt som af
 Hepar. Beståndsdelarne äro: Na; Ca; Al; Si; S. Hörer troligen till Sjunde Classen, 1 Ordningen.
- 2. Leuzit. För Bläsrör smälter icke, ger intet vatten och ett klart glas med Soda. Sammansättningen: K³Si² + 3AlSi² Hörer till Femte Classen, 2 Ordningen.

3. Analcim. För Blåsrör ger vatten, sväller upp och smälter; klart glas med Soda. Sammansättningen: Na³Si²+3AlSi²+6H. Hör till Sjette Classen, 1 Ordningen.

Sjette Under-afdelningen. Hårdheten från 4,5 till 3,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten 5,2 till 5.

1. Nickelvismuthglans. Samm.: Éi (Ni, Fe). Kommer att utgöra nytt Genus af Tredje Classen, 4 Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 4,4 till 3,9.

- 1. Tennkis. Strecket svart. För Bläsrör smälter, afsätter Tennrök kring den gråa spröda Metallkulan. Sammansättningen: (Fe Zn)² Sn + Cu² Sn. Orätt förd till Tredje Classen, 4 Ord:, 8 Genus, utan kommer efter nu anförde, rätta formel att utgöra ett nytt Genus (Dubbel Sulfo-Stannater) af Femte Classen, 5:te Ordningen.
- 2. Mangang lans. Strecket grönaktigt. För Blåsrör smälter trögt till en svart slaggmassa. Sammansättningen: MnS. Hörer till Andra Classen.

3:e Gruppen. Specisika vigten från 3,2 till 3,1.

1. Flusspat. För Blåsrör sammansmälter lätt, med gips, till en klar perla. Sammansätningen: CaF. Hörer till Andra Classen.

Sjunde Under-Afdelningen.

Hårdheten från 3,5 till 2,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 14,1 till 13,7.

1. Amalgama. Sammansättningen: Ag Hg². Hörer till Andra Classen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 9 till 8.

- Koppar. Smidig; om ytan är anlupen visar dock inuti massan kopparfärg. Beståndsdelen uttryckes med Cu. Hörer till Första Classen.
- 2. Selenbly. För Blåsrör ger på kol Selen lukt, men smälter icke, utan förflygtigas. Sammansättningen: PbSe. Hörer till Andra Classen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 6 till 5,7.

1. Rothkupfererz. För Blåsrör smälter; reduceras lätt. Sammansättningen: Ču. Hörer till Andra Classen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 5,2 till 4,9.

- Fahlerz. För Blåsrör uti öppet rör ger Antimonrök. Samm.:
 2 Én Šb + (Źn, Fe) Šb. Hörer till Femte Classen, 5:e Ordningen.
- 2. Silberfahlerz. För Blåsrör ger med Soda och Borax silfverkorn. Sammansättningen: 2Åg 'Sb+(Zu Fe)Sb. Hörer till samma Genus som föregående.
- 3. Bunt Kupfererz. För Blåsrör smälter, under utveckling

af svafvelsyrlighet, till en magnetisk kula. Sammansättningen: Ću **Fe. Bör nu föras till Tredje Classen, 4:de Ordningen.

5:e Gruppen. Specifika vigien från 4,1 till 3,6.

- Zinkblende. För Bläsrör, glödgad i glaskolf, förändras icke.
 Sammansättningen: Zn S. Hörer till Andra Classen.
- 2. Arsenik syrlighet. För Blåsrör, glödgad i glaskolf, sublimeras lätt. Sammansättningen: Äs. Hörer till Andra Classen.

Åttonde Under-Afdelningen.

Hårdheten från 2,5 till 1,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 19,7 till 19.

Guld. Beståndsdelen uttryckes med Au. Hörer till Första Classen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 16 till 12.

1. Electrum. Sammansättningen Ag Au². Hörer till Andra Classen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 10,5 till 10,3.

1. Silfver. Uttryckes med Ag. Hörer till Första Classen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 9,8 till 9,6.

1. Wismuth. Uttryckes med Bi. Hörer till Första Classen.

5:e Gruppen. Specifika vigten från 7,6 till 6,9.

1. Blyglans. Kan lätt sönderrifvas. För Blåsrör ger lukt af

svafvelsyrlighet och blykorn. Sammansättn: Pb S. Hörer till Audra Classen.

2. Glaserz. Smidbar. För Blåsrör lukt af svafvelsyrlighet och ett af slagg omgifvet silfverkorn. Sammansättningen: Ag S. Hörer till Andra Classen.

6:te Gruppen: Specifika vigten från 2,3 till 2,2.

1. Stensalt. Sammansättningen: Na Cl. Hörer till Andra Classen.

Nionde Under-Afdelningen.

Härdheten 1,5 och derunder.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 12 till 11.

1. Bly. Beståndsdelen uttryckes med Pb. Hörer till Första Classen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 7,4 till 7,2.

Selen qvicksilfver bly. Sammausättn: Hg Se; Pb Se. Hörer till Andra Classen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 5,6 till 5,5.

1. Hornsilfver. Sammans: Ag Cl. Hörer till Andra Classen.

4:c Gruppen. Specifika vigten från 3 till 2,9.

1. Würfelerz, Sammans: F. As + F. As + F. As + 18 H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

5:e Gruppen. Specifika vigten från 1,8 till 1,4.

- Alun. För Blåsrör ger lukt af svafvelsyrlighet, men intet sublimat kring slaggen. Sammansättningen: KaS+AlS+24H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.
- 2. Salmiak. För Blåsrör drar sig i kolet och röker. Sammausättningen: NH+Cl. Hörer till Andra Classen.

Andra Afdelningen.

Mineralier hörande till det Rhomboedriska Kristall-Systemet.

Första Under-Afdelningen.

Härdheten 9.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 4 till 3,9.

1. Korund. Sammansättningen: Al. Hörer till Audra Classen.

Andra Under-Afdelningen.

Hårdheten från 7,5 till 6,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 2,1 till 1,9.

1. Osmium Iridium. Sammausättningen: JOs2. Hörer till Andra Classen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 3 till 2,6.

- Phenakit. För Bläsrör smälter icke, med litet Soda en hvit glaskula, med mer blott en hvit slaggmassa. Sammausättningen: Be Si². Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordn., 3:e Genus, är ej i Systemet upptagen.
- Qvar.tz. För Blåsrör smälter icke, med Soda klart glas. Sammansättningen: Si. Hörer till Andra Classen.
- 3. Beryll. För Blåsrör smälter uti tunnaste splittror, med Soda

klart glas. Sammansättningen: Be Si⁴+2 Al Si². Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

Tredje Under-Afdelningen.

Hårdheten från 6,5 till 5,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 5,3 till 4,7.

- Jernglans. Strecket rödt. För Blåsrör smälter icke, men blir fullkomligt magnetisk. Sammausättningen: Fe. Hörer till Audra Classen, Första Genus.
- Titanjern. Strecket svart. För Blåsrör smälter icke; med Fosforsalt titan-reaktion. Sammansättningen: Fe Ti; Fe. Hörer till samma Genus som föregående.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 3,3 till 3,0.

 Turmalin. För Bläsrör utvidgar sig, en del arter förslaggas, andra smälta icke. Formeln icke rigtigt bestämd. Hörer troligen till Sjunde Classen, 1:a Ordningen.

Fjerde Under-Afdelningen.

Hårdheten från 5,5 till 4,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 11,8 till 11,5.

1. Palladium. Uttryckes med Pl. Hörer till Första Classen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 7,7 till 7,5.

1. Kupfer-Nickel. För Blåsrör smälter och luktar starkt af

Arsenik. Sammansättningen: Ni As. Hörer till Andra Classen.

 Antimon-Nickel. För Bläsrör ger i kolf hvitt sublimat, smälter trögt och brinner en stund som Antimon. Sammansättningen NiSh. Hörer till Andra Classen; finnes ej i Systemet införd.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 4,7 till 3,9.

- Fluorcerium. För Blåsrör med Borax och med fosforsalt cerreaktion. Sammansättningen: CeF. Hörer till Andra Classen.
- 2. Kibdelophan. För Blåsrör med horax och fosforsalt titanreaktion. Hör till samma species som Titanjern.
- 3. Kolsyrad Zink. För Blåsrör smälter icke, ger Zinkrök. Sammansättningen: ZuC. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.
- 4. Willemit. För Bläsrör smälter, sväller ut med Soda, gifver svårligen Zinkrök. Sammansättningen: Žn³Si. Hör till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 3,4 till 3,1.

- 1. Dioptas. För Blåsrör smälter icke, med sodareaktion å Koppar. Sammansättningen: Cu³Si²+6 H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.
- 2. Apatit. För Blåsrör svårsmältbar, med soda sväller, löper sedan i kolet ock qvarlemnar en hvit slaggmassa. Sammansättn.:
 Ca(Fl, Cl)+Ca'P. Hörer till Fjerde Classen, 3:e Ordningen.

5:e Gruppen. Specifika vigten från 2,9 till 2,6.

- Eudialyt. För Bläsrör smälter mycket lätt, ger glas med soda, som med mera soda kryper in i kolet. Sammansättningen:
 Na Cl+(Ca+Na)³Si²+(Zr+Fe)Si. Hörer till Sjette Classen, 3:e
 Ordningen.
- 2. Nephelin. För Blåsrör afrundas blott i kanterna, med Soda färglöst glas. Sammausättningen: (Na+4K) Si+2AlSi. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.
- 3. Alunit. För Blåsrör decrepiterar starkt, men smälter icke; smälter ej tillsammans med Soda. Sammansättningen: Ka³S+12AlS+24H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

Femte Under-Afdelningen.

Hardheten fran 4,5 till 3,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 4,7 till 4,5.

1. Magnetkis. Sammansättningen: Fe'Fe. Hörer till Tredje Classen, 4:de Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 3,9 till 3,4.

 Kolsyradt Jern. Löst i Salpetersyra och fälld med Caust. Ammoniak, ger med Fosforsyradt natron ingen eller högst ringa fällning. För Bläsrör smältbar. Sammansättningen Fe C. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

- 2. Mesetinspat. Löst i Salpettersyra och falld med caustik Ammoniak, gifver, med Fosforsyradt Natron, ymnig fällning. För Bläsrör smältbar. Sammansättningen: (Fe+Mg) C. Hörer till samma genus som föregående.
- 3. Manganspat. För Blasrör smälter icke. Sammansättningen: Mu C. Hörer till samma genns som föregående.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 3,1 till 2,9.

- Pyrosmalit. För Bläsrör ger i kolf vatten, smälter. Sammansattningen: Fe Cl⁵+ Fe H⁶+4 (Fe+ Mn)⁵ Si². Hörer till Sjette Classen, 3:e Ordningen.
- 2. Magnesit. För Blåsrör ger i kolf icke vatten eller blott ett spår, smälter icke. Sammansättningen: Mg C. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 2,2 till 2.

1. Chabasit. Sammansättningen: (Na, K)3Si2+3AlSi2+18H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

Sjette Under-Afdelningen.

Härdheten från 3,5 till 2,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 3,5 till 2,6.

1. Pyromorphit. För Blasrör smalter, kristalliser. vid afsvalning till en kula, med stora facetter, reduceras icke för sig. Sam-

mansättningen: Pb Cl + 3Pb3P. Hörer till Fjerde Classen, 3:e Ordningen.

- Vanadit. För Bläsrör smälter, drar sig i kolet och qvarlemnar blykulor. Sammansättningen: Ph Cl Ph² + Ph³ V² Hörer till Femte Classen, 4:e Ordningen.
- 3. Antimon. För Bläsrör på kol smälter lätt; upphettad till glödgning, fortfar länge att glöda och afsätter en hvit rök. Uttryckes med Sb. Hörer till Första Classen.

2:a Grnppen. Specifika vigten från 6,1 till 5,7.

- Polysphærit. Förhållande som Pyromorphit, första art af föregående grupp. Sammansättningen: Pb(Cl, F) + 3(Pb, Ca)³P.
 Intager äfven samma plats i systemet som Pyromorphit.
- 2. Arsenik. För blåsrör sublimeras i kolf nästan helt och hållet. Uttryckes med As. Hörer till Första Classen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 3,4 till 2,5.

- Dreelit. För Blåsrör smälter med kol till en hepatisk massa.
 Beståndsdelarne: Ba, Ca, S, C. Sammansättningen ännu ej rätt känd.
- Bitterkalk. För Bläsrör smälter icke. I stycken öfvergjuten med syra föga fräsning. Sammansättningen: (Ca; Mg) C. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3. Kalkspat. I stycken öfvergjuten med syra stark fräsning. For Blasrör smälter icke. Sammansättningen: Ča Č. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

Sjunde Under-afdelningen.

Hardheten fran 2,5 till 1,6.

1:a Gruppen. Specisika vigten från 8,6 till 7,5.

- Tellursilfver. Strecket blygrått. För Blåsrör med Soda reduceras. Sodan med telluren går i kolet, silfret återstår. Sammansättningen: Ag Te. Hörer till Andra Classen.
- 2. Tellur wismuth. För Blåsrör smälter under utveckling af selen lukt, förflygtigas helt och hållet. Sammansättningen: Bi Te? Hörer om formeln är riktig till Andra Classen.
- 3. Zinnober. Strecket rödt. För Blåsrör i kolf-med Soda qvicksilfverkulor. Sammansättningen: Hg S. Hörer till Andra Classen.
- 4. Tetradymit. För Blåsrör smälter, utvecklar lukt af selen och svafvelsyrlighet, förflygligas ej alldeles. Sammansättningen: Bi S + Bi Te. Hörer till Tredje Classen, 10:e Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 6,4 till 5,5.

1 Tellur. För Blåsrör på kol röker bort med qvarlennande af en ringa slaggmassa, som visar reaktion å Jern. Sammansättningen: Te. Hörer till Första Classen.

- 2. Palybasit. Strecket svart. För Blåsrör på kol röker och qvarlemnar en silfverkula. Sammansättningen: Ag⁹(Sb, As); Ću⁹(Sb, As). Ej i Systemet uppförd.
- 3. Dunkel Rothgylden. Strecket karmosinrödt. För Blåsrör på kol reduceras efter längre påblåsning, under utveckling af antimonrök. Sammansättningen: Ág³ Sb. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen.
- 4. Ljus Rothgylden. Strecket rödt. För Blåsrör reduceras under utveckling af arsenikrök. Sammansättningen: Ág³Äs. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 3,4 till 3.

- Cronstedtit. För Blåsrör smälter långsamt till ett svart, å ytan matt glas. Med Soda stark mangan reaktion. Sammansättningen: (Fe³, Mn³, Mg³)Si + Fe H³ Hörer till Femte Classen, i Systemet å orätt ställe uppförd.
- Sideroschisolith. För Bläsrör smälter icke men blir magnetisk. Med Soda ingen Mangan reaktion. Sammansättningen: Fe³Si + 3Fe H. Ej i Systemet uppförd.

4.e Gruppen. Specifika vigten från 2,9 till 2,5.

Enaxig Glimmer. För Blåsrör löses lätt af Fosforsalt. Sväller med Soda och ger blåsig slagg. Sammansättningen ej rätt

bestämd, möjligen: (K, Fe, Mg)3Si + AlSi. Hörer till Femte Classen.

- Chlorit. För Bläsrör löses af Fosforsalt, men ej märkbart af Soda, sväller ej dermed. Sammansättningen icke ännu med säkerhet beständ.
- 3. Pinit. För Blåsrör löses ej märkhart af Fosforsalt; med Soda lennar blott slagg. Sammansättningen icke känd.
- 4. Kupferglimmer. För Blåsrör smälter under utveckling af arsenikrök till ett sprödt metallkorn, som med Soda ger ett smidigt köpparkorn. Sammansättningen: Ču³Äs + 12Ĥ. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen, är icke i Systemet uppförd.

Attonde Under-afdelningen.

Hårdheten från 1,5 till 1 och derunder.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 4,6 till 4,5.

1. Svafvel Molybden. Sammansättningen: MoS³ Hörer till Andra Classen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 2,7 till 1,8.

 Talk. För Blåsrör smälter ej; ger med litet Soda en fluten kula, med mera blott slagg. Sammansättningen: 5Mg Si + Mg H. Hörer till Femte Classen, 1 Ordningen.

- 2. Natron Salpeter. För Blåsrör smälter lätt, färgar lågen starkt gul. Sammansättningen: NaÑ. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- 3. Graphit. För Blåsrör förändras icke, löses alldeles ej af Soda. Sammansättningen uttryckes med C. Hörer till Första Classen.

3:e Gruppen. Specifika vigten under 1.

1. Is. Sammansättningen uttryckes med H. Hörer till Andra Classen.

Tredje Afdelningen.

Mineralier hörande till det Pyramidala Kristall-Systemet.

Första Under-afdelningen.

Hårdheten 7,5.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 4,6 till 4,4.

 Zirkon. För Blåsrör osmältbar, ger med Soda blott en slaggmassa. Sammansättningen uttryckes med Zr Si. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

Andra Under-afdelningen.

Hårdhetan från 6,5 till 5,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 7 till 6,8.

1. Tennoxid. Sammansättningen: Sn. Hörer till Andra Classen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 5,9 till 5,8.

 Fergusonit. För Bläsrör smälter icke. Sönderdelas af Soda utan att upplösas deraf. Sammansättningen: (Y, Ce)6Ta; ZrTa. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 4,9 till 4,1.

1. Braunit. Strecket svart. För Blasrör med Borax i yttre lå-

gan violett glas, uti den inre ofärgadt. Sammansättningen: Mn. Hörer till Andra Classen.

2. Rutil. Strecket ljusbrunt eller gult. För Blåsrör i inre lågan ett violett glas; i den yttre ofårgadt. Sammansättningen: Ti. Hörer till Andra Classen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 3,4 till 2,9.

- Vesuvian. För Blåsrör smälter lätt med pösning: Samman-sättningen: Ca³Si + (Al, Fe) Si. Hörer till Femte Classen, 2 Ordn.
- 2. Gehlenit. För Blåsrör äfven i fina splittror svårsmält. Sammansättningen: (Ċa, Mg, Fe) Si; (Ca, Mg, Fe) Al. Hörer till Femte Classen, 2 Ordningen.

Tred je Under-afdelningen.

Hårdheten från 5,5 till 4,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 5,9 till 5,4.

1. Yttrotantal. För Blåsrör osmältbar; lemnar blott slagg med Soda. Sammansättningen: (Y, Ca, Fe)³Ta. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 4,8 till 4,7.

1. Hausmannit. Strecket brunt eller rödbrunt. Sammansättningen: Mn An. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3:c Gruppen. Specifika vigten från 4,1 till 3,7.

- Fosforsyrad Ytterjord. För Blåsrör smålter icke, med Borax ett fårglöst glas som kan fladdras hvitt. Med Borsyra och Jerntråd en regulus af fosforjern. Sammansättningen: Y³P. Horer till Tredje Classen, 1 Ordningen, ej i Systemet uppförd.
- 2. Tephroit. För Blåsrör smälter, ger mangan reaktion. Sammansättningen icke känd; består af Zn, Hn, Fe.
- 3. Anatas. För Blåsrör smälter icke, visar titan reaktion. Sammansättningen: Ti. Hörer till Andra Classen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 3,1 till 2,7.

- 1. Humboldtilith. Gelatinerar med Saltsyra. För Blåsrör smälter under ringa pösning, till ett genomskinligt glas. Sammansättningen: 3(Å, Ća, Mg, Fe)²Si + ÄlSi, ej i Systemet uppförd, bör föras till Femte Classen, 2 Ordningen.
- Skapolith. Sönderdelas af Saltsyra utan att gelatinera. För Blåsrör smälter med mycken pösning till ett blåsigt glas. Sammansättningen: 3(Ña, Ča, Mg, Fe)²Si + ÄSi. Hörer till Femte Classen, 2 Ordningen.

Fjerde Under-afdelningen. Hårdheten från 4,5 till 3,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 6,2 till 6.

1. Tungsten. Sammansättningen: Ča W. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 3,4 till 3,3.

Yttrocerit. För Blåsrör smälter icke. Sammansättningen.
 YF; CaF; CeF. Hörer till Andra Classen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 2,7 till 2,3.

- 1. Edingtonit. För Blåsrör smälter med svårighet till ett fårglöst glas. Sammansättningen icke känd.
- 2. Apophyllit. För Blåsrör smälter, under det stycket utvidgas, till ett blåsigt glas. Sammansättningen: K Si²+8 Ca Si+16 H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

Femte Under-afdelningen.

Hårdheten från 3,5 till 2,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 8.1 till 8.

1. Wolframsyradt Bly. Sammansättningen: Ph W. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 6,8 till 6.

- Molybdensyradt Bly. För Bläsrör decrepiterar, smälter, kryper i kolet och lemnar kulor af bly. Sammansättningen: Pb Mo. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.
- 2. Hornbly. För Bläsrör smälter, reduceras lätt och utstöter en

sur rök. Sammansättningen: Ph Cl + Ph C. Hörer till Fjerde Classen, 3:e Ordningen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 4,3 till 4,1.

1. Kopparkis. Sammansättningen: Ću Fe. Hörer till Tredje Classen, 4:e Ordningen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 2,6 till 2,3.

1. Pyrargillit. Sammansättningen: (K, Na, Fe, Mg) Si+Al Si+4H.

Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

Sjette Under-afdelningen.

Hårdheten från 2,5 till 1,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 3,6 till 2,9.

- 1. Chalcolith. För Blåsrör med fosforsalt och tenn reaktion af koppar, med Soda kopparkorn. Stundom hvitt af arsenik. Sammansättningen: Cu³P+2UP+24H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.
- 2. Uranit. För Blåsrör ingen koppar-reaktion, med Soda blott en osmält slagg. Sammansättningen: ČaP+2UP+24H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.
- 3. Kryolith. För Blåsrör smälter mycket lätt till en emalj, som reagerar alkaliskt; Kristallisations-Systemet icke säkert. Samman-

Examinations-System for Mineralierne.

657

sättningen: 3 Na F+Al F3. Hörer till Tredje Classen, 2:a Ordningen.

Sjunde Under-afdelningen.

Hårdheten 1,5 och mindre.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 7,1 till 7.

1. Blättererz. Sammansättningen: Pb Sb + Pb Au Te3. Hörer till en ny, ej i Systemet utförd Ordning af Femte Classen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 6,5 till 6,4.

1. Chlorquicksilfver. Sammansättningen: Hg Cl. Hörer till Andra Classen.

Fjerde Asdelningen.

Mineralier tillhörande det Prismatiska Kristall-Systemet.

Första Under-afdelningen.

Hårdheten från 8,5 till 7,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 3,7 till 3,4.

- Chrysoberyll. För Blåsrör angripes icke af Soda, ej en gång i pulfver; sväller ej dermed. Sammansättningen: BeAl². Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen. I Systemet uppförd under orätt formel.
- 2. Topaz. För Blåsrör löses svårligen af Soda till en halfklar slagg; med mera Soda sväller och blir osmältbar. Sammansättningen: Äl(AlF³)+6ÄlSi. Hörer till Femte Classen, 4:e Ordningen.
- 3. Sillimannit. För Blåsrör osmältlig; förhållandet i öfrigt icke kändt. Sammansättningen ej rätt känd, troligen ett Lersilicat.

Andra Under-afdelningen.

Hårdheten från 7,5 till 6,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 3,8 till 3,1.

1. Staurolith. För Blåsrör förenar sig med Soda under pösning

till en gul slagg. Ger ej med Koboltsolution blå färg. Sammansättningen: (Fe, Al)2Si. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

- 2. Oliwin. För Bläsrör smälter svårligen med Soda; med mera Soda fås en brun slaggmassa. Sammansättningen: (Mg, Fe)3Si. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.
- 3. Andalusit. För Blåsrör med Soda syäller, sönderdelas, men smälter icke. Sodan kryper i kolet och qvarlemnar en hvit massa. Med Koboltsolution ger en skön blå färg: Sammansättningen: Al*Si². Ej i Systemet uppförd, hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 2,6 till 2,1.

 Dichroit. För Blåsrör i starkaste hetta smälter i kanterne till ett med stenen likfårgadt glas. Sammausättningen: Mg³Si²+3 (Al, Fe) Si. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

Tredje Under-afdelningen.

Hårdheten från 6,5 till 5,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten 7,9.

1. Tantalit med brunt pulsver. Sammansättningen: (9Fe+Ma) Ta2. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 7,8 till 7.

1. Tantalit. För Blasrör löses trögt af Borax, till ett glas som

kan fladdras oklart. Sammausättniningen: (Mn, Fe) Ta. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 4,9 till 4,6.

- 1. Polymignit. Strecket brunt. För Blåsrör smälter icke. Sammansättningen icke känd; består af: Ti, Zr, Fe, Ca, Ce, Mn, Y.
- 2. Speerkis. Pulfret mörkt gröngrått. För Blåsrör smälter, luktar svafvelsyrlighet, ger en svart metallisk kula. Sammansättningen: Fe S². Hörer till Andra Classen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 3,4 till 2,3.

- Amblygonit. För Bläsrör smälter, gifver med litet Soda glas, med mera blott en slaggmassa, med lithionfluss röd låga. Sammausättningen: L²P+4Al³P³. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.
- 2. Spodumen. För Blåsrör smälter, ger glas med Soda; med lithion fluss röd låga. Sammansättningen: Le Si + Al Si². Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.
- 3. Orthit. För Blåsrör sväller ut som Borax och smälter till ett svart glas. Sammansättningen: 3(Ce, La, Fe, Mn, Ca) Si+2AlSi. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen; är i Systemet förd på orätt ställe.
- Prehnit. För Blåsrör smälter lätt, med Soda klart glas; icke röd låge med lithionfluss. Sammansättningen: Ca²Si+AlSi+H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

Fjerde Under-afdelningen. Hårdheten från 5,5 till 4,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 7,3 till 7,2.

 Axotom Arsenikkis. Sammansättningen: Fe As². Hörer till Andra Classen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 6,2 till 6.

Prismatisk Arsenikkis. Sammansättningen: Fe As²+Fe S².
 Hörer till Tredje Classen, 7:e Ordningen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 5,2 till 5,1.

1. Aeschynit. Sammansättningen icke känd; består af: Ti, Er, Ce, Ca, Fe.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 4,2 till 3,9.

- 1. Göthit. För Blåsrör ger mycket vatten, pulfret efter glödning rödt. Smälter trögt till en svart magnetisk kula. Sammansättningen: Fe H. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen, men är icke i Systemet upptagen.
- 2. Liewrit. För Blåsrör ger föga vatten; smälter till ett svart glas, som länge glödgadt drages af Magneten. Sammansättningen: 2(Fe, Ca)3Si+AlSi. Hörer således till Femte Classen, 2:a Ordningen; men är i Systemet förd till Tredje Classen, 2 Ordningen.

5:e Gruppen. Specifika vigten från 3,6 till 3.

- Triplit. För Blåsrör smälter mycket lätt, till en metallglänsande svart, magnetisk, kula. Sammansättningen: (Mn+Fe) P. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- Zinkkisel. För Bläsrör smälter, gifver vatten och med Koboltsolution blå fårg. Sammansättningen: 2 Zu³Si+3H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.
- 3. Lazulit. För Blåsrör smälter blott i kanterna, med Koboltsolution återkommer den blå färgen. Sammansättningen: 3 Mg³P²+4Al³P³+15 H? Skulle således höra till Sjette Classen, 1:a Ordningen om formeln besinnes rigtig. År ej i Systemet upptagen.

6:e Gruppen. Specifika vigten från 2,9 till 2,1.

- Chiastolith. För Blåsrör smälter icke. Sammansättningen: Äl*Si³? Skulle höra till Tredje Classen, men är ej i Systemet upptagen.
- 2. Barytharmotom. För Blåsrör smälter lätt. Sammansättningen: (Ba, K)³Si²+5AlSi²+24H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.
- 3. Kalkharmotom. För Blåsrör smälter lätt. Sammansättningen: (Ca,K)³Si²+5AlSi²+24H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.
- 4. Thomsonit. For Blasror smälter mindre lätt. Sammausätt-

ningen: (Ca, Na, K)3Si+3AlSi+7H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

Femte Under-afdelningen.

Hårdheten från 4,5 till 3,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 5,5 till 5,4.

1. Zinkoxid. Sammansättningen: Zn. Hörer till Andra Classen.

2:a Gruppen: Specifika vigten från 3,9 till 3,6.

- Junkerit. För Blåsrör smälter, ger en svart af magneten dragen kula. Sammansättningen: FeC. Hörer till Tredje Classen,
 Ordningen, men ej i Systemet upptagen.
- 2. Libethenit. För Blåsrör smälter och reduceras lätt under bildande af kopparkulor. Sammansättningen: Cu⁴P+5H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 2,3 till 2,2.

- 1: Wawellit. För Blåsrör osmältlig. Sammansättningen: Äl⁴P³+18H; AlF. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.
- 2. Epistilbit. För Blåsrör sväller och smälter till en hvit emalj. Sammansättningen: (Ca, Na) Si+Al Si³+5H. Hörer till Sjette Classen, 1 Ordningen.
- 3. Desmin. För Bläsrör utbladar sig mycket och smälter till en

hvit emalj. Sammansättningen: CaSi+AlSi3+6H. Hörer till Sjette Classen, 1 Ordningen.

Sjette Under-afdelningen.

Härdheten från 3,5 till 2,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 9,8 till 9,4.

Antimonsilfver. Sammansättningen: Ag²Sb. Hörer till Andra Classen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 7,1 till 7.

1. Mendiffit. Sammansättningen: Ph Cl + 2Ph. Hörer till Tredje Classen, 3 Ordningen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 6,6 till 6,2.

- Kolsyradt Bly. För Bläsrör i reduction med Soda ger ingen Hepar lukt. Sammansättningen: PbC. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- 2. Bly Vitriol. För Blåsrör efter reduction med Soda stark lukt af Hepar, sedan kolet fuktas. Sammausättningen: PbS. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- 3. Caledonit. Strecket ljusgrönt. För Blåsrör reduceras lätt. Sammansättningen: Ču + 2Pb, Č + PbS. Hörer till Femte Classen, 3 Ordningen, men ej i Systemet upptagen.

4:de Gruppen. Specifika vigten från 5,4 till 5,3.

1. Zinkenit. Sammansättningen: Ph Sh. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen.

5:e Gruppen. Specifika vigten från 4,8 till 4,2.

- 1. Kopparantimonglans. Strecket syart. För Blåsrör smälter lätt, utvecklar antimonrök; reduceras med Soda. Sammansättningen: ĆuŠb. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen, men finnes icke i Systemet upptagen.
- 2. Olivenit. För Blåsrör smälter och utvecklar på kol arsenik-lukt samt reduceras till ett hvitt metallkorn. Sammansättningen: Cu⁴(Äs, P) + H. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen, men i Systemet förd till Tredje Classen.
- 3. Baryt. För Blåsrör smälter trögt till en perla som är alkalisk och ger Heparlukt. Sammansättningen: BaS. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- 4. Manganit. Strecket rödbrunt. För Bläsrör osmältbar, med Borax i oxidationseld amethyst färg. Sammansättningen: Mu H. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- 5. Witherit. För Blåsrör smälter till en för alkali reagerande emalj, som ej är hepatisk. Sammansättningen: Ba C. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

6:e Gruppen. Specifika vigten från 3,9 till 3,6.

- Cælestin. För Blåsrör smälter trögt till en alkalisk perla; fårgar lågen svagt röd. Sammansättningen: SrS. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- Brochantit. För Bläsrör smälter och ger på kol koppar korn, med Soda hepar. Sammansättningen: Cu³S + 3H. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.
- 3. Strontianit. För Blåsrör smälter ej, rundas blott i kanterne; ger alkalisk reaktion, fårgar lågen röd och ger Hepar lukt. Sammansättningen: Šr C. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- 4. Atakamit. För Blåsrör färgar lågen blå, ger lukt af Saltsyra och reduceras till koppar koru. Sammansättningen: Cu Cl+3Cu+4H. Hörer till Fjerde Classen. 2 Ordningen.

7:e Gruppen. Specifika vigten från 3,4 till 3,1.

- 1 Euchroit. För Bläsrör ger arsenik lukt och reduceras till en hvit icke magnetisk metallkula. Sammansättningen: Ču⁴As + 7H. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.
- Scorodit. För Blåsrör på kol som föregående men reduceras icke och ger med Soda en magnetisk kula. Sammansättningen: Fe²As + 2Fe As + 12H. Hörer till Sjette Classen, Första Ordningen.

8:e Gruppen. Specifika vigten från 2,95 till 2,6.

- Arragonit. För Blåsrör sönderfaller men smälter icke, ger ett alkaliskt pulfver. Sammansättningen: Ča C. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- Anhydrit. För Blåsrör ger icke vatten, smälter trögt till en alkalisk emalj, med Soda lukt af Hepar. Sammansattningen: ČaŠ. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- 3. Hopeit. För Blåsrör ger vatten, smälter lätt, färgar lågan grön, ger på kol Zinkrök. Sammansättningen icke känd.
- 4. Pyrosklerit. För Bläsrör smälter till ett gräagtigt glas. Sammansätningen: 2(Mg, Fe)3Si + (Al, Ch)Si + 1½H. Hörer till Sjette Classen, 1 Ordningen men ej uppförd i Systemet.
- 5. Picrosmin. För Blåsrör smälter icke, med Koboltsolution svag rödagtig färg. Sammansättningen: Mg³S² + H. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

Sjunde Under-afdelningen.

Hårdheten från 2,5 till 1,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 11 till 10.

1. Weisstellur. Sammansättningen: (Ag + Pb) Te+Au Te3. Hörrer till Tredje Classen, 9 Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 6,5 till 6,1.

- Wismuthglans. Strecket blygrått. För Blåsrör smälter redan i yttre lågen, kokar och reduceras. Sammansättningen: BiS³. Hörer till Andra Classen.
- 2. Schilfglaserz. Prismer af 67° vinkel. Färgen mörk blygrå förhållande för Blåsrör ej kändt. Sammansättningen: (Åg + 2Pb/3Sb + Åg²Sb + PbSb. Kommer att utgöra ny ordning af den Sjundo Classen.
- 3. Sprödglaserz. Strecket svart. För Blåsrör smälter och utvecklar antimonrök. Sammansättningen: Ág⁶Sb. Hörer tlll Tredje Classen, 4 Ordningen.
- 4. Silber kupferglans. Strecket mörkt blygrått. För Blåsrör smälter lätt under utveckling af svafvelsyrlighet, till en grå half-smidig metallkula. Sammansättningen: Ću Ág. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen.
- 5. Nadelerz. Strecket svartgrått. För Blåsrör smälter lätt och med kokning, färgar lågen blåagtig; kolet belägges med ett hvitt och ett gult ämne. Sammansättningen: Éu Bi + 2Pb Bi. Hörer till Femte Classen, 5 Ordningen. I Systemet uppförd under orätt formel.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 5,8 till 5,5.

1. Bournonit. För Blåsrör smälter, beslår kolet hvitt och grön-

gult; med Soda kopparkorn. Sammansättningen: Ću³Šb+2Pb3Šb. Hörer till Femte Classen, 5 Ordningen.

- 2. Jamesonit. För Blåsrör decrepiterar, smälter, belägger kålet både med hvit och gul rök. Sammansättningen: Pb³Sb. Hörer till Tredje Classen, 4 Ordningen.
- 3. Kopparglans. Strecket svart. För Bläsrör smälter i yttre lågen med kokning men stelnar uti den inre. Sammansättningen: Cu S. Hörer till Andra Classen.
- 4. Antimonoxid. Strecket hvitt. För Blåsrör smälter och förflygtigas. Sammansättningen: Sb. Hörer till Andra Classen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 4,9 till 4,5.

- Pyrolusit. För Bläsrör smälter icke. Sammansättningen: Mn. Hörer till Andra Classen.
- 2. Antimonglans. För Blåsrör smälter och förflygtigas. Sammansättningen: SbS: Hörer till Andra Classen.

5:e Gruppen. Specifika vigten från 3 till 2,6.

Linsenerz. För Bläsrör decrepiterar, smälter till en brun slaggmassa som delvis reduceras till hvita metallkorn. Sammansättningen: Ču¹⁰ Äs + 30H. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

- 2. Polyhalit. För Blåsrör smälter till en oklar rödaktig kula, som i inre lågen behandlad blir hvit och utgöres af ett ihåligt skal. Sammansättningen: (K+Mg+2Ca)S+½H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.
- 3. Thenardit. För Blåsrör smälter och drar sig i kolet, som sedan öfvergjutit med vatten, luktar hepar. Sammansättningen: Na S. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen, men ej i Systemet upptagen.

6:e Gruppen. Specifika vigten från 2,1 till 1,7.

- 1. Svafvel. För Blåsrör brinner med blå låge och förflygtigas-Sammansättningen uttryckes med S. Hörer till Första Classen.
- 2. Kalisalpeter. För Blåsrör på kol upphettadt kringkastas och förstöres under häftig detonation. Sammansättningen: KN. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- 3. Zinkvitriol. För Blåsrör bladar ut sig till en osmältbar massa, som med Koboltsolution blir grön. Sammansättningen: Zn S+7H. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.
- 4. Bittersalt. För Bläsrör smälter i början lätt, ger en hvit svagt alkalisk massa som med Koboltsolution blir ljusröd. Sammansättningen: Mg S+7H. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.
- 5. Svafvelsyradt kali. För Blåsrör smälter lätt på kol till

en hepatisk massa som reagerar alkalisk. Sammansättningen: KS. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

Åttonde Under-afdelningen. Hårdheten från 1,5 till 1 och derunder.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 4,3 till 4,2.

1. Sternbergit. Sammansättningen: Ág Fe? Hörer till Andra Classen, 4 Ordningen, men är ej i Systemet upptagen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 3,6 till 3,5.

Auripigment. Sammansättningen: As S³. Hörer till Andra Classen.

Femte Afdelningen.

Mineralier titlhörande det Hemiprismatiska Kristall-Systemet.

Första Under-afdelningen.

Härdheten 7.5.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 3,1 till 3.

1. Euclas. Sammansättningen: BeSi+2AlSi. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

Andra Under-afdelningen.

Hårdheten från 6,5 till 5,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten 6,5 till 5,3.

1. Columbit. Sammansättningen: (Mn + 4Fe)Ta². Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 5,1 till 4,9.

1. Monazit. Sammansättningen icke kand. Består af P, Ce, La, Th, Su.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 4,2 till 4.

1. Gadolinit. Sammansättningen: (Y, Ce, Fe) Si. Horer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

4:c Gruppen. Specifika vigten från 3,6 till 3,1.

- Heterosit. För Blåsrör lättsmält; med Soda svart slagg som drar sig i kolet, med Borsyra och Jerntråd en väl fluten regulus af Fosforjern. Sammansättningen: 3 (Mn+2Fe) P2+5H. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.
- 2. Epidot. För Blåsrör smältbar; med Soda sväller och bildar en hvit, osmältbar massa; med Koboltsolution ett blått glas. Sammansättningen: (Ca, Fe, Si+2 AlS. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.
- 3. Diopsid. För Blåsrör smältbar; med Soda bildar ett lätt-smält klart glas, som med mera Soda blir oklart och osmältbart. Med Koboltsolution i smälta kanter röd. Sammansättningen: (Ca+Mg)³Si². Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.
- 4. Achmit. För Blåsrör smältbar, med Soda ett svart glas. Sammansättningen: Na Si+F Si². Hörer till Femte Classen, 2: ordningen.
- 5. Chondrodit. För Blåsrör smälter alldeles icke. Sammansättningen: Mn Mn F+2 Mn Si. Hörer till Femte Classen, 4:e Ordningen.

5:e Gruppen. Specifika vigten från 2,7 till 2,4.

1. Couzeranit. Sönderdelas af syror, under bildaude af gela-

- tina. Sammansättningen: 3 (Na, K, Mg, Ca) Si + 2 Al Si. Hörer, om formeln är riktig, till Femte Classen, 2:a Ordningen.
- Ryakolith. Angripes svårligen af syror. Sammansättningen: (Na, K)Si+AlSi. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen, men ej uti Systemet upptagen.
- 3. Orthoklas. Augripes icke af syror. Sammansättningen KSi+AlSi². Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.
- 4. Lepolith. Angripes icke af syror. För Blåsrör svårsmältare än någon af de föregående. Sammansättningen: (Ca, Na) Si+3 Al Si. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen, men finnes icke i Systemet upptagen.

Tredje Under-afdelningen.

Hårdheten från 5,5 till 4,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 7,2 till 7.

1. Wolfram. Sammausättningen: (Mn; Fe) W. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 3,7 till 3.

- Mangankisel. För Bläsrör smälter. Med Fosforsalt i yttre lågan stark ametystfårg. Sammansättningen: Mn³Si². Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.
- 2. Triphyllin och Tetraphyllin. För Blåsför mycket lätt smålt.

Med Borsyra och Jerntråd en väl fluten regulus af fosforjern; med lithionfluss ger röd låge. Sammansättningen: (Fe, Mn, L) Poch (Fe, Mn, L, Na) P. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen, men finnes ej i Systemet upptagen.

- 3. Sphène. För Bläsrör sväller något, men smälter blott i kanterne. Med fosforsalt uti inre lägan påbläst ametystfärg. Sammausättningen: Ca Si²+ Ca Ti³. Hörer till Femte Classen, 3:e Ordningen.
- 4. Anthophyllith. För Bläsrör smälter icke. Sammansättningen: Fe Si+Mg³ Si². Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.
- 5. Amphibol. För Blåsrör smälter lätt, stycket vidgar sig något innan smältningen. Sammansättningen: CaSi+(Mg, Fe)³Si². Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.
- 6. Augit. För Blåsrör smälter betydligt trögare än föregående. Sammansättningen: (Ca+Mg, Fe)³Si². Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.
- 7. Diallage. För Blåsrör smälter blott i kanterne. Sammansättningen: (Mg+Ca, Fe, Mn) 3Si2. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.
- 8. Datholith. För Bläsrör smälter och pöser som Borax; ger grön färg åt lågan. Sammansättningen troligen: Ca B²+Ca Si²+H. Hörer till Sjette Classen, 2:a Ordningen.
- 9. Wagnerit. För Blåsrör smälter mycket trögt, med Borsyra

och jerntråd Fosforjern. Sammansättningen: MgF+ Mg³ P. Hörer till Fjerde Classen, 4:de Ordningen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 2,9 till 2,6.

- 1. Tafelspath. För Bläsrör med Koboltsolution blå färg å de smälta kanterna, med litet Soda fluten perla, men med mera Soda en osmältlig slagg. Sammansättningen: Ca³Si². Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.
- Tremolith. För Blåsrör med Koboltsolution en ljusröd färg å de smälta kanterne. Sammansättningen: CaSi+Mg²Si². Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.
- 3. Amphodelith. Färgen ljusröd eller hvit. För Blåsrör trögsmält; med Koboltsolution blå färg; med Soda blott slagg.
 Sammansättningen: (Ča, Fe, Mg, "Si+3 AlSi. Hörer till Femte
 Classen, 2:a Ordningen, men är icke i Systemet upptagen.
- 4. Triklasit. Färgen grön eller brun. För Blåsrör smälter i kanterne till ett blåsigt glas; af Soda upplöses icke. Sammansättningen: (Mg, Mn, K, Na, Fe)3Si2+3(Al, Fe)Si+6 H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 2,2 till 2.

 Natrolith. För Blåsrör smälter stilla till ett vattenklart glas. Sammansättningen: Na Si+Al Si+2 H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

- Scolezit. För Blåsrör smälter mycket lätt, till ett skummigt, föga genomskinligt glas. Sammausättningen: CaSi+AlSi+3H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.
- 3. Brewsterit. För Bläsrör smälter under det stycket utbladar sig och skummar. Sammansättningen: 3 (Sr,Ba)Si+4AlSi³+18H. Hörer till Sjette Classen, 1 Ordningen.

Fjerde Under-afdelningen.

Hårdheten från 4,5 till 3,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 4,3 till 3,6.

- Phosphorochaleit. Strecket grönt. Sammansättningen: Cu⁵P+5H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.
- 2. Barytochalcit. Strecket hvitt. Sammansättningen: (Ba+Ca)C. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 2,6 till 2,5.

Pyrallolith. För Blåsrör glödgad i kolf blir alldeles svart.
 Sammansättningen: Mg³ Si². Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

Femte Under-afdelningen.

Hårdheten från 3,5 till 2,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 7 till 6,8.

2. Vauquelinit. För Blåsrör sväller och smälter under pösning

till en grä metallglänsande kula, reduceras icke. Sammansättuingen: (Cu+2Pb)3Cr2. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 6,1 till 6.

1. Chromsyradt Bly. För Blåsrör decrepiterar, smälter, breder ut sig på kolet och reduceras till en del. Sammansättningen: Pb Cr. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 4,3 till 4,1.

- Strahlerz. Sammansättningen icke känd, består af As, Cu, Fe, H.
 Gruppen. Specifika vigten från 3,9 till 3,7.
- Kopparlazur. Sammansättningen: 2CuC+CuH. Hörer till Femte Classen, 1 Ordningen.

5:e Gruppen. Specifika vigten från 2,3 till 2,2.

- Stilbit. Äger en mycket fullkomlig genomgångsyta. Sammansättningen: 3 Ca Si + 4 Al Si³ + 18 H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.
- Huranlith. Äger ingen genomgångsyta. Sammansättningen: (Fe + 3Mn)⁵P²+7H. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

Sjette Under-afdelningen. Hårdheten från 2,5 till 1,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 7 till 6,8.

1. Lanarkit. Strecket hvitt. För Blåsrör smälter och reduceras

lätt. Sammansättningen: Ph C+Ph S. Hörer till Femte Classen, 3:e Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 6,4 till 6,2.

 Leadhillith. För Bläsrör med Soda och Kiseljord färg af hepar. Sammansättningen: 3 Pb C+Pb S. Hörer till Femte Classen, 3:e Ordningen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 5,4 till 5,2.

- Plagionit. För Blåsrör med Soda hepar, som kryper i kolet och qvarlemnar blyknlor. Sammansättningen: Pb⁴Sb³. Hörer till 4:e Ordningen af Tredje Classen, men ej i Systemet upptagen.
- 2. Myargyrit. För Blåsrör med Soda hepar och hvita metallkulor, som länge påblåsta förhålla sig som rent silfver. Sammansättningen: Ág Sb. Hörer till Tredje Classen, 4:e Ordningen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 4 till 3,6.

 Malachit. Sammansättningen: Cu²C+H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

5:e Gruppen. Specifika vigten från 3,2 till 2,6.

1. Johannit. För Blåsrör med Soda en hepatisk massa och kopparkorn. Sammansättningen icke fullständigt känd, håller S, Ü, H.

- 2. Lithionglimmer. För Blåsrör med Soda ett blåsigt glas, med lithionfluss röd låge. Sammansättningen icke fullständigt känd; håller: Li, K, Fl, Al, Si.
- 3. Tvåaxig Glimmer. För Blåsrör med Soda en mer eller mindre färgad slaggmassa. Sammansättningen är å detta mineral ej rätt känd, bildas troligen af flera olika föreningar.
- Glauberit. För Bläsrör med Soda en hepatisk massa. Sammansättningen: (Na + Ca) S. Hörer till Tredje Classen, 1 Ordningen.
- Pharmakolith. För Blåsrör med Soda stark arsenik lukt. Sammansättningen: Ca²As + 6H. Hörer till Fjerde Classen, 1 Ordningen.

6:e Gruppen. Specifika vigten från 2,3 till 2.

- Laumontit. För Blåsrör smälter till hvit emalj; md Soda klart glas. Sammansättningen: Ča³Si²+3AlSi²+12H. Hörer till Sjette Classen, 1 Ordningen.
- Trona. För Blåsrör smälter, kryper i kolet, utan att lemna lukt af hepar. Sammansättningen: Na²C³+4H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.
- 3. Botryogène. För Bläsrör ger lukt af svasvelsyrlighet och qvarlennar Jernoxid. Sammansättningen: Fe³S²+3FeS²+36H. Hörer till Sjette Classen, 1:a Ordningen.

7:e Gruppen. Specifika vigten från 1,95 till 1,7.

- Gaylyssit. För Blåsrör smälter till en oklar alkalisk perla. Sammansättnningen: (Ca+Na) C+6H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.
- Jernvitriol. Blågrön. För Blåsrör utvecklar gas af svafvelsyrlighet, med qvarlemnande af Jernoxid. Sammansättningen: Fe S+6 H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.
- Tinkal. För Blåsrör smälter efter mycken pösning till klar perla. Sammansättningen: Na B²+10 H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

Sjunde Under-afdelningen.

Hårdheten från 1,5 till 1 och derinunder.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 5,8 till 5,7.

 Schrifterz. Sammansättningen: Ag Te+3 Au Te³. Hörer till Tredje Classen, 9:e Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 4,6 till 4,5.

1. Antimonblende. Sammansättningen: Sb+2Sb. Hörer till Tredje Classen, 5:e Ordningen.

3:e Gruppen. Specifika vigten från 3,6 till 3,5.

1. Realgar. Sammansättningen: AsS. Hörer till Andra Classen.

4:e Gruppen. Specifika vigten från 3,1 till 2,2.

- Koboltblüthe. För Blåsrör smälter lätt med utveckling af Arsenikrök till en liten grå metallkula. Sammansättningen: Co³As+9H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.
- 2. Wiwianit. För Blåsrör smälter mycket lätt till en svart kula, som drages af magneten. Sammansättningen: Fe³P+6H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.
- 3. Gips. För Blåsrör smälter till en hvit emalj; på kol glödgad ger en massa af alkalisk smak och hepatisk lukt. Sammansättningen: CuS+2H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.

5:e Gruppen. Specifika vigten från 1,5 till 1,4.

- Glaubersalt. Har en bitter smak. För Blåsrör ger på kol en hepatisk massa. Sammansättningen: NaS+10H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.
- 2. Soda. Har en alkalisk smak. För Blåsrör smälter och uppsupes af kolet. Sammansättningen: Na C+10 H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.
- 3. Borsyra. För Blåsrör smälter lätt, uppsupes ej af kolet, fårgar lågan grön. Sammansättningen: BH3. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

Sjette Asdelningen.

Mineralier tillhörande det Tetartoprismatiska Kristall-Systemet.

Första Under-afdelningen.

Hårdheten från 7 till 6,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 3,3 till 3.

1. Axinit. Sammansättningen ej känd, består af Ca, Fe, Mn, Al, Si, Bo. Hör troligen till Sjunde Classen, 1 Ordningen.

Andra Under-afdelningen.

Hårdheten från 6,5 till 5,6.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 3,7 till 3,4.

- 1. Cyanit. För Blåsrör osmältlig. Sammansättningen: Äl² Si. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.
- 2. Babingtonnit. För Blåsrör smälter lätt. Sammansättningen icke bekant.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 2,8 till 2,4.

1. Labrador. Visar irisering åtminstone uti en direktion. Sam-

mansättningen: (Na+3Ca) Si+AlSi. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

- Anorthit. İ Saltsyra löslig. Sammans.: (Ca,Mg,K,Na)³Si+3 AlSi.
 Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.
- 3. Albit. Sönderdelas icke af Saltsyra. Sammansättningen Na Si+Al Si³. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.
- 4. Oligoklas. Smälter lättare än de 3:ne föregående. Sammansättningen: (Na, K, Ca, Mg) Si + Al Si². Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.
- 5. Petalith. För Blåsrör med lithionsluss röd låga. Sammansättningen: Li S²+Al Si³. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen

Tredje Under-afdelningen.

Hårdheten från 5,5 till 5.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 3,5 till 3,4.

1. Diaspor. För Blåsrör decrepiterar i kolf ytterst starkt. Sammansättningen: Äl H. Hörer till Tredje Classen, 1:a Ordningen.

2:a Gruppen. Specifika vigten från 2,7 till 2,6.

Latrobit. Sammansättningen: (K+2 Ca)³ Si+15 Al Si. Hörer till Femte Classen, 2:a Ordningen.

Fjerde Under-afdelningen.

Hårdheten från 2,5 till 2.

1:a Gruppen. Specifika vigten från 2,3 till 2,2.

1. Kopparvitriol. Sammansättningen: ČuŠ+5H. Hörer till Fjerde Classen, 1:a Ordningen.



CONSIDÉRATIONS ULTÉRIEURES

SUR LES

PRINCIPES DU CALCUL DIFFÉRENTIEL,

PAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 24 Janvier 1842.)

Dans un mémoire présenté à la Société il y a trois ans, j'ai développé les principes du Calcul Différentiel d'une manière différente de celles qui m'étaient connues auparavant, et qui me paraissait avoir l'avantage de ne laisser rien à désirer pour la rigueur et la simplicité, sans s'écarter des idées reçues habituellement sur ce sujet, dont l'emploi offre des avantages particuliers. M'étant dans ce mémoire borné à la considération des fonctions d'une seule variable, j'ai cru cependant y devoir ajouter encore quelques remarques tendantes à éclaircir le sujet dont il s'agit pour des fonctions d'un nombre quelconque de variables. C'est ce complément du mémoire cité que j'ai l'houneur de soumettre actuellement à la Société.

Pour suivre ici la marche tracée dans le mémoire précédent, je commencerai par proposer la définition suivante du développement d'une fonction d'un nombre quelconque de va-

Développer une fonction quelconque f(t, u, v, ...) suivant les puissances de t, u, v, ..., c'est former un nombre arbitraire de termes de la forme

at
$$u^{i_1}v^{i_2} + bt^iu^{i_2}v^{i_3} + \dots + ct^{i_p}u^{i_p}v^{i_p}$$
.

(les exposants g, h, k, ..., l, m, n, ..., p, q, r, ..., ainsi que les coefficients a, b, c, ..., ne dépendant pas de t, u, v, ...), dans lesquels

$$g + h + k + ... = l + m + n + ... = ... = p + q + r + ...$$

et qui se succèdent d'après une telle loi, que le reste qui complète l'identité de leur somme avec f(t, u, v, ...) pour toutes les valeurs de t, u, v, ..., changé en fonction de $s, \alpha, \beta, \gamma, ...$ par la substitution de $\alpha s, \beta s, \gamma s, ...$ au lieu de t, u, v, ... et divisé par la puissance de s dont l'exposant est la somme de ceux de chaque produit du dernier terme, offre une fonction des variables $s, \alpha, \beta, \gamma, ...$ qui, pour des valeurs quelconques sinies *) de

^{*)} Par des valeurs sinies j'entends ici des valeurs ni nulles ni infinies, ce qui n'empêche pas que dans plusieurs cas du développement en question la fonction dont il s'agit ne s'évanouisse aussi pour des valeurs nulles ou infinies des coefficients cités. L'une ou l'autre de ces espèces de valeurs n'ayant cependant pas lieu pour α, β, 7, ... dans un cas particulier quelconque du développement défini ci-dessus, il nous a été nécessaire de les exclure toutes deux de notre définition, afin de donner à celle-ci une étendue suffisante.

 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$, s'évanouit constamment lorsque s=o, ou constamment lorsque $\frac{1}{s}=o$ *).

De cette définition résulte sur-le-champ que la supposition de

$$t = \alpha s$$
, $u = \beta s$, $v = \gamma s$, etc.

 $(\alpha, \beta, \gamma, ...$ ayant des valeurs quelconques finies et indépendantes de s), qui change la fonction

$$f(t, u, v, \ldots)$$

*) L'identité de cette définition avec celle de notre premier mémoire (voir p. 424 de ce Tome) est manifeste lorsqu'il s'agit de fonctions d'une seule variable, puisque la fonction

$$\frac{q_x}{x^p}$$

s'évanouissant pour x = 0 ou $\frac{1}{x} = 0$, celle de

$$\frac{\varphi(\alpha s)}{s^p}$$

en fonction de ε , réduit en même temps chaque terme de la forme déterminée ci-dessus que fournirait le développement de f(t, u, v, ...) par rapport à t, u, v, ..., à un terme du développement de la fonction

par rapport à s, les hypothèses de s = o et $\frac{1}{s} = o$ dans le premier développement correspondant respectivement à celles de s = o et $\frac{1}{s} = o$ dans le second: remarque importante pour la théorie du développement des fonctions à plusieurs variables, comme on le verra par l'application que nous allons en faire pour la déduction des conséquences suivantes entièrement analogues à celles de notre premier mémoire p. 424-426.

1:0 Dans la première hypothèse de notre définition, on celle de s=o, les sommes des exposants de t,u,v,... dans les termes mentionnés ci-dessus tendront de plus en plus vers l'infini positif, et le contraîre aura lieu dans l'hypothèse de $\frac{1}{\epsilon}=o$.

Car, si cela n'avait pas lieu dans l'une ou dans l'autre hypothèse, les exposants de s dans le développement de la fonction

$$\frac{3^{2}s^{2}}{(\alpha-\beta)s}$$

ne s'évanouit pas nécessairement dans le cas de s=0, si l'on ne suppose en même temps que $\alpha-\beta$ ne soit pas égale à zéro. — On observera aussi que, dans le développement des fonctions de plusieurs variables, le quotient de la division du reste supplémentaire par le dernier terme du développement ne s'évanouit pas toujours pour des valeurs nulles ou infinies de ces variables, comme paraît l'exiger l'analogie avec les fonctions d'une seule variable, ainsi que le montre p. ex. la fonction particulière même que nous venons de considérer.

 $f(\alpha s, \beta s, \gamma s, ...)$ relativement à cette variable et dans la même hypothèse, lesquels seront les sommes en question, ne se succéderaient pas suivant la loi prouvée dans le mémoire souvent cité (p. 424, 425 de ce Tome).

2:0 Au contraire, si, dans un développement de f(t, u, v, ...) relativement à t, u, v, ..., les sommes des exposants en question tendent de plus en plus vers l'infini positif, ce développement se rapportera à l'hypothèse de s=o, et, si ces sommes tendent de plus en plus vers l'infini négatif, il aura lieu dans celle de $\frac{1}{s}=o$.

Car si, dans le premier cas, le développement de f(t, u, v, ...) répondait à l'hypothèse de $\frac{1}{s} = o$, celui de $f(\alpha s, \beta s, \gamma s, ...)$ suivant s, obtenu par la substitution de $\alpha s, \beta s, \gamma s, ...$ pour t, u, v, ... dans la suite donnée et par conséquent ascendant, se rapporterait, d'après ce qui précède, à la même hypothèse de $\frac{1}{s} = a$, ce qui répugnerait à la 2:e vérité générale relative au développement des fonctions d'une seule variable, prouvée dans notre premier mémoire, p. 425.

La même démonstration aura lieu pour l'autre cas.

3:0 Les termes de la forme ci-dessus qui résultent du développement d'une fonction quelconque uniforme de t, u, v, \ldots , sont entièrement déterminés taut dans l'hypothèse de s=0 que dans celle de $\frac{1}{s}=o$, de sorte qu'un changement quelconque étant apporté à un coefficient ou exposant de quelqu'un de ces termes, ce terme ne pourra plus appartenir au développement de la fonction donnée dans l'hypothèse en question.

Soient les suites

$$z + at^q u^h v^h \cdot \cdot + bt^l u^m v^n \cdot \cdot + \cdot \cdot ct^p u^q v^p \cdot \cdot + \varphi(t, u, v, \cdot \cdot)$$

et

$$z + a_i t^{\ell'} u^{l\nu} v^{l\nu} ... + b_i t^{l\nu} u^{m\nu} v^{n\nu} ... + ... c_i t^{p\nu} u^{q\nu} v^{p\nu} ... + \varphi_i(t, u, v, ...)$$

toutes deux des résultats du développement de la fonction f(t, u, v, ...) par rapport à t, u, v, ... dans la même hypothèse, x représentant l'ensemble des termes qui y précèdent le dernier, lesquels nous supposons les mêmes pour les deux séries, et q(t, u, v, ...), $q_i(t, u, v, ...)$ les restes qui complètent l'identité des deux suites avec f(t, u, v, ...) pour des valeurs quelconques de t, u, v, ... Nous allons prouver que les termes

$$at^{\ell}u^{k}v^{l}..+bt^{l}u^{m}v_{n}..+..ct^{p}u^{q}v^{r}..$$

et

$$a, t^{g}, u^{h}, v^{h}, ... + b, t^{h}, u^{m}, v^{h}, ... + ... c, t^{p}, u^{q}, v^{r}$$
.

qui dans ces séries précèdent immédiatement les fonctions φ et φ_i , sont nécessairement identiques tant pour les coefficients que pour les exposants.

Car si l'on suppose dans ces deux suites

$$t = \alpha s$$
, $u = \beta s$, $v = \gamma s$, etc.,

où α, β, γ,.. ont des valeurs quelconques finies et indépendantes de s, les résultats de cette substitution, lesquels nous représenterons par

$$\lambda + (a \alpha^{\epsilon} \beta^{s} \gamma^{s} ... + b \alpha^{l} \beta^{s} \gamma^{s} ... + ... c \alpha^{s} \beta^{s} \gamma^{s} ...) s^{s} + \varphi (\alpha s, \beta s, \gamma s, ...)$$

et

$$\lambda + (a, \alpha^{\varepsilon}, \beta^{\lambda}, \gamma^{\varepsilon} + b, \alpha^{l}, \beta^{m}, \gamma^{r} + c, \alpha^{r}, \beta^{q}, \gamma^{r}) s^{r} + \varphi, (\alpha s, \beta s, \gamma s, ..),$$

seront, d'après ce qui précède, l'un et l'autre des suites dues au développement de la fonction

$$f(\alpha s, \beta s, \gamma s, \ldots)$$

relativement à s et dans la même hypothèse. Ces deux séries étant identiques d'après la théorie du développement des fonctions d'une seule variable, exposée dans notre premier mémoire (p. 426 de ce Tome), les coefficients

$$a\alpha^g \beta^k \gamma^k + b\alpha^l \beta^m \gamma^n + c\alpha^p \beta^q \gamma^r$$
.

et

$$a, \alpha^{\varepsilon}, \beta^{h}, \gamma^{h} \dots + b, \alpha^{h}, \beta^{m}, \gamma^{n} \dots + \dots c, \alpha^{\varepsilon}, \beta^{n}, \gamma^{n} \dots$$

des termes qui y précèdent les restes supplémentaires seront aussi identiques pour des valeurs quelconques finies de α , β , γ , ..., ce qui évidemment ne pourra avoir lieu à moins qu'ils ne s'accordent entièrement tant pour les coefficients que pour les exposants, puis-qu'autrement ils ne seraient identiques que pour des valeurs particulières de α , β , γ , ... Or, en changeant dans ces expressions α , β , γ , ... respectivement en t, u, v, ..., elles offriront les termes mêmes dont il fallait prouver l'identité. Douc ceux-ci seront aussi entièrement identiques.

Il se présente ici une remarque analogue à celle faite dans notre premier mémoire relativement aux fonctions d'une seule variable, savoir qu'au contraire l'identité de deux suites de termes tels que nous supposons ici, quoique subsistant indéfiniment, n'entraine pas l'identité des fonctions à plusieurs variables dont le développement les produirait. Pour s'en convaincre il suffira d'observer que par ex la série

$$1 - 2t + 3u + 4t^2 - 12tu + 9u^2 - 8t^3 + 36t^2u - 54tu^2 + 27u^3 + \dots$$

résulte également du développement de la fonction

et de celui de la fonction

$$\frac{1}{1+2\ell-3u}+e^{-\left(\frac{1}{2\ell-3u}\right)^2}$$

e étant la base des logarithmes népériens *).

Ces notions générales établies, nous allons effectuer le développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, ...)$$

$$Ax^a + Bx^2 + \dots Cx^c + qx$$

où les exposents a, b, c,... sont des nombres entiers positife, étant produite par le développement de la fonction

F

telativement à la variable x, velle de

^{*,} La vérité ci-dessus s'établit généralement par la remarque qu'une serie ascendante quelconque

par rapport à h, k, l, ..., dans l'hypothèse précédemment mentionnée de s = o, f représentant une fonction quelconque.

On verra que, pour cette opération, il n'y aura qu'à développer cette fonction successivement par rapport à toutes les vari-

eil

•

$$F\left(dl^{g}u^{h}\nu^{l}..+et^{l}u^{m}\nu^{n}..+..fl^{p}u^{q}\nu^{r}..\right)$$

par rapport aux variables $t, u, \nu, ...$; ce qui est évident, puisque la fonction

$$\frac{qx}{x^c}$$

s'évanouissant, d'après l'hypothèse, pour x=o, celle de

$$\frac{q\left[\left(du^{\varepsilon}\beta^{\lambda}\gamma^{\lambda}..+eu^{l}\beta^{m}\gamma^{n}..+..f(c^{p}\beta^{2}\gamma^{p}...\right)s\delta\right]}{s\,c\delta},$$

où $\delta = g + h + k + \dots$ et $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ ont des valeurs quelconques finies, le fera nécessairement de même pour s = o si δ est positive, et pour $\frac{1}{z} = o$ si cette somme est négative, ainsi que l'exige la définition ci-dessus.

ables dont il s'agit, à l'aide de l'équation générale déduite dans notre premier mémoire pour le développement de

$$f(x+h)$$

relativement à la variable h (p. 461 de ce Tome).

Considérons d'abord la fonction

$$f(x+h,y+k)$$

Son développement par rapport à k donnera (la notation générale

$$f_{p,q\ldots}^{(n)}(x,y,z,..),$$

analogue à celle de

$$\int^{(n)} x$$

relative aux fonctions d'une seule variable, étant employée pour désigner la fonction dérivée du n^e ordre de f(x,y,z,...), obtenue par des dérivations au nombre de n opérées sur cette fonction successivement par rapport à celles de ses variables qui, à partir de la première inclusivement, y occupent la $p^e,q^e,...r^e$ place)

Or le développement des fonctions $f, f'_2, \dots f'^{(n)}_{2,2\dots 2}$ du second membre de cette équation par rapport à h nous donne

$$\begin{split} f(x+h,y) = & f(x,y) + f_1'(x,y) \cdot h + f_{1.1}''(x,y) \cdot \frac{h^3}{1 \cdot 2} \\ & + f_{1.1.1}''(x,y) \cdot \frac{h^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \cdot \cdot f_{1.1.1}^{(n)}(x,y) \cdot \frac{h^n}{1 \cdot 2 \cdot n} + \psi(x,h,y) \end{split}$$

$$f'_{2}(x+h,y) = f'_{2}(x,y) + f''_{2,1}(x,y) \cdot h + f'''_{2,1,1}(x,y) \cdot \frac{h^{2}}{1 \cdot 2}$$

$$+ \cdot \cdot \cdot f^{(n)}_{2,1,1}(x,y) \cdot \frac{h^{n-1}}{1 \cdot 2 \cdot \cdot (n-1)} + \psi_{1}(x,h,y)$$

$$f_{2,2}^{"}(x+h,y)=f_{2,2}^{"}(x,y)+f_{2,2,1}^{"}(x,y)\cdot h$$

$$+\cdot\cdot f_{2,2,1}^{(n)}(x,y)\cdot \frac{h^{n-2}}{1\cdot 2\cdot (n-2)}+\psi_{2}(x,h,y)$$

$$f_{2,2,2}^{"}(x+h,y)=f_{2,2,2}^{"}(x,y)+...f_{2,2,2,1}^{(n)}(x,y).\frac{h^{n-3}}{1\cdot 2\cdot (n-3)}+\psi_3(x,h,y),$$

$$f_{2,2,2,2}^{(n)}(x+h,y)=f_{2,2,2,2}^{(n)}(x,y)+\psi_n(x,h,y).$$

Donc on aura identiquement, pour toutes les valeurs de x, y, h et k,

$$f'(x+h,y+k)=f'(x,y)+f'_{1}(x,y).h+f'_{1,1}(x,y).\frac{h^{2}}{1.2}+f'''_{1,1,1}(x,y).\frac{h^{3}}{1.23}+\cdots$$

$$+f'_{2}(x,y).k+f''_{2,1}(x,y).hk+f'''_{2,1,1}(x,y).\frac{h^{2}k}{1.2}+\cdots$$

$$+f'''_{2,2}(x,y).\frac{k^{2}}{1.2}+f'''_{2,2,1}(x,y).\frac{hk^{2}}{1.23}+\cdots$$

$$+f'''_{2,2,2}(x,y).\frac{k^{3}}{1.23}+\cdots$$

$$+\cdots$$

$$\cdot \cdot f_{1 - 1 - 1 - 1}^{(n)}(x, y) \cdot \frac{h^{n}}{1 \cdot 2 \cdot n} + \psi(x, h, y)$$

$$\cdot \cdot f_{2 - 1 - 1}^{(n)}(x, y) \cdot \frac{h^{n - 1}k}{1 \cdot 2 \cdot (n - 1)} + \psi_{1}(x, h, y) \cdot k$$

$$\cdot \cdot \cdot f_{2 - 2 - 1}^{(n)}(x, y) \cdot \frac{h^{n - 2}k^{2}}{1 \cdot 2 \cdot (n - 2) \cdot 1 \cdot 2} + \psi_{2}(x, h, y) \cdot \frac{k^{2}}{1 \cdot 2}$$

$$\cdot \cdot \cdot f_{2 - 2 - 2}^{(n)}(x, y) \cdot \frac{h^{n - 3}k^{3}}{1 \cdot 2 \cdot (n - 3) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} + \psi_{3}(x, h, y) \cdot \frac{k^{3}}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\cdot \cdot \cdot \cdot f_{2 - 2 - 2}^{(n)}(x, y) \cdot \frac{k^{n}}{1 \cdot 2 \cdot n} + \psi_{4}(x, h, y) \cdot \frac{k^{n}}{1 \cdot 2 \cdot n}$$

$$+ \varphi(x + h, y, k)$$

Le second membre de cette équation, dont les termes se succèdent suivant une loi manifeste, constitue le véritable déve-

loppement de la fonction f(x+h,y+k) par rapport à h, k, dans l'hypothèse adoptée s=o, tant qu'il s'agira des valeurs de x et y en général. Pour le prouver, nous ferons observer que la fonction

$$\left\{ \psi\left(x,\,\alpha s,y\right)+\psi_{1}\left(x,\,\alpha s,y\right).\,\beta s+\psi_{2}\left(x,\,\alpha s,y\right).\,\frac{\beta^{2}s^{2}}{1\cdot2}\right\}$$

$$+\ldots \psi_n(x, \alpha s, y) \cdot \frac{\beta^{n_s n}}{1 \cdot 2 \cdot n} + \overline{\varphi}(x + \alpha s, y, \beta s) \} : s_i^n$$

qui peut être mise sous la forme

$$\frac{\psi_{(x,\alpha_s,y)}}{s^n} + \frac{\psi_{\tau}(x,\alpha_s,y)}{s^{n-1}} \cdot \beta + \frac{\psi_{2}(x,\alpha_s,y)}{s^{n-2}} \cdot \frac{\beta^2}{1 \cdot 2}$$

$$+\cdots \psi_n(x, \alpha s, y) \cdot \frac{\beta^n}{1 \cdot 2 \cdots n} + \frac{\varphi(x + \alpha s, y, \beta s)}{s^n},$$

s'évanouit évidemment pour s=o et des valeurs quelconques finies de α et β , lorsqu'il s'agit des valeurs de x et y en général, puisque, d'après ce qui précède, les fonctions

$$\frac{\psi(x,h,y)}{h^n}, \frac{\psi_1(x,h,y)}{h^{n-1}}, \frac{\psi_2(x,h,y)}{h^{n-2}}, \dots \psi_n(x,h,y)$$

ont la propriété de s'évanouir pour h = o et des valeurs de x, y en général, ainsi que celle de

$$\frac{g(x+h,y,k)}{k^n}$$

de s'évanouir pour, k=o et des valeurs de x+h et y en général, et que par conséquent chacune des fonctions

$$\frac{\psi(x,\alpha s,y)}{s^n}$$
, $\frac{\psi_1(x,\alpha s,y)}{s^{n-1}}$, $\psi_n(x,\alpha s,y)$, $\frac{g(x+\alpha s,y,\beta s)}{s^n}$

s'évanouit nécessairement pour s = o et des valeurs quelconques finies de α et β , tant qu'il s'agira des valeurs de x et y en général.

Passons maintenant à la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l)$$
.

Son développement par rapport à 1 nous donne d'abord

$$f(x+h, y+k, z+l) = f(x+h, y+k, z) + f_3'(x+h, y+k, z) \cdot l + \cdot \cdot \cdot f_{3.3.3.3}^{(s)}(x+h, y+k, z) \cdot \frac{l^s}{1 \cdot 2 \cdot n} + \varphi(x+h, y+k, z, l)$$

Or le résultat général que nous venons d'obtenir pour le développement de f(x+h, y+k) fournit ceux de

$$f(x+h, y+k, z) = f(x, y, z, +f_1'(x, y, z), h+f_{1.1}''(x, y, z), \frac{h^2}{1.2} + ..ah^n +f_2'(x, y, z), h+f_{2.1}''(x, y, z), hk + ..bh^{n-1}k +f_{2.2}''(x, y, z), \frac{k^2}{1.2} + ..ch^{n-2}k^2 + ... + \psi(x, y, h, k, z)$$

$$f_{3}'(x+h, y+k, z) = f_{3}'(x, y, z) + f_{3,1}''(x, y, z) \cdot h + \cdot \cdot \cdot a_{1}h^{n-1} + f_{3,2}''(x, y, z) \cdot k + \cdot \cdot b_{1}h^{n-1}k + \cdot \cdot \cdot \cdot + \psi_{1}(x, y, h, k, z)$$

$$+ \psi_{1}(x, y, h, k, z) \qquad e_{1}k^{n-1}$$

$$+ \int_{3.3}^{n} (x + h, y + k, z) = \int_{3.3}^{n} (x, y, z) + \dots + a_{2}h^{n-2} + \psi_{2}(x, y, h, k, z),$$

$$+ e_{2}k^{n-2} + \psi_{2}(x, y, h, k, z),$$

$$f_{3,3,3,3}^{(n)}(x+h, y+k, z) = a_n + \psi_n(x, y, h, k, z),$$

 $a cdots e_1, a_1 cdots e_2, a_n$ représentant, pour abréger, les fonctions de x, y, z contenues dans les termes qui précèdent immédiatement les restes supplémentaires.

Donc

$$f(x+h, y+k, z+l) = f(x,y,z) + f'_{1}(x,y,z) \cdot h + f''_{1,1}(x,y,z) \cdot \frac{h^{2}}{1\cdot 2} + \dots$$

$$+ f'_{2}(x,y,z) \cdot k + f''_{2,1}(x,y,z) \cdot hk + \dots$$

$$+ f'_{2,2}(x,y,z) \cdot \frac{k^{2}}{1\cdot 2} + \dots$$

$$+ f''_{3,2}(x,y,z) \cdot kl + \dots$$

$$+ f''_{3,3}(x,y,z) \cdot kl + \dots$$

$$+ f''_{3,3}(x,y,z) \cdot \frac{l^{2}}{1\cdot 2} + \dots$$

$$+ \dots$$

équation, dont le second membre est le développement cherché de f(x+h,y+k,z+l) par rapport aux variables h,k,l, comme on le voit sur-le-champ en observant que la fonction

$$\left\{ \psi(x, y, \alpha s, \beta s, z) + \psi_1(x, y, \alpha s, \beta s, z), \gamma s + \psi_2(x, y, \alpha s, \beta s, z), \frac{\gamma^2 s^2}{1 \cdot 2} + \dots \psi_n(x, y, \alpha s, \beta s, z), \frac{\gamma^n s^n}{1 \cdot 2 \cdot n} + q(x + \alpha s, y + \beta s, z, \gamma s) \right\} : s^n,$$

c'est-à-dire celle de

$$\frac{\psi_1(x,y,\alpha s,\beta s,z)}{s^{n-1}} + \frac{\psi_1(x,y,\alpha s,\beta s,z)}{s^{n-1}} \cdot \gamma + \frac{\psi_2(x,y,\alpha s,\beta s,z)}{s^{n-2}} \cdot \frac{\gamma^2}{1\cdot 2} + \dots \psi_n(x,y,\alpha s,\beta s,z) \cdot \frac{\gamma^n}{1\cdot 2\cdot n} + \frac{\varphi(x+\alpha s,y+\beta s,z,\gamma s)}{s^n},$$

s'évauouit manisestement pour s=o et des valeurs quelconques sinies de α, β, γ , tant qu'il s'agira des valeurs de x, y, z en général,

puisqu'en vertu de ce que nous venons de prouver pour la fonction f(x+h,y+k), chacune des fonctions

$$\frac{\psi(x,y,\alpha s,\beta s,z)}{s^n}$$
, $\frac{\psi_t(x,y,\alpha s,\beta s,z)}{s^{n-1}}$, $\psi_n(x,y,\alpha s,\beta s,z)$

s'évanouit pour s=o et des valeurs quelconques finies de α , β , lorsqu'on considère les x, y, z en général, et celle de

$$\frac{\varphi(x+\alpha s, y+\beta s, z, \gamma s)}{s^n}$$

s'évanouit aussi nécessairement pour s=o et des valeurs quelconques finics de α, β, γ tant quil s'agira des valeurs de x, y, z en général, parce que, d'après ce qui précède, la fonction

$$\frac{\varphi(x+h,y+k,z,l)}{m}$$

s'évanouit pour l=o et des valeurs de x+h, y+k et z en général.

De la même manière on déduira le développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, v+m)$$

au moyen de celui de

$$F(x+h, y+k, z+l)$$

et ainsi de suite; d'où résulte évidemment tant la possibilité du développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, ..)$$

par rapport à h, k, l, ... dans l'hypothèse en question, quel que soit le nombre des variables x, y, z, ..., que la loi même des termes de ce développement, laquelle est si manifeste, qu'il n'y a aucune difficulté de former immédiatement, dans un cas quelconque, tel de ces termes qu'on voudra. S'il s'agissait p. ex. de composer sur-le-champ le quatrième terme du développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, v+m),$$

c'est-à-dire celui pour lequel la somme des exposants de chaque produit particulier s'élève à trois unités, on formerait d'abord l'expression

$$h^{3} + h^{2}k + h^{2}l + h^{2}m + hk^{2} + hkl + hkm + hl^{2} + hlm + hm^{2}$$

+ $k^{3} + k^{2}l + k^{2}m + kl^{2} + klm + km^{2} + l^{3} + l^{2}m + lm^{2} + m^{3}$,

dont les termes offrent toutes les combinaisons différentes de trois quelconques des variables

avec des répétitions, après quoi on mettrait devant chacun de ces termes le coefficient

$$\alpha f_{p,q,r}^{\prime\prime\prime}(x,y,z,v)$$

où α désigne la fraction $\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}$ pour les termes qui sont les troisiemes puissances des h, k, l, m, la fraction $\frac{1}{1\cdot 2}$ pour ceux qui en renserment les secondes et l'unité pour tous les autres, et les indices p, q, r expriment les places qu'occupent dans la fonction f toutes les variables

contenues dans le terme en question, l'ordre de ces indices étant tel que les plus grands précèdent toujours les moindres.

Un examen plus approfondi de la loi que nous venons d'indiquer conduit à la remarque importante que pour une sonction quelconque uniforme

la fonction dérivée générale

$$f_{p,q,r}^{(\kappa)}(x,y,z,\ldots)$$

reste la même quel que soit l'ordre des indices p,q,...r, pourvu que ces indices mêmes ne changent pas. En effet, d'après ce que nous venons de remarquer, ces indices marquent les places qu'occupent dans la fonction f les variables h,k,l,... qui entrent dans le terme dont il s'agit, et leur ordre se détermine, d'après la même remarque, par celui des variables suivant lesquelles se font successivement les développements partiels de la fonction en question, d'où résulte évidemment que, quel que soit ce dernier ordre, les termes des suites finales également composés en h,k,l,... offriront les mêmes indices p,q,...r, mais que l'ordre de ces indices différera suivant celui dans lequel sera fait le développement

final. Or, d'après ce qui précède, les termes du développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, ..)$$

suivant h, k, l,..., dans l'hypothèse en question, sont si déterminés, qu'un changement quelconque apporté au coefficient de quelqu'un d'entre eux l'empêcherait d'appartenir au développement dont il s'agit. Donc les fonctions dérivées en question aux mêmes indices mais dans un ordre différent, lesquelles, d'après ce qui précède, seront aussi multipliées par les mêmes fractions de la forme

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \cdot a \times 1 \cdot 2 \cdot \cdot b \times 1 \cdot 2 \cdot \cdot c \times \cdot},$$

seront nécessairement identiques pour des valeurs quelconques de x, y, z, ..., puisque les développements mêmes ont lieu dans le cas général où l'on n'a pas déterminé d'une manière particulière ces dernières quantités *).

$$f_{1,2}^{\prime\prime}(x,y) = f_{2,1}^{\prime\prime}(x,y),$$

qui est évidente par le raisonnement ci-dessus et en vertu de laquelle une dérivée d'un ordre quelconque d'une tonction d'un nombre arbitraire

^{*)} La vérité dont il s'agit ne s'établit pas complétement par le raisonnement ci-dessus, parce qu'en vertu de l'opération même qui conduit au développement en question, les coefficients des produits de h, k, l,... y sont assujétis à la loi constante relative aux indices p, q,...r, que ceux d'entre ces indices qui sont les mêmes, se succèdent immédiatement. Rien n'est cependant plus facile que de suppléer à ce défaut, puisque la vérité en question se ramène toujours très-simplement à celle de

Pour ce qui regarde les conditions relatives aux x, y, z, ... sans lesquelles le développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, ..),$$

lequel nous venons de déduire, n'aurait pas lieu, nous ferons remarquer que le résultat général énoncé sous ce rapport dans notre premier mémoire à l'égard de la fonction

$$f(x+h)$$

(p. 467, 468 de ce volume) conduit évidemment à cet autre relatif à la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l, ..),$$

que m étant le nombre des variables h, k, l, ... y contenues, le développement de cette fonction trouvé dans ce qui précède aura lieu pour des valeurs quelconques de x, y, z, ..., soit réelles soit imaginaires, qui ne rendent infinie ou indéterminée aucune des fonctions au nombre de $\frac{(m+1)(m+2)...(m+n)}{1.2.3..n}$

de variables ne change pas de valeur par le changement de l'ordre de deux quelconques de ses indices qui sont immédiatement contigus. Ainsi p. ex, pour établir que

$$f_{1,2,1,3}^{""}(x,y,z) = f_{2,3,1,1}^{""}(x,y,z),$$

il n'y aura qu'à remarquer que

$$f_{1,2,1,3}^{\prime\prime\prime\prime}(x,y,z) = f_{2,3,1,3}^{\prime\prime\prime\prime}(x,y,z) = f_{2,1,3,1}^{\prime\prime\prime\prime}(x,y,z) = f_{2,3,1,1}^{\prime\prime\prime\prime}(x,y,z).$$

$$f(x, y, z, ..),$$

$$f''_{1,1}(x, y, z, ..), \quad f''_{2}(x, y, z, ..), \quad ... f''_{m}(x, y, z, ..),$$

$$f'''_{1,1,1}(x, y, z, ..), \quad f'''_{1,1,2}(x, y, z, ..), \quad ... f'''_{m,m,m}(x, y, z, ..),$$

$$f'''_{1,1,1}(x, y, z, ...), \quad f'''_{1,1,2}(x, y, z, ...), \quad ... f'''_{m,m,m}(x, y, z, ...),$$

$$... \quad ... \quad ... \quad ... \quad ... \quad ...$$

Le reste supplémentaire relatif au développement d'une fonction de plusieurs variables jouit de propriétés analogues à celles du reste supplémentaire des fonctions d'une seule variable, déduites dans notre premier mémoire (p. 461—466 de ce Tome).

Pour le faire voir nous remarquerons d'abord que la supposition de x=o dans les résultats trouvés dans ce mémoire conduit à la conclusion générale que le développement d'une fonction quelconque fh par rapport à h, dans l'hypothèse de h=o, s'exprime par

$$fo+f'o.h+\frac{f'o}{1\cdot 2}.h^2+\frac{f''o}{1\cdot 2\cdot 3}.h^3+...\frac{f^{(n)}o}{1\cdot 2\cdot n}.h^n+\varphi(o,h),$$

pourvu qu'aucune des expressions

ne se trouve infinie ou indéterminée, et que de plus le reste supplémentaire de ce développement $\varphi(o, h)$ jouit de la propriété de ne pas franchir les limites

$$\frac{ph^{n+1}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot (n+1)} \quad \text{et} \quad \frac{qh^{n+1}}{1\cdot 2\cdot 3\cdot (n+1)},$$

p et q désignant les valeurs le plus et le moins avancées vers l'infini positif que pourra prendre la fonction

$$f^{(n+1)}h$$

pour des valeurs de h quelconques qui ne sortent pas des limites déterminées par sa valeur actuelle et zéro, pourvu qu'aucune des fonctions

$$fh, f'h, f''h, ... f^{(n+1)}h$$

ne prenne une valeur imaginaire, infinie ou indéterminée pour une valeur de h quelconque qui ne dépasse pas les limites déterminées par sa valeur actuelle et zéro.

Ceci observé, considérons d'abord le développement trouvé ci-dessus pour f(x+h, y+k):

$$\begin{split} f(x,y) + f_1'(x,y) \cdot h + f_{1-1}''(x,y) \cdot \frac{h^2}{1 \cdot 2} + \cdots f_{1-1-1}^{(n)}(x,y) \cdot \frac{h^n}{1 \cdot 2 \cdot n} + g(x,y,h,k), \\ + f_2'(x,y) \cdot k + f_{1-2}''(x,y) \cdot hk + \cdots f_{1-1-2}^{(n)}(x,y) \cdot \frac{h^{n-1}k}{1 \cdot 2 \cdot (n-1)} \\ + f_{2-2}''(x,y) \cdot \frac{k^2}{1 \cdot 2} + \cdots f_{1-2-2}^{(n)}(x,y) \cdot \frac{h^{n-2}k^2}{1 \cdot 2 \cdot (n-2) \cdot 1 \cdot 2} \\ + \cdots \cdots \cdots \\ f_{2-2-2}^{(n)}(x,y) \cdot \frac{k^n}{1 \cdot 2 \cdot n} \end{split}$$

et déterminons les limites de son reste supplémentaire q(x, y, h, k).

La substitution de as, se au lieu de h, k dans la fonction citée et son développement, nous donne l'équation

dont le second membre, d'après ce qui précède, forme le développement du premier par rapport à s, dans l'hypothèse de s=o, pour des valeurs quelconques finies de α , β et des valeurs quelconques de x, y qui ne rendent infinie on indéterminée aucune des $\frac{(a+1)(a+2)}{1/2}$ fonctions

$$f(x,y), f'_1(x,y), \dots f_{x_{i-1},x_{i-2}}(x,y);$$

et c'est à la détermination des limites de la fonction

$$q(x, y, \alpha s, \beta s)$$

contenue dans cette équation, que se réduit évidenment celle des limites de la fonction en question

$$\varphi(x, y, h, k)$$
.

Or, en vertu de la propriété citée du reste supplémentaire général

$$\varphi\left(o,h\right) ,$$

la détermination des limites de

$$\varphi(x, y, \alpha s, \beta s)$$

dépend de celle de la fonction

$$f_s^{(n+2)}(x+\alpha s, y+\beta s)$$

(notation par laquelle nous exprimons que les dérivations de la fonction $f(x + \alpha s, y + \beta s)$ se rapportent à la variable s). Donc il faudra avant tout déterminer cette dernière fonction, ce qui se fera aisément au moyen de l'équation même que nous venons de rapporter. En effet le second membre de cette équation ne cessera évidemment d'être le développement du premier par rapport à s si l'on y change respectivement

en

$$x + \alpha r$$
 et $y + \beta r$,

ce qui donnera

c'est-à-dire, en changeant r en s et s en r,

Le second membre de cette équation étant, d'après ce qui précède, le developpement par rapport à r du premier, qui constitue une fonction de s+r, il est évident par le théorème de Taylor, que

$$f_{s}^{(n+1)}(x + \alpha s, y + \beta s) = f_{1...1.1}^{(n+1)}(x + \alpha s, y + \beta s) \cdot \alpha^{n+1}$$

$$+ (n+1) f_{1...1.2}^{(n+1)}(x + \alpha s, y + \beta s) \cdot \alpha^{n}\beta$$

$$+ \frac{(n+1)n}{1\cdot 2} f_{1...1.2.2}^{(n+1)}(x + \alpha s, y + \beta s) \cdot \alpha^{n-1}\beta^{2}$$

$$+ \frac{(n+1)n(n-1)}{1\cdot 2\cdot 3} f_{1...2.2.2}^{(n+1)}(x + \alpha s, y + \beta s) \cdot \alpha^{n-2}\beta^{3}$$

$$+ \dots + f_{2...2.2}^{(n+1)}(x + \alpha s, y + \beta s) \cdot \beta^{n+1}$$

Les valeurs de cette fonction le plus et le moins avancées vers l'infini positif pour celles de s comprises entre sa valeur actuelle et zéro étant désignées par p et q, la fonction supplémentaire ci-dessus

$$g(x, y, \alpha s, \beta s)$$

aura donc pour limites

$$\frac{ps^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot (n+1)} \quad \text{et} \quad \frac{qs^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot (n+1)},$$

pourvu qu'aucune des fonctions

$$f(x+\alpha s, y+\beta s), f'_s(x+\alpha s, y+\beta s), \dots f^{(n+1)}_s(x+\alpha s, y+\beta s),$$

c'est-à-dire

$$f(x+\alpha s, y+\beta s),$$

$$f'_{1}(x+\alpha s, y+\beta s) \cdot \alpha + f'_{2}(x+\alpha s, y+\beta s) \cdot \beta,$$

$$f''_{11}(x+\alpha s, y+\beta s) \cdot \alpha^{2} + 2f''_{12}(x+\alpha s, y+\beta s) \cdot \alpha\beta + f''_{22}(x+\alpha s, y+\beta s) \cdot \beta^{2},$$

$$f_{1..1.1}^{(n+1)}(x+\alpha s,y+\beta s).\alpha^{n+1}+(n+1)f_{1..1.2}^{(n+1)}(x+\alpha s,y+\beta s).\alpha^{n}\beta+.f_{2..2.2}^{(n+1)}(x+\alpha s,y+\beta s).\beta_{2}^{n+1}$$

ne prenne une valeur imaginaire, infinie ou indéterminée pour des valeurs de s quelconques contenues entre sa valeur actuelle et zéro; d'où résulte évidemment que la fonction supplémentaire en question

 $\varphi(x, y, h, k)$

ne dépassera pas non plus les limites

$$\frac{p_1 h^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot (n+1)}$$
 et $\frac{q_1 h^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot (n+1)}$,

où p_i et q_i désignent les valeurs de la fonction

le plus et le moins avancées vers l'infini positif pour celles de het de comprises respectivement entre leurs valeurs actuelles et zéro, et remplissant toujours la condition que

 $\frac{k}{h}$

reste la même que dans

$$\varphi(x, y, h, k),$$

pourvu que d'ailleurs les fonctions

$$f(x+h, y+k),$$

$$\left[f_1'(x+h,\,y+k)+f_2'(x+h,\,y+k)\,.\,\frac{k}{h}\right]\alpha,$$

$$\left[f_{1,1}^{\prime\prime}(x+h,y+k)+2f_{1,2}^{\prime\prime}(x+h,y+k).\frac{k}{h}+f_{2,2}^{\prime\prime}(x+h,y+k).\frac{k^{2}}{h^{2}}\right]\alpha_{,}^{2}$$

$$\left[f_{1..1.1}^{(n+1)}(x+h,y+k)+(n+1)f_{1..1.2}^{(n+1)}(x+h,y+k)\cdot\frac{k}{h}+..f_{2..2.2}^{(n+1)}(x+h,y+k)\cdot\frac{k^{n+1}}{h^{n+1}}\right]\alpha_{2}^{n+1}$$

c'est-à-dire (puisque $h(=\alpha s)$, $k(=\beta s)$ et s sont ici supposées réelles, finies et déterminées, et par conséquent $\alpha(=\frac{h}{s})$, que l'on suppose finie, ainsi que $\frac{k}{h}(=\frac{\beta}{\alpha})$, le sont de même) celles de

$$f(x+h, y+k),$$

$$f_1'(x+h, y+k), \quad f_2'(x+h, y+k),$$

$$f_{1,2}^{"}(x+h,y+k), \qquad f_{1,2}^{"}(x+h,y+k), \qquad f_{2,2}^{"}(x+h,y+k),$$

$$f_{1,1,1}^{(n+1)}(x+h,y+k), \quad f_{1,1,1,2}^{(n+1)}(x+h,y+k), \dots f_{2,2,2,2}^{(n+1)}(x+h,y+k),$$

ne deviennent imaginaires, infinies ou indéterminées pour des valeurs quelconques de h et de k telles que nous venons de désigner.

La fonction dont il s'agit

se réduit facilement à une forme analogue à celle du reste supplémentaire des fonctions d'une seule variable, déduite dans notre premier mémoire (p. 466 de ce Tome).

En supposant dans celle-ci x = 0, elle se changera en

$$\varphi(o,h) = \frac{h^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot (n+1)} \cdot f^{(n+1)}(\theta h),$$

e désignant un coefficient dont la valeur dépend de h, mais qui ne dépasse pas les limites o et 1 tant qu'aucune des fonctions

$$fh, f'h, f''h, ... f^{(n+1)}h$$

ne prendra une valeur imaginaire, infinie ou indéterminée pour des valeurs de h quelconques qui ne sortent pas des limites déterminées par sa valeur actuelle et zéro.

L'application de cette formule au développement de

$$f(x+\alpha s, y+\beta s)$$

relativement à s rapporté ci-dessus nous donne, au moyen de la valeur de

$$f_s^{(n+1)}(x+\alpha s, y+\beta s)$$

déterminée ci-dessus, évidemment

$$\begin{split} \varphi(x,y,\alpha s,\beta s) &= \left\{ f_{1..1.1}^{(n+1)}(x+\alpha \theta s,\,y+\beta \theta s) \cdot \alpha^{n+1} \right. \\ &+ (n+1) f_{1..1.2}^{(n+1)}(x+\alpha \theta s,\,y+\beta \theta s) \cdot \alpha^{n} \beta \right. \\ &+ \frac{(n+1)n}{1\cdot 2} f_{1..2.2}^{(n+1)}(x+\alpha \theta s,\,y+\beta \theta s) \cdot \alpha^{n-1} \beta^{2} \\ &+ \dots \\ &+ f_{2..2.2}^{(n+1)}(x+\alpha \theta s,\,y+\beta \theta s) \cdot \beta^{n+1} \right\} \cdot \frac{s^{n+1}}{1\cdot 2\cdot \cdot (n+1)}, \end{split}$$

 θ étant un coefficient dépendant de x, y, αs , βs , qui ne sort pas des limites o et 1 tant que chacune des fonctions

$$f(x + \alpha s, y + \beta s), f'(x + \alpha s, y + \beta s), \dots f_s^{(n+1)}(x + \alpha s, y + \beta s)$$

remplira par rapport à s la condition citée ci-dessus. Donc, en remplaçant αs, βs par leurs valeurs respectives h, k, on aura

et par suite

le coefficient e étant une fonction de x, y, h, k qui ne frauchit pas les limites o et 1, pourvu qu'aucune des fonctions mentionnées précédenment

$$f(x+h, y+k),$$

$$f'_{1,1}(x+h, y+k), \quad f''_{2}(x+h, y+k),$$

$$f''_{1,2}(x+h, y+k), \quad f'''_{2,2}(x+h, y+k),$$

$$f_{1...1.1}^{(n+1)}(x+h, y+k), f_{1...1.2}^{(n+1)}(x+h, y+k), ..., f_{2...2.2}^{(n+1)}(x+h, y+k),$$

ne prenne une valeur imaginaire, infinie ou indéterminée pour des valeurs quelconques de h et de k contenues entre leurs valeurs actuelles et zéro, et prises tellement que $\frac{k}{h}$ reste toujours la même que dans la fonction développée

$$f(x+h, y+k)*).$$

$$f(x, y) = \frac{1}{x + 2y}$$
 et $n = 1$. Donc
$$f'_1(x, y) = -\frac{1}{(x + 2y)^n}, \quad f'_2(x, y) = -\frac{2}{(x + 2y)^n},$$

$$f''_{1-1}(x, y) = \frac{2}{(x + 2y)}, \quad f''_{1-2}(x, y) = \frac{4}{(x + 2y)}, \quad f''_{2-2}(x, y) = \frac{8}{(x + 2y)^n},$$

^{*)} Pour éclaireir ce résultat par un exemple analogue à celui de p. 466 de notre premier mémoire, supposons

Pour le reste supplémentaire relatif à la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l)$$

nous nous contenterons de considérer le cas particulier suivant:

$$q(x, y, h, k) = \frac{1}{x + 2y + h + 2k} - \frac{1}{x + 2y} + \frac{h + 2k}{(x + 2y)^2}$$

$$= \frac{(h + 2k)^2}{(x + 2y)^2 (x + 2y + h + 2k)} = \frac{h^2 + 4hk + 2k^2}{(x + 2y + \theta h + 2\theta k)^2},$$

d'où résulte

$$[x + 2y + \theta(h + 2k)]^{3} = (x + 2y)^{2}(x + 2y + h + 2k)$$

et

$$\theta = \frac{\sqrt[3]{(x+2y)^2(x+2y+h+2k)} - x - 2y}{h+2k},$$

valeur qui en effet ne dépasse pas les limites o et 1 pour des valeurs quelconques de x + 2y et h + 2k de même signe ou des valeurs de x + 2y et h + 2k de signes différents, si, dans ce dernier cas, k + 2k < x + 2y abstraction faite du signe, puisque, dans le premier cas,

$$\pm \left[\sqrt[3]{(x+2y)^2(x+2y+h+2k)}\right] < \pm (x+2y+h+2k),$$

et dans le second

$$\mp \left[\sqrt[3]{(x+2y)^2(x+2y+h+2k)}\right] > \mp (x+2y+h+2k),$$

les signes supérieurs ou inférieurs étant respectivement employés suivant que h+2k est positif ou négatif.

S'il n'en est pas de même des valeurs de x+2y et h+2k de signes différents lorsqu'abstraction faite du signe h+2k>x+2y, la raison en est que les dérivées

$$f'_1(x+h, y+k), \dots f''_{2/2}(x+h, y+k)$$

$$f(x+h,y+k,z+l)=f(x,y,z)+f'_{1}(x,y,z)\cdot h+f'_{1,1}(x,y,z)\cdot \frac{h^{2}}{1\cdot 2}+\varphi(x,y,z,h,k,l).$$

$$+f'_{2}(x,y,z)\cdot k+f'_{1,2}(x,y,z)\cdot hk$$

$$+f'_{3}(x,y,z)\cdot l+f''_{1,3}(x,y,z)\cdot hl$$

$$+f''_{2,3}(x,y,z)\cdot \frac{k^{2}}{1\cdot 2}$$

$$+f''_{3,3}(x,y,z)\cdot kl$$

$$+f''_{3,3}(x,y,z)\cdot \frac{l^{2}}{1\cdot 2}$$

La substitution de as, \(\beta s\), \(\gamma s\) au lieu de \(h\), \(k\), \(l\) dans cette équation donnant celle de

$$f(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s) = f(x, y, z)$$

$$+ [f'_{1}(x, y, z) \cdot \alpha + f''_{2}(x, y, z) \cdot \beta + f''_{3}(x, y, z) \cdot \gamma] \cdot s$$

$$+ [f''_{1,1}(x, y, z) \cdot \alpha^{2} + f''_{1,2}(x, y, z) \cdot 2\alpha\beta + f''_{1,3}(x, y, z) \cdot 2\alpha\gamma$$

$$+ \cdot \cdot \cdot f''_{3,3}(x, y, z) \cdot \gamma^{2}] \cdot \frac{s^{2}}{1 \cdot 2}$$

$$+ \varphi(x, y, z, \alpha s, \beta s, \gamma s),$$

dont le second membre est le développement du premier par rapport à s, et celle-ci conduisant, ainsi que nous l'avons vu pour des fonctions à deux variables, à celle de

deviennent alors évidemment instinies pour des valeurs de & et de & comprises entre leurs valeurs actuelles et zéro et ayant toujours entre elles le même rapport.

$$f[x+\alpha(s+r),y+\beta(s+r),z+\gamma(s+r)] = f(x+\alpha s,y+\beta s,z+\gamma s)$$

$$+[f'_1(x+\alpha s,y+\beta s,z+\gamma s),\alpha$$

$$+f'_2(x+\alpha s,y+\beta s,z+\gamma s),\beta$$

$$+f'_3(x+\alpha s,y+\beta s,z+\gamma s),\gamma],r$$

$$+[f''_{1,1}(x+\alpha s,y+\beta s,z+\gamma s),\alpha^2$$

$$+f''_{1,2}(x+\alpha s,y+\beta s,z+\gamma s),2\alpha\beta$$

$$+\dots\dots$$

$$+f''_{2,3}(x+\alpha s,y+\beta s,z+\gamma s,z+\gamma s),\gamma^2],\frac{r^2}{1\cdot 2}$$

$$+\varphi(x+\alpha s,y+\beta s,z+\gamma s,\alpha r,\beta r,\gamma r),$$

dont le second membre est le développement du premier par rapport à r, on aura d'abord

Désignant par p et q les valeurs de cette dernière fonction le plus et le moins avancées vers l'infini positif depuis s = o jusqu'à s = s, on aura donc pour limites de la fonction

les expressions

$$\varphi(x, y, z, \alpha s, \beta s, \gamma s)$$

$$\frac{p_{s^3}}{1\cdot 2\cdot 3}$$
 et $\frac{q_{s^3}}{1\cdot 2\cdot 3}$,

pourvu que les quatre fonctions

$$f(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s), f'(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s), ... f''(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s),$$
c'est-à-dire

$$f(x + \alpha s, y + \beta s, z + \gamma s),$$

$$f_1(x + \alpha s, y + \beta s, z + \gamma s) \cdot \alpha + \cdot \cdot f_3(x + \alpha s, y + \beta s, z + \gamma s) \cdot \gamma$$

$$f_{1,1,1}^{""}(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s) \cdot \alpha^3 + \cdot \cdot \cdot f_{3,3,3}^{""}(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s) \cdot \gamma^3$$

ne prenuent que des valeurs réelles, non insinies et déterminées pour des valeurs quelconques de s comprises entre sa valeur actuelle et zéro; et il en résultera, comme auparavant, que le reste en question

$$\varphi(x, y, z, h, k, l)$$

ne frauchira pas non plus les limites

$$\frac{p_1h^3}{\mathbf{1}\cdot 2\cdot 3} \qquad \text{et} \qquad \frac{q_1h^3}{\mathbf{1}\cdot 2\cdot 3},$$

ou p_1 , q_1 désignent les valeurs le plus et le moins avancées vers l'infini positif que pourra prendre la fonction

pour celles de h, k, l contenues respectivement entre leurs valeurs actuelles et zéro, et prises de manière que

$$\frac{k}{h}$$
 et $\frac{l}{h}$

restent toujours les mêmes que dans

$$\varphi(x, y, z, h, k, l)$$

pourvu qu'en même temps les fonctions

$$f(x+h, y+k, z+l),$$

$$f'_{1}(x+h, y+k, z+l), f'_{2}(x+h, y+k, z+l), f'_{3}(x+h, y+k, z+l),$$

$$f''_{1,1}(x+h, y+k, z+l), f''_{1,2}(x+h, y+k, z+l), ... f''_{3,3}(x+h, y+k, z+l),$$

 $f_{1,1,1}^{\prime\prime\prime}(x+h,y+k,z+l), f_{1,1,2}^{\prime\prime\prime}(x+h,y+k,z+l), \dots f_{3,3,3}^{\prime\prime\prime}(x+h,y+k,z+l)$

ne prennent pas des valeurs imaginaires, infinies ou indéterminées pour des valeurs quelconques de h, k, l telles que nous venons de désigner.

De l'équation ci-dessus citée

$$\varphi(o,h) = \frac{h^{n+1}}{1 \cdot 2 \cdot (n+1)} \cdot f^{(n+1)}(\theta h)$$

s'ensuit, au moyen de la valeur précédente de

$$f_s'''(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s),$$

de même immédiatement celle de

$$q(x, y, z, \alpha s, \beta s, \gamma s) = \{f_{1.1.1}^{""}(x + \alpha \theta s, y + \beta \theta s, z + \gamma \theta s) \cdot \alpha^{3} \\ \cdot + 3f_{1.1.2}^{""}(x + \alpha \theta s, y + \beta \theta s, z + \gamma \theta s) \cdot \alpha^{2}\beta \\ + 3f_{1.1.3}^{""}(x + \alpha \theta s, y + \beta \theta s, z + \gamma \theta s) \cdot \alpha^{2}\gamma \\ + \dots \\ + f_{3.3.3}^{"}(x + \alpha \theta s, y + \beta \theta s, z + \gamma \theta s) \cdot \gamma^{3}\} \cdot \frac{s^{3}}{1.2.3},$$

o désignant un coefficient qui dépend des x, y, z, as, ps, 7s et ne franchit pas les limites o et 1 tant que les fonctions

$$f(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s), f'_{s}(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s), ... f'''_{s}(x+\alpha s, y+\beta s, z+\gamma s)$$

ne prendront pas des valeurs imaginaires, infinies ou indéterminées pour des valeurs quelconques de s comprises entre sa valeur actuelle et zéro; d'où résulte l'équation

où le coefficient θ est une fonction de x, y, z, h, k, l qui ne dépasse pas les limites o et 1, pourvu que les fonctions au nombre de 20 citées précédemment

$$f(x+h, y+k, z+l), f'(x+h, y+k, z+l), ..., f'''_{2,2}(x+h, y+k, z+l)$$

ne prenuent pas des valeurs imaginaires, infinies ou indéterminées pour des valeurs de h, k, l quelconques contenues entre leurs valeurs actuelles et zéro, et gardant toujours entre elles le même rapport que dans la fonction développée

$$f(x+h, y+k, z+l)$$
.

Les considérations précédentes suffisent pour établir ce théorème analytique remarquable par sa généralité, que

désignant une fonction quelconque d'un nombre m de variables x, y, z, ..., le reste supplémentaire du développement de la fonction

$$f(x+h, y+k, z+l,..)$$

en suite ascendante par rapport à h, k, l... poussée jusqu'au n^e terme inclusivement, est toujours égal au $n+1^e$ terme du même développement, pourvu qu'on y remplace les variables

par les valeurs respectives

$$x + \theta h$$
, $y + \theta k$, $z + \theta l$, ...

où θ désigne un coefficient dépendant des variables en question x, y, z, ..., h, k, l, ..., lequel ne dépasse pas les limites o et 1 si chacune des fonctions au nombre de $\frac{(m+1)(m+2)...(m+n+1)}{1\cdot 2\cdot ...(n+1)}$

$$f(x+h, y+k, z+l,..),$$

 $f'_{1}(x+h,y+k,z+l,...), f'_{2}(x+h,y+k,z+l,...), ..., f'_{m}(x+h,y+k,z+l,...),$ $f''_{1,1}(x+h,y+k,z+l,...), f''_{1,2}(x+h,y+k,z+l,...), ..., f''_{m,m}(x+h,y+k,z+l,...),$

 $f_{1.1.1}^{\prime\prime\prime}(x+h,y+k,z+l,..),f_{1.1.2}^{\prime\prime\prime}(x+h,y+k,z+l,..),..f_{m.m.}^{\prime\prime\prime}(x+h,y+k,z+l,..),$

 $f_{1,1,1}^{(n+1)}(x+h,y+k,z+l,..),f_{1,1,1,2}^{(n+1)}(x+h,y+k,z+l,..),..,f_{m,m,m}^{(n+1)}(x+h,y+k,z+l,..)$

pour des valeurs quelconques de h, k, l,.. contenues respective-

ment entre leurs valeurs actuelles et zéro, et prises tellement qu'elles conservent entre elles le même rapport que dans la fonction développée

f(x+h, y+k, z+l,..)*).

Les définitions du développement des fonctions dont nous avons fait usage ici et dans notre premier mémoire conduisent, au moyen d'un principe établi dans celui-ci (p. 430 de ce Tome, princ. 4)), immédiatement aux propriétés suivantes des restes supplémentaires relatifs à un développement quelconque, lesquelles nous allons ajouter à cause de leur importance pour les applications du Calcul Différentiel:

1:0 Le développement d'une fonction quelconque uniforme de u, qui ne prend pas une valeur imaginaire quelque petite que soit cette variable, étant représenté par

$$au^m + bu^n + \dots cu^p$$

et le reste supplémentaire y relatif par

qu,

on aura, si le développement est ascendant,

$cou < cu^p$

[&]quot;) Ce théorème est dû à Lagrange (v. Théorie des fonctions analytiques 2:e Éd. Paris 1813, p. 137); mais ce grand géomètre n'a pas indiqué la condition ci-dessus relative aux fonctions f(x+h, y+k, z+l,...), ... $f_{n-m,m}^{(n+1)}(x+h, y+k, z+l,...)$, sans laquelle sa proposition n'aurait pas lien.

oil

pour toute valeur finie de u comprise entre zéro et une limite déterminée, et, dans le cas où il serait descendant, de même

pour toute valeur finie de u plus grande qu'une limite déterminée.

2:0 Le développement d'une fonction quelconque uniforme de t, u, v, ..., qui ne prend pas une valeur imaginaire quelques petites que soient ces variables, étant réprésenté par

$$(t, u, v, ...)^m + (t, u, v, ...)^n + ... (t, u, v, ...)^p,$$

 $(t, u, v, ...)^m ... (t, u, v, ...)^p$

en sont les termes complexes successifs de différents ordres, et la fonction supplémentaire relative à ce développement étant désignée par

on aura, si le développement en question est ascendant,

$$\varphi(t, u, v, \ldots) < (t, u, v, \ldots)^{p}$$

pour des valeurs quelconques finies de t, u, v,.. comprises entre zéro et des limites déterminées relatives à chacune de ces variables (lesquelles limites ne sont pas constantes pour chaque variable, mais seulement invariables pour les mêmes rapports entre elles), pourvu que d'ailleurs les rapports des t, u, v,.. ne soient pas tels que

$$(t, u, v, ...) = 0,$$

ct, si le développement est descendant, la même relation

$$\varphi(t, u, v, \ldots) < (t, u, v, \ldots)^p$$

pour des valeurs quelconques finies de t, u, v,.. plus grandes que des limites déterminées relatives à chacune de ces variables (lesquelles limites dépendent de même des rapports mutuels des variables), à la même condition qu'auparavant.

La supposition de

$$h=o, k=o, l=o,$$
 etc.

dans la suite obtenue ci-dessus pour le développement de la fonc-

$$f(x+h, y+k, z+l,..)$$

n'empêche évidemment pas cette suite de rester encore le développement ascendant de la même fonction par rapport aux variables
qu'on n'aurait pas fait évanouir. De cette remarque, jointe à celle
que nous venons de faire relativement aux fonctions de plusieurs
variables en général, résulte la vérité souvent appliquée dans le
Calcul Différentiel, que f(x,y,z,...) désignant une fonction quelconque uniforme de x, y, z, ..., qui ne prend pas une valeur
imaginaire pour des accroissements ou décroissements quelconques
de x, y, z, ... au-dessous de certaines limites, le reste supplémentaire relatif au développement de

$$f(x+h, y+k, z+l, ...)$$

ne suite ascendante suivant les h, k, l,.., sera moindre que le dernier terme de ce développement, pour des valeurs quelconques

de h, k, l, ... qui ne dépassent pas les limites déterminées par zéro et certaines quantités finies relatives à chacune de ces variables et dépendantes de leurs rapports mutuels, pourvu que ceux-ci ne soient pas tels que le dernier terme cité se trouve égal à zéro.

Les propriétés des restes supplémentaires relatifs à un développement quelconque, dont nous venons de faire mention, s'expriment chez quelques auteurs du Calcul Différentiel d'une manière assez vague par la remarque que les quantités suivant lesquelles a été développée une fonction quelconque peuvent être prises assez petites si le développement est ascendant, et assez grandes s'il est descendant, pour que le reste supplémentaire y relatif devienne moindre que le terme qui le précède immédiatement. Il est facile de voir que cette expression incomplète de la vérité en question doit être remplacée par celle que nous venons de lui donner.

Les considérations précédentes, jointes à celles que renferme notre premier mémoire, ne laissent, nous osons le croire, rien à désirer pour les principes généraux sur lesquels il faudra baser tant la théorie que les applications du Calcul Différentiel. Les détails relatifs à cette partie importante de l'Analyse, où il faudrait encore entrer pour la présenter d'une manière complète, n'offrant après ce qui précède aucune difficulté, du moins en général, nous terminerons ici nos observations sur le sujet actuel.

UNDERSÖKNING

om

ETT I FINSKA LAPPMARKEN GJORDT FYND

AF

GAMLA VIGTER OCH MYNT, M. M.,

ANSTÄLLD AF

GUST. GABR. HÄLLSTRÖM.

(Föredr. för Vet. Soc. d. 6 Dec. 1841.)

I sistlidne Mars månad förärade Lands-Kamereraren i Uleåborg, Assessoren och Riddaren Bergbom till härvarande Kejserl. Universitets Antiqvitets-Samling ett på gränsen mellan Kuolajärvi och Sodankylä Lappförsamlingar (således vid 67° nordlig latitud) under en större jordsten påträffadt fynd, som befunnits vara omveckladt af gammalt näfver, och bestod af 174 st. små Silfvermynt, *) en flätad Halsring af Silfver, tvenne Armringar af blandad metall, en Brisk af samma ämne, en liten Vågbalance af med

Konung Egberts (fr. år 800 t. 836) . . . 31 stycken.

^{*)} Professoren Linsén har om dem meddelat följande uppgifter:

I. Anglosaxiska.

Ethelreds (978-1016) 1

⁻ Knuts (1016-1036) 3 -

tall, med leder att hopvikas, och två dertill hörande Vågskålar, samt 12 st. större och mindre Vigter af metall, m. m. (Se Helsingfors Tidningar, N:o 28, för den 10 April 1841).

I förmodan att någon upplysning om dessa effecters härkomst derigenom kunde vinnas, har jag verkställt vägning af nämnde vigter, hvilka, med undantag af den minsta bland dem, som är oregelbundet mångkantig, alla hafva skapnaden af en sammantryckt sphäroid, med plana, runda ytor på två motsatta sidor, å

Konung Hardaknuts (1040-42) 3 stycken
— Henric I:s (1100—35) 24 —
- Henric Il:s (1154-89) 10 -
— Henric III:s (1216-72) 3 —
75 –
11. Tyska Regenters mynt.
Konung Henric I:s (919-36) 2 -
— Otto II:s (973—83) 1 →
— Henric ILs (1002-1024) 1 —
— Henric IV:s (1056—1106) 1 —
- Henric V:s (1106-1125) 5 -
10 —
III. Biskopliga mynt i Tyskland präglade.
Till antalet äro dessa

Deras ålder kan icke närmare bestämmas, än att de höra till samma tider, som de Tyska Regenternes.

Föregående förteckning upptager 150 stycken Mynt. Dessutom hör till fyndet ett antal så otydliga, att man ej kan på dem se annat, än att de äfven äro Tyska ifrån Medeltiden.

hvilka ytor slere eller färre runda punkter, ester klotens olika storlek, besinnas vara påslagna. Inbördes jemförelse af deras vigt visar, att summan af deras märkpunkter, tagen tillsammans isrån begge sidor, betecknar antalet af de vigtsenheter, som de innehålla, hvarisrån dock den minsta, kantiga, äsven i det asseendet skiljer sig, att den, ehuru hasvande en punkt på tre sidor, dock ej innehåller mera än två vigts-enheter, och den största med 21 punkter innehåller 24 vigts-enheter. Två af dem äro så skadade, att jag ansett dem ej förtjena närmare undersökning. Specisika vigten af de ösriga tio besanns vara = 8,851, hvilken tillkännagistver dem vara gjorda af en metallblandning, som innehåller mera koppar än i vanlig messing begagnas.

Jag betecknar med

- N:o 1 den mångkantiga, som har en punkt på tre sidor.
 - 2 den, som har 1 punkt på hvardera af sina två plana sidor.
 - 3 - 2 punkter på ena, och 1 på andra sidan.
 - 4 - 2 punkter på hvardera plana sidan.
 - 5 — 2 otydliga punkter på hvardera sidan, omgifna af en inristad cirkel.
 - 6 - 4 punkter på ena sidan, och ett djupt infiladt kors på den andra.
 - 7 — 4 punkter på hvardera sidan, och dessa partals sammanbundna med ett krokigt streck.
 - 8 - 4 punkter på hvardera sidan.
 - 9 - 5 punkter på hvardera sidan.

10 — — 10 punkter på den ena och 11 på den andra sidan.

Dessa äro välbehållna, och synas vara gjorda för hand med fil (ej svarfning), ehuru filrisporna äro bortnötta. Vägning af dem gaf följande resultat:

N:o				Fager Fransla Grammer.
1	٠			8,016
2				8,682
3				12,289
4			•	16,611
5				17,010
6				32,084
7		•		32,004
8				33,092
9		٠		41,032
10				100,315

Man ser häraf, att dessa vigter ej äro gjorda med mycken noggrannhet; men detta oagtadt finner man att deras vigtsenhet, då man antager den antydas af märkpunkternas antal, utgör ungefär 4 grammer. Ty vigtskillnaden mellan N:o 2, som har 2, och N:o 3, som har 3 märkpunkter, är 3,607; skillnaden mellan N:r 3 och 4 är 4,322; mellan N:r 4 och 6 är 15,473, o. s. v. Men N:o 10, som har 21 märkpunkter, innehåller dock vigt svarande mot 24 punkter.

Om gamla vigter, m. m., funna i Finska Lappmarken. 735

Med föranledande deraf har jag till noggrannare bestämmande af vigtsenheten = x begagnat följande uppställning:

$$8,016 = 2x,$$
 $8,682 = 2x,$
 $12,289 = 3x,$
 $16,611 = 4x,$
 $17,010 = 4x,$
 $32,084 = 8x,$
 $32,004 = 8x,$
 $33,092 = 8x,$
 $41,032 = 10x,$
 $100,315 = 24x,$

hvaraf efter sannolikhets grunder finnes $x = 4,144 \pm 0,075$ grammer. Om ingen nötning af dessa vigter ägt rum, skulle enheten x således varit högst = 4,22 grammer; men med förutsättande af nötning, kan den sannolikt antagas hafva varit något litet större. Då denna vigtsenhet användes, finnes

			för liten, med	för stor, med	Således borde Vigten vara
			gramm.	gramm:	gramm.
N:o	1	vara	 0,272		8,288
	2	_	 	0,394	8,288
	3	-	 0,143		12,432
	4	-	 _	0,035	16,576
	5	_	 -	0,434	16,576

N:o	6	vara	 1,068	_	33,152
	7		 1,148	-	33,152
	8	_	 0,060	_	33,152
	9	_	 0,408	_	41,440
:	10	_	 _	0,859	99,456

hvaraf utförligen synes hurudan inbördes öfverenstämmelsen mellan dessa vigter är. Skiljaktigheterna äro, efter nutidens fordran på noggrannhet, ganska stora; men blifva omärkliga vid vägning med den Våg, hvartill de höra.

Härmed förtjena jemföras några i Sverige ej längesedan funna, med ofvanbeskrifna likartade, vigter. Enligt uppgift i Litterär-Tidningen Studier, Kritiker och Notiser, N:o 22 för 1841 sid. 176, har till granskning i Svenska Kongl. Vitterhets,— Histonie— och Antiqvitets—Akademien i Mars och April månader 1841 förevarit, ibland annat en "å Lilla Rohne i Lye Socken på Gottland funnen jernkula, öfverdragen med ett tunnt skal af bronz, på tvenne sidor tillplattad och märkt med tvenne inslagna punkter på hvardera". Den yttrade sannolika förmodan, att denna kula varit ett lod, begagnadt i forntiden vid vägning af ådla metaller, vinner af jemförelsen med ofvannämnda, tillsammans med dertill hörande Våg funna, vigter fullkomlig bekräftelse. Dess vigt uppgifves vara 13½ lod (13,697 grammer), äfvensom af tre andra, en i Ängermanland och två på Gottland inom två år funna, den största, som på de platta sidorna har sirater, hvilka vid hastigt påseende likna

Kusisk skrift *), väger $10\frac{7}{8}$ lod (144,446 grammer), den andra, med fyra på hvardera sidan inslagna punkter, $2\frac{1}{16}$ lod (37,356 gramm.), och den tredje, af rost betydligt skadade, $1\frac{1}{16}$ lod (24,074 gramm.). Att dessa icke väl öfverensstämma sig emellan är påtagligt, hvarföre ock föga öfverensstämmelse mellan dem och de Lappska är att förvänta. Den största af dem innehåller $34\frac{3}{4}$ sådana enheter, som ofvan bestämdes, den andra med 8 punkter ganska noga 9, den tredje, skadade, $5\frac{4}{5}$, och den minsta med 4 punkter $3\frac{3}{16}$.

Sedan storleken af de i Lappland funna vigternas enhet sålunda blifvit, såsöm det synes, med tillförlitlig noggrannhet bestämd, återstår att undersöka hvarifrån en sådan vigtsenhet härstammat, och hvar den fordom varit bruklig. Man har förmodat
den vara Engelsk, och af den anledning att en del af de jemte
vigterne funna Mynten voro Anglosaxiska, blir man lätt föranlåten
att antaga äfven vigterna vara Anglosaxiska; men man skall vid
närmare granskning af dem snart öfvertygas, att denna förmodan
ej kan vara grundad. Den Anglosaxiska vigten, som år 1527 af
Konung Henric VIII i England afskaffades, då han införde den
nu brukliga Troy-vigten, befanns innehålla 5400 sådana grains,
som den nya Troy-vigten innehåller 5760, hvaraf inses, att förhål-

93

^{*)} Alldeles likadana förekomma ock på en, N:o 7, af de i Lappland funna.

På flera andra af dem finnes omkring märkpunkterne en inslagen rund krans med upphöjda prickar.

landet dem emellan var såsom 15:16; och då den sednare är till sin storlek kand, blir således äfven den förra bekant. Konung Wilhelm Eröfraren, som stadfästade bruket af de på hans tid begagnade gamla vigterne, bestämde den gamla penny-weight att vara vigten af 32 torra hvetekorn, tagna från midten af hvetaxet, och Henric III förklarade, att de gamla stadgarne, enligt hvilka 20 sådana penny-weights utgöra 1 ounce, och 12 ounces 1 pound, skulle blifva beståndande *). Då man nu vet, att 1 Eng. Troy-pound är = 373,135 grammer, och man efter anförda grunder anställer beräkningen, så finnes den

Anglosaxiska 1 Pound = 349,814 grammer,

1 Ounce = 29,251 —

1 Penny-weight = 1,458 —

af hvilka ingendera ens närmar sig den ofvan bestämda vigtsenheten 4,22 gramm. Och att påstå denna enhet vara en sjundedel af förenämnde Ounce, såvida (29,151) = 4,164, är lika godtyckligt, som att yrka den vara ett lämpeligt bråk af hvilken vigt som hälst. Engelska nuvarande Medicinal-Dram = 3,887 gramm., äfvensom Tyska, Danska, Holländska och Svenska Medicinal-Drachma, och Franska Gros samt Svenska qvintin och Cöllniska qventchen, hvilka alla väga emellan 3,321 och 3,844 grammer, närma sig väl dertill, men äro alla synbarligen för små och kunna icke begagnas till denna jemförelse. Men om det sökta sålunda ej finnes på af-

^{*)} Se Philosophical Transactions for the year 1775, Part. 1, pag. 48, &c

lägsnare håll, torde det påträffas på närmare. Den urgamla Ryska vigtsenheten Solotnik är = 4,266 grammer, och öfverskjuter således den ofvan funna vigtsenheten med endast 0,046 gramm. Om man då tager i beräkning vigternes sannolika nötning, blir deras öfverensstämmelse med Ryska Solotuiken så fullkomlig, som man i dylika fall torde kunna förvänta den. Efter all sannolikhet synas således i fråga varande vigter hafva ursprungligen kommit ifrån Ryssland.

Den härtill hörande Vågen, der trådarne, hvarå Skålarne hängt, voro förlorade, men dem jag med nya ersatt för att hålla det hela tillsamman, förråder sin tillverkares okunnighet om hvad till åstadkommande af en qvick våg väsendtligen hörer. Ehuru nemligen hvardera armen ej är längre än 2,1 Svenska decimaltum (6,3 centimetrer), af hvilka ock den ena genom vägningsförsök befinnes vara litet kortare än den andra, finnes Balancens upphängningspunkt vara belägen 2,8 linier (8,5 millimetrer) högre än linien mellan skålarnes upphängningspunkter, hvaraf en särdeles tröghet i detta apparat varseblifves. Deraf är en följd, att om man i ena Skålen inlägger vigterna N:ris 1, 2, 3, 6 och 9, utgörande tillsammans 102,103 grammer, och i den andra N:o 10, hvars vigt är 100,315 gramm., så visar vågen ingen skillnad, ehuru denna dock är 1,788 grammer, hvarföre den ofvan funna afvikelsen från fullkomlig öfverensstämmelse mellan vigterne inbördes ej kunnat med denna våg varseblifvas, och vigterne alltså kunnat såsom inbördes fullt riktige och brukbare användas.

En af de till detta fynd hörande Armringar, af någon hvit metallblandning, väger 28,537 grammer, och dess specifika vigt är = 8,816. Den är således lättare än koppar, ock kan icke innehålpa Silfver. Att dock Koppar ingår i dess sammansättning röjer den derå synliga gröna Kopparergen.

Ett stycke af två ihoptvinnade hvita metalltrådar väger 8,242 grammer, och har specifik vigt = 8,997. Den innehåller så-ledes allenast 8½ procent Silfver mot 91½ proc. Koppar.

REMARQUE

SUR LA DÉTERMINATION DE LA VALEUR DE

 $\frac{\mathbf{l}x}{x^n}$

POUR $x = \infty$, |x| ÉTANT LE LOGARITHME NÉPÉRIEN DE x ET n UN EXPOSANT QUELCONQUE POSITIF INDÉPENDANT DE x,

FAR

N. G. DE SCHULTÉN.

(Lu à la Société, le 14 Mars 1842.)

La valeur de l'expression dont il s'agit pour $x = \infty$ se déduit, comme on sait, ordinairement par l'une ou l'autre des méthodes suivantes:

1:0 La fonction donnée ayant été mise sous la forme

$$\frac{1}{\frac{1}{1x} + n + \frac{1x}{1 \cdot 2}, n^2 + \frac{(1x)^2}{1 \cdot 2 \cdot 3}, n^3 + 1}$$

au moyen du développement de x^n en série ascendante par rapport à n, on remarque que la suite

$$\frac{1}{1x} + n + \frac{1x}{1 \cdot 2}$$
, $n^2 + \frac{(1x)^2}{1 \cdot 2 \cdot 3}$, $n^3 + \dots$

dont tous les termes sont positifs lorsque x > 1, finit par converger quelque grand que soit x, et que par conséquent, la somme de cette série croissant évidemment au-dessus de toute limite donnée à mesure que x augmente, la fonction

 $\frac{1x}{x^n}$

ne pourra que décroître en même temps au-dessous d'une limite quelconque, c'est-à-dire se réduire à zéro dans le cas de $x = \infty$.

2:0 Fait on observer que la supposition de

 $x=\frac{1}{3'}$

donne

$$\frac{1x}{x^n} = -y^n | y = \frac{y^n}{-\left(\frac{1}{1y}\right)},$$

fonction dont la valeur pour y = 0, qui est nécessairement la même que celle de

12

pour $x = \infty$, se présente sous la forme indéterminée

0

d'où l'on conclut, par les principes connus du Calcul Différentiel, que, dans le cas de y = 0,

$$\frac{J^n}{-\left(\frac{1}{ly}\right)} = \frac{\frac{d \cdot J^n}{dy}}{-\left(\frac{d \cdot \frac{1}{ly}}{dy}\right)} = \frac{nJ^{n-1}}{\frac{1}{J(ly)^n}},$$

c'est-à-dire

$$-y^n|y=\frac{y^n}{n}=o^*).$$

L'une et l'autre de ces méthodes me paraît sujette à des remarques qui rendent désirable une déduction plus rigoureuse de la vérité dont il s'agit.

À la première on pourra objecter qu'il n'est pas certain que la série produite par le développement d'une fonction, fût-elle même convergente, conduise à la véritable valeur de la fonction développée, et que par conséquent il faudra prouver que la somme de la série convergente

$$\frac{1}{1x} + n + \frac{1x}{1 \cdot 2} \cdot n^2 + \frac{(1x)^2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot n^3 + \dots$$

exprime, pour une valeur quelconque de x, la valeur de la fonction

$$\frac{x^n}{|x|^2}$$

dont elle offre le développement.

^{*)} Voyez, pour les deux procédés cités, p. ex. le Traité du Calc. Diff. et du Calc. Intégr., par S. F. Lacroix (2:e Éd., T. I, p. 353-355), et la 5:e Leçon sur le Calcul Différentiel de M. Cauchy.

Contre la seconde méthode se présente la remarque qu'en admettant même, dans le cas de y = o, l'égalité

$$\frac{3^{n}}{-\left(\frac{1}{19}\right)}=\frac{ny^{n-1}}{\frac{1}{3(19)^{2}}},$$

il n'est pas permis d'en conclure dans ce cas celle de

$$-y^{n}|y=\frac{y^{n}}{n},$$

puisque la continuation des réductions qui ont donné celle-ci, menerait à la conclusion évidenment fausse que, pour y = 0,

$$|y| = -\frac{1}{n}$$

Il paraît donc nécessaire de mettre la vérité en question à l'abri de toute objection au moyen de quelque autre méthode. Voici celle que je proposerais.

La fonction

$$\frac{x^n}{|x|}$$

ainsi que ses dérivées par rapport à n jusqu'au second ordre inclusivement

$$x^n$$
 et $x^n | x$,

ne prenant évidenment pas des valeurs imaginaires, infinies ou indéterminées pour une valeur de n quelconque qui ne dépasse pas les limites déterminées par sa valeur actuelle et zéro, tant que

Sur la valeur de
$$\frac{1x}{x^n}$$
 pour $x = \infty$.

745

l'exposant n sera réel et x positif et plus grand que l'unité, on aura par les principes connus du Calcul Différentiel

$$\frac{x^n}{1x} = \frac{1}{1x} + n + \varphi(x, n),$$

où la fonction supplémentaire

ne franchira pas les limites

$$\frac{1}{2}pn^2$$
 et $\frac{1}{2}qn^2$,

p et q désignant les valeurs le plus et le moins avancées vers l'infini positif que pourra prendre la fonction

$$x^n lx$$

pour des valeurs de *n* quelconques qui ne sortent pas des limites formées par sa valeur actuelle et zéro. Or *x* étant supposé plus grand que l'unité et *n* positif, on aura évidemment

$$p = x^n | x$$
 et $q = | x$,

d'où il s'ensuit que

ne saurait dépasser les limites

$$\frac{1}{2}x^n!x.n^2 \quad \text{et} \quad \frac{1}{2}!x.n_2^2$$

et que par conséquent la fonction en question

 $\frac{x^n}{1x}$

ne franchira pas les limites

$$\frac{1}{4x} + n + \frac{1}{2} |x| n^2$$
 et $\frac{1}{4x} + n + \frac{1}{2} |x|^2 |x| n^2$

tant que n et x seront positifs, et x > 1.

L'une et l'autre de ces limites surpassant, comme on voit, une valeur quelconque donnée, pourvu qu'on prenne x suffisamment grand, il faudra donc conclure qu'à $x=\infty$ répond

$$\frac{x^n}{\ln} = \infty$$
,

et que par conséquent, dans le même cas,

$$\frac{\mathrm{lr}}{-a} = 0.$$

La détermination de la valeur de

$$\frac{\mathrm{l}x}{x^n}$$

pour $x = \infty$ conduit, comme on sait, à celles de plusieurs autres fonctions du même genre, qui se présentent sous des formes indéterminées. Ainsi p. ex.

1:0 La fonction

$$x^n(1x)^p$$

s'évanouira pour $x=\infty$ si n est négatif et p positif, deviendra infinie dans le même cas si n est positif et p négatif, s'évanouira pour x=0 si n et p sont tous deux positifs et deviendra infinie dans ce même cas si ces exposants sont tous deux

Sur la valeur de
$$\frac{1x}{x^n}$$
 pour $x = \infty$.

747

negatifs. Les valeurs de cette fonction dans les deux premiers cas résultent immédiatement de ce qui précède, et les deux derniers s'y réduisent sur-le-champ par la supposition de

$$x=\frac{1}{y}$$
.

2:0 Les fonctions

$$\frac{a^x}{x^n}$$
 et $\frac{1}{a^x}x^n$

où a > 1 et *n* est *positif*, deviendront *infinies*, la première pour $x = \infty$ et la seconde pour x = 0, et la fonction

$$\frac{x^n}{a^x}$$
,

où a et n sont sujets aux' mêmes conditions, s'évanouira par conséquent lorsque x devient infini. Le premier de ces résultats se déduit tout de suite du second des quatre précédents relatifs. à

$$x^n(1x)^p$$

par la substitution de

$$a^* = y;$$

le second s'ensuit de celui-ci, par celle de

$$x=\frac{1}{z}$$
,

et le troisième est une conséquence immédiate du premier.

Du second de ces derniers résultats s'ensuit que les dérivées de la fonction

$$e^{-\binom{1}{\hat{s}}^2}$$

les quelles sont successivement

$$e^{-\binom{1}{x}^2} 2x_{5}^{-3}$$

$$e^{-\left(\frac{1}{s}\right)^2}(4x^{-6}-6x^{-4}),$$

$$e^{-\left(\frac{1}{x}\right)^{2}}(8x^{-9}-36x^{-7}+24x^{-5}),$$

$$e^{-\left(\frac{1}{x}\right)^2} (16x^{-12} - 144x^{-10} + 300x^{-8} - 120x^{-6}),$$

s'évanouissent toutes pour x = 0, et que par conséquent les deux fonctions différentes

$$fx$$
 et $fx + \varphi(e^{-\left(\frac{1}{x}\right)^2})$

(f et q étant des fonctions quelconques, dont la première et ses dérivées ne deviennent infinies ni indéterminées lorsque la variable dont elles dépendent s'évanouit, et la seconde devient nulle, mais ses dérivées seulement non infinies, dans la même supposition) ont pour développement par rapport à x la même suite de termes de la forme

$$a$$
, bx , cx_1^2 dx_2^3 etc.:

remarque intéressante due à M. Cauchy, bien que présentée par ce grand géomètre sous une forme moins générale (voir la fin de sa 10:e Leçon sur le Calcul Différentiel).

MISCELLER

OM

VULKANEN ETNA,

AF

IMM. ILMONI.

(Föredr. för Vet. Soc. d. 4 Mars 1839 och d. 26 Apr. 1841.)

Bland de märkvärdigare företeelser, hvilka Ætna, den förnämsta af Europas Vulkaner, erbjuder, och hvilka jag dels sjelf — under en resa på Sicilien, sommaren år 1829 — dels genom andra varit i tillfälle att inhämta, har jag ansett några vara af den art, att de möjligen kunde förtjena, åtminstone till bekräftelse på andras observationer i dessa ämnen, att offentliggöras. Det mesta af det här framställda har blifvit mig meddeladt, dels munteligen dels genom bref, af en pålitlig sagesman, den bekante Sicilianske Geologen Mario Gemmellaro.

1. Om ljudande Electriska strömmar i Vulkanens luftkrets. — Enligt nämnde Naturforskare skall det någon gång hafva förmärkts, att uppe i de högre regionerne af Vulkanen, vid klart, lugut väder, vissa smalare sträckningar af luften närmast intill jordytan på längre eller kortare tid varit af den beskaffenhet, att man

inom desamma på ett eget obehagligt sätt känt sig afficierad, särdeles i ansigtshuden och håret, äfvensom tydeligen kunnat höra ett besynnerligt hyásande, hvilket genom hastiga svängningar i luften förmedelst sasta kroppar, t. ex. singrarnes vibrerande rörelser, t. o. m. stegrats till verkeliga tonmodulationer. Den första gången man veterligen försport en sådan markvardig företeelse, skall hafva varit en dag i början af Juni månad år 1814. Gemmellaro hade väl sjelf icke varit närvarande vid detta tillfälle, men han borgar fullkomligt för sannfärdigheten af den berättelse, han derom lemnat mig: och emedan ifrågavarande företeelser den gången varit bestämdare an sedermera, torde de foitjena att narmare omtalas. Tvenne Resande jemte en gammal erfaren Vägvisare hade redan begynt anträda sitt återtåg ifrån den öfversta Askkäglan, då vid middagstiden, medan de ännu besunno sig i Öderegionen, och på en del deraf som ännu var betäckt med snö, den af dem som gick framst, Vägvisaren, helt hastigt begynte kanna en obehaglig spänning i ansigtshuden, särdeles pannans, hvilken likasom drogs uppåt, afvensom i hela hufvudsvålen, så att håren tycktes resa sig och blefvo sträfva: derjemte hörde han ett sagta hväsande, liksom af en bisvärm, i lusten omkring sig, ehuru denna dock icke förmarktes vara i någon rörelse, utan lugn. Han stadnade genast och, for att närmare efterforska denna besynnerlighet, aftog sig mössan och strök sig om panna och hår, hvarvid det hväsande ljudet blef flerfaldt starkare. Snart begynte äfren den på 70 å 80 stegs asstånd esteråt vandrande ena Resanden att höra samma ljud och

förspörja samma känsla i hud och hår, äsvensom derjemte svindel och sedan han staduat på samma punkt som Vägvisaren, fortfor det så oasbrutet för dem begge. Emellertid höll asven den andra Resanden på att ifrån ett något skiljdt håll, ehurn annu på afstånd, nalkas de öfrige. Desse ropade åt honom att skynda sig och vinkade dervid med händerne; men under hvarje af dessa rörelser öfvergick det jemnt fortsatta, och af ropet icke förändrade, hväsandet i ett eget hvisslande, så starkt, att denne tredje hörde det på afstånd ganska tydligt, ehuru han annu icke kande till någonting annat. Händelsevis kommo de vid sitt vinkande att äfven vibrera med fingrarne, och nu hörde de till sin förvåning hurusom det hvisslande ljudet öfvergick till verkeliga tonmodulationer, hvilka väl voro något oregelbundua, men ej oangenāma, utan liknade nära nog toner af Æolsharpa. Detta bemärkte nu äsven den annalkande nyssnämnde tredje vandraren, och först när han kommit på några steg nära de andra, greps sluteligen äfven han af samma affectioner i hud, hår och känsel som de förre. Men kort derpå utbröt ett redan en liten stund förut hotande oväder, med starkt hagel, hvilket satte en grans för de Resandes ytterligare undersökningar af saken. - Att nu skildrade phænomener äro uttryck af Electricitet i Lusten under en viss form, i vissa strömmar och sträckuingar, synes vara otvifvelaktigt; men den närmare beskaffenheten deraf kan naturligtvis, i grund af de få fragmentariska iagttagelser Gemmellaro, så mycket jag känner, hitintills härom samlat, ännu icke bestämmas. Sannolikt synes dock yara, att nämnde

phænomen är i stort detsamma som, enligt nyligen gjord upptäckt, i smått företer sig i ångmachiner: nämligen att, då starkt sammantryckt vattenånga får tillfälle att hastigt utvidga sig, stark Electricitet uppkommer. Ångans utrusande från Ætnas krater var åtföljdt af samma electriska phænomen, som den ifrån ångkitteln utsläppta sammantryckta ångan visar, och denna likhet i förhållandet synes gifva Gemmellaros nu anförda berättelse ett högt vetenskapligt intresse. Hagel-ovädret synes ock varit förorsakadt af samma Electricitets inflytande, och kändt är, att en hagelskur låter genom ett hväsande buller redan på långt håll förmärka sig.

2. Om Vulkanens skugga i dess egen dunstsphær. — Denna företeelse har visserligen redan förnt af Resande blifvit bemärkt; men torde dock förtjena att här något omnämnas. Jag hade företagit färden till Bergets spets en dag i Juni månad, vid ett ovanligt vackert, klart och lugnt väder: — äfven deruppe var luften sednare mot aftonen temmeligen lugn, med undantag af den vid kratern, der stormhvirflar mest alltid kännas, — himlen var molnfri, på några svaga, hvita strimmor när långt österut, och hade sin vanliga sydländska klarhet, — icke heller kunde några dunstmassor närmast bergets sluttningar, än mindre högre upp i luften, förmärkas. Emellertid inträffade, att, när solen hade sänkt sig till några grader (10 å 15°) nära mot horisonten, småningom i luftrymden på Vulkanens frånsida utbildade sig en pyramidalisk skuggestalt. Denna var i början ganska otydlig, både till fårg och contourer; men i samma mon solen sjönk, blefvo dessa allt mera

bestämda, såsom ock pyramidens spets reste sig allt högre. Sluteligen, då solen just var i sjelfva horisonten, syntes ifrågavarande skugga starkast tecknad och med blågrå färg, genom hvilken likväl det uppgående svaga stjernljuset skimrade lika tydligt som genom den öfriga östliga luftrymden. Med solens fullkomliga nedgång försvann naturligtvis hela detta phænomen och likasom upplöstes i natten. — Om morgonen, straxt efter solens uppgång, syntes denna skugga likaledes på den nästan motsatta sidan af berget, och under samma yttre förhållanden; men nu var den mindre bestämd, af ljusare färg och kortare duration.

3. Om en sannolikt desinsicierande verkan af Vulkanens rök. — Under det Choleran om sommaren och hösten år 1837 grasserade på Sicilien, hemsöktes mest alla orter derstädes af denna farsot mer eller mindre, äsven högländta och bergstrakter. Ett märkvärdigt undantag härisrån utgjorde likväl, enligt ett bref isrån Gemmellaro, hela den ösversta delen af bergets södra sluttning, dit äsven den lilla staden Nicolosi hörer: — denna trakt blef nämligen sullkomligt fredad, oaktadt en helt och hållet obehindrad communication med de nästintill belägna härjade orterna, bl. a. de under sullt samma lokalprædicament stående på bergets ösriga sidor, i synnerhet den mest besolkade östra, hvilka orter mycket ledo. Till sörklarande af denna skarpt begränsade bestrelse srån farsoten, ausör ostanämnde Natursorskare den härmed sammanträssande anmärkningsvärda omständigheten, att under hela

den tiden Choleran herrskade i östra delarne af Sicilien, en onpphörligt blåsande nordanvind dref de äfvenledes då ganska ymnigt frambrytande Vulkaniska rökmassorne närmast och tätast just öfverom den af farsoten skonade delen af Ætnas södra bergstrakt, och att der denna rökregion upphörde, äfven territoriet för Cholerans härjningar vidtog. — Nu anförda iagttagelse är vål, såsom ett blott isoleradt factum, icke tillräckligt stöd för mer an ett endast sannolikt antagande af en desinficierande egenskap hos Vulkanens rök: likväl kan densamma utgöra ett bidrag till utredande af den vigtiga frågan öfverhufvud, huru Vulkaniska effluvier förhålla sig till Miasmer, Contagier och Epidemier.

DAS VORKOMMEN EINER BISHER UEBERSEHENEN UNDULATION

IM GANGE DER TÄGLICHEN TEMPERATUR-CURVE,

TOM

J. J. NERVANDER.

(Vorgetr. in der Finl. Societ. d. Wissensch. d. 14 März 1842.)

Durch die Untersuchung über die tägliche Veränderung der magnetischen Declination, welche ich der Kajserl. Academie der Wisseuschaften in Sit Petersburg vorzulegen die Ehre gehabt habe, bin ich zu der Ansicht gekommen, dass eine gewisse Regelmässigkeit in den sogenannten unregelmässigen täglichen Schwankungen der magnetischen Declination nicht ganz unwarscheinlich sey, und dass eine solche Regelmässigkeit noch in den entsprechenden Schwankungen der Temperatur anfzufinden wäre, so dass die tägliche Temperatur-Curve, mit hinreichender Genauigkeit untersucht, mehrere kleine Biegungen zeigen würde.

Diese meine Ansicht stützt sich auf Berechnungsmethoden: welche äusserst einfach und, in so fern ich beurtheilen kann, die-

jenigen sind, welche eigentlich zuerst angewandt werden sollten, wo es sich davon handelt, die practischen Formeln für die Curve einer periodischen Ercheinung aufzufinden, und die ich deshalb, der Kürze wegen, die Preliminäre Methode neunen werde. Man wird nämlich auf die Weise auf alle besondern Stellen der Curve, auf alle Biegungen, welche sonst ihrer Kleinheit wegen entweder entschlüpfen, oder ohne Weiteres als Unregelmässigkeiten betrachtet werden können, aufmerksam gemacht. Da jedoch diese Berechnungs-Methode nicht gebräuchlich ist, und ich deshalb nicht erwarten konnte, dass man ihr Zutrauen schenken würde, bin ich bemüht gewesen das Daseyn dieser Biegungen nach der unbestritten zuverlässigen Methode der kleinsten Quadrate darzulegen. Einen solchen Versuch, der einigen Erfolg gehabt hat, nehme ich mir die Freyheit jetzt der Finländischen Societät der Wissenschaften zu überreichen.

So viel ich weiss, hat man die Methode der kleinsten Quadrate nur auf die Weise zur Bestimmung des Ganges der täglichen Temperatur-Curve angewandt, dass man die monatlichen Mittel der Beobachtungs-Stunden für jeden Monat für sich genommen, diese Mittel als zu einer 24-stündigen Periode gehörig betrachtet und darnach diese Periode für jeden der 12 Monate einzeln herechnet bat.

Gegen dies Verfahren ist nun gewiss nichts einzuwenden; nur kann man bemerken, dass die Methode d. kl. Quadr. auch auf eine andere Weise zur Bestimmung des wahrscheinlichen Werthes der Temperatur für jede Stunde angewandt werden kann, und dass nur die Erfahrung zu entscheiden vermag, ob der gewöhnliche Weg oder dieser neue die zuverlässigern Resultate darbiete. Dies zweyte, so viel ich weiss, noch bis jetzt nicht angewandte Verfahren verdient schon deswegen wenigstens ein Mal versucht zu werden, und es ist deshalb zu verwundern, dass man es nicht schon längst gethan hat; aber man muss entweder nicht darauf verfallen seyn, oder hat man so oben hin angenommen, dass dies Verfahren nicht so genaue Resultate geben würde als das gewöhnliche, wodurch man sich überdies schon hinlänglich befriedigt fühlte. Hat doch gerade der Umstand, dass ich mit den auf dem gewöhnlichen Wege gefundenen Resultaten mich nicht gänzlich befriedigt fühlte, mich auf das andere Verfahren hingewiesen.

In der That, wenn man annimmt dass um die Stunde a eine sehr kleine constante Bicgung der täglichen Temperatur-Curve Statt finde, so kann es leicht geschehen, dass die zufälligen Uure-gelmässigkeiten dieser beobachteten Curve noch hinlänglich bedeutend sind, so dass die berechnete Curve diese kleine constante Biegung vernachlässigen muss, damit die Summe der Quadrate der Fehler ein Minimum werde. Wenn aber der Einfluss der constanten Biegung um die Stunde a in allen Monaten bemerkbar ist, und wenn man die Beobachtungen um Uhr a für alle 12 Monate des Jahres, als eine in sich zurücklaufende Periode betrachtet und nach der bekannten Formel berechnet, so ist es sehr

wahrscheinlich dass der vereinte Einfluss von allen diesen, wenn auch noch so unbedeutenden Biegungen, der 12-monatlichen Periode für die Stunde a etwas characteristisches, was sie von der vorhergehenden und nachfolgenden unterscheidet, beybringen werde. Dies ist nun auch das Verfahren, welches ich im folgenden eingeschlagen habe. Ausser dem angeführten Zweck dieses Verfahrens habe ich dabey noch einen Nebenzweck im Auge gehabt.

Herr Professor Hällström hat bey Berechnung Seiner mit so ausserordentlichem Muth und so seltener Ausdauer jede Stunde des Tages angestellten, eilfjährigen Beobachtungen die nächtlichen Stunden interpolirt, um hernach das gewöhnliche Verfahren befolgen zu können. Die Richtigkeit Seiner Interpolationen beweiset sich nun gewiss durch die genaue Uebereinstimmung der beobachteten und der herechneten Werthe. Vielleicht könnte aber jemand die Einwendung machen, dass eine solche Interpolation, wenn auch im Ganzen hinreichend genau, dennoch nicht auf dieselbe Zuverlässigkeit Anspruch machen könne, als die directe angestellten Beobachtungen. Da nun solche eilfjährige Beobachtungen etwas so seltenes sind, dass man nie zu viel Mühe auf ihre Berechnung anwenden kann, so schien es mir interessant, dass die wirklich beobachteten Stunden für sich, unabhängig von den interpolitien. berechnet würden, und dies kann nun nach dem oben angegebenen Verfahren geschehen.

Ich habe also dies Versahren: die Beobachtungen der gleichnamigen Stunden jeden Monats als eine in sich zurücklaufende Ueber eine Undulation der tägl. Temperatur-Curve. 759

Periode mit 12 æqvidistanten Beobachtungs-Punkten anzusehen und nach der bekannten Formel

$$T = u_0 + u_1 Sin(30^{\circ} + U_1) + u_2 Sin(60^{\circ} + U_2) + u_3 Sin(90^{\circ} + U_3)$$

zu berechnen, auf Herrn Professor Hällströms eilsjährige Temperatur-Beobachtungen in Helsingfors angewandt und zwar zu folgenden Zwecken. 1:0 Um zu ermitteln, ob einige von den in der Untersuchung über den täglichen Gang der magnetischen Declination erwähnten kleinen Biegungen nach dieser Berechnungs-Weise hervortreten könnten; 2:0 Um Herrn Prof. Hällströms Beobachtungen unabhängig von jeder Interpolation berechnen zu können; und endlich 3:0 Um durch eine Vergleichung mit Herrn Professor Hällströms auf dem gewöhnlichen Wege gewonnenen Resultaten entscheiden zu können, in wie fern das neue von mir angewandte Verfahren die Probe hinlänglich gut bestehe, um neben dem gewöhnlichen einen Platz behaupten zu können.

Nach dieser Einleitung mögen die Resultate der Berechnung hier folgen.

Die Tab. I. und II. entbalten die Constanten

$$u_0, u_1, u_2, u_3$$
 U_1, U_2, U_3

der respectiven Formeln für die Stunden XIX-XI und für das Minimum.

Tab. L

Stunde	u _o	u,		u,
XIX ·	2,975	12,012	1.259	0.476
XX	3.687	12,386	1.107	0.421
XXI	4.300	12.615	0.840	0.448
HZZ	4.930	12.740	0.615	0.466
XXIII	5.436	12.739	0.553	0.487
O	5.812	12.721	0.557	0.480
I	6.031	12.685	0.573	0.502
H	6.074	12.701	0.546	0.492
m	5.936	12.725	0.520	0.503
IV	5.652	12.699	0.515	0.461
V	5.297	12.626	0.573	0.455
VI	4.857	12.409	0.682	0.467
VII	4.384	12.390	0.758	0.541
VIII	3.927	11.742	0.765	0.615
IX	3.510	11.385	0.688	0.582
X	3.113	11.066	0.638	0.561
XI	2.756	10.774	0.560	0.472
Minim.	0.560	10.527	0.622	0.339

Tab. II.

Stunde.	U_i	U_z	U
XIX	258° 40′ 43′	133° 12′ 10′	344°21′28″
XX	259°48′6″	129° 23′ 51″	333°26′ 6″
IXX	261° 8′11″	122°54′ 5″	320°26′24′
XXII	261°47′ 40″	105°23′28″	316° 18′ 19″
XXIII	262° 15′ 10′′	88° 57′ 8″	316°31′ 32″
XXIV	262°24′38″	76°30′ 50″	319°20′23″
I	262°43′ 57″	70° 7′ 45″	322° 8′ 31″
II	263° 2′ 16″	68° 15′ 22″	323° 7′ 48″
Ш	263°18′ 1″	, 73° 53′ 15″	324°18′28″
IV	263°24 2″	85° 10′ 42″	326 39′ 16″
V	263° 7′ 44″	101°46′31″	327°33′ 40″
VÍ	262° 25′ 42′	112°54′ 46″	333° 15′ 7′′
VII	261° 25′ 20′	118° 40′ 38″	340 23′ 36″
VIII	260° 17′ 40″	221°37 18	339°41′ 55′
IX	259° 8′ 24′	123° 3′ 16″	341°58′50″
X	247°49′ 19′	124°16′ 5″	346° 15′ 10″
ZI	257° 2′ 30°	133° 4′ 14″	351°16′ 9″
Minim.	254° 48′ 38″	128°55′ 2′	342°16′36′

In der Tab. III sind die Differenzen zwischen den Beobachtungen des Herrn Prof. Hällström und meinen Berechnungen aufgenommen. Diese Differenzen stimmen sehr gut mit den Resultaten überein, welche Herr Prof. Hällström (Act. Soc. Sc. Fenn.
pag. 216) aus den Mittel-temperaturen der 12 Monate, mit einander verglichen, gesunden hat. Letztgenannte Differenzen sind unten in der Tab. III zur Vergleichung beygestigt.

Tab. III.

Stunde	Jan.	Febr.	Mars	$A_{l}r$.	Maj	Jan.	Jul.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
XIX	-0.54	+0.78	-0.72	+037	0.00	-0.13	0.00	+ 0.18	-0.21	+0.10	-0.03	+ 0.20
XX	-0 54	+0.79	-0.74	+0+1	-0.03	-0.14	+0.05	+0.13	-0.18	+009	- 0 04	+020
IXX	-0.50	+0.69	-0.62	+0.33	0.03	-0.10	+001	+ 0.14	-0 18	+ 0 12	-0 09	+0.23
HZZ	-0.51	+ 0 65	-0.54	+026	+0.01	-0.10	+0 01	+0.08	-0.09	+004	-0 07	+ 0.25
XXIII	- 0.50	+0.62	-0.48	+0.50	+0.04	0.09	-0.01	+ 0.09	-0 07	+ 0.01	-0.04	+0.24
O	-0.51	+0.58	-0.42	+0.14	+0.03	-0 04	-0.0 6	+ 0.09	-0.02	-0.0.5	-0 03	+027
1	-0.55	+0.59	-040	+0.12	+0 03	0.00	-0 09	+0.10	+0.01	-0 0S	-0.02	+029
1	0 55	+0.55	-0 33	+0.07	+0 04	+0 02	-0.10	+0.08	+0.03	-0 09	-0.04	+0.32
Ш	-0.55	+0.54	-0.30	+0 05	+0 03	+0.07	-0.17	+ 0.12	+ 0.0+	-0.12	-0.02	+032
(V	-0 56	+0.53	-0.30	+0.08	-0 04	+0.14	-0.21	+0.13	+0.04	-0.11	-0 04	+034
V	-0.56	+0.54	-0 32	+0.11	-0.08	+0.19	-0.25	+0.15	+0.05	-0.13	-0 03	+0.34
VI	-0.56	+0.61	-043	+0 18	-0 69	+0.14	0.23	+ 0.19	-0.03	-0.08	-0.02	+0.30
VII	-0 61	+0 66	-045	+0 18	-0.07	+0 15	-0.26	+ 0.23	-0.05	-0.09	0.02	+ 0.32
VIII	-0.62	+0:68	-0.45	+0.17	-0.06	+0.14	-0.26	+0.23	-0.06	-0.06	-0 04	+ 0.34
ΙX	-0 63	+0.68	-0 4S	+0.20	-0 07	+0.12	-0.23	+ 0.21	-0.08	-0 03	-0.06	+0.35
Z	-0 65	+0 69	-0 44	+0 12	+0 02	+0.04	-0.19	+ 0.21	-0 10	0.00	-0.10	+0.39
XI	-0.66	+0.74	-0.53	+0.21	0.00	+0.01	-0.13	+0.18	-0.10	+002	-0.11	+038
Min.	-061	+0.86	-0 73	+0.29	+0.15	-0.28	+0.08	+0.18	-0.25	+013	-0.06	+0.24
Hällstr.	-0.68	+0.62	-0.43	+0.27	+0.13	-0.12	-0.21	+0.11	-004	+0.16	+0.04	+0.21

In der Tab. IV sind die Differenzen zwischen Herrn Prof. Hällströms Pag. 217 augeführten Berechnungen und Seinen Beobachtungen angeführt.

Tab. IV.

Stunde	Jan.	Febr.	Mars	Apr.	Moj	Jun.	Jul.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
XIX	-0.45	+0.75	-0.45	+0.31	+0.18	+0.03	-0.20	+0.09	+0.16	+0.17	+ 0.11	+ 0.40
XX	-0.67	+0.62	-0.60	+ 0.27	+0.15	-0.18	0.23	+011	+ 0.08	-0.09	- 0.08	+ 0.29
LXI	—0 .84	+0.52	-0.40	+ 0.24	+ 0.05	-0.18	- 0.24	+0.02	-0.20	0 00	-0 ⋅30	+ 0.11
XXII	-0.8 2	+054	-0.31	+ 0.24	+0.09	-0.18	0.23	+ 0.06	-0.24	+ 0.03	-0.20	+0.07
ххш	-0. 67	+0.60	-0.38	+0.31	+0.18	-0.06	-0.26	+0.15	-0.04	+0.06	+ 0.02	+ 0.22
0	-0.58	+0.68	-0.41	+0.27	+0.10	-0.02	-0.18	+0.18	-0.02	+ 0.17	+0.06	+0.29
[-0.57	+0.76	-0.44	+0.31	+0.12	-0.08	-0.13	÷ 0.17	+ 0.01	+ 0.11	+ 0.08	+ 0 .33
Œ	-0.67	+ 0 .66	-0.38	+0.31	+0.06	-0.1 9	-0.12	+0.08	-0.03	+0.11	-0.07	+ 0.23
or	-0.7 5	+0.57	-0.40	+0.19	+0.03	-0.16	-0.20	+001	-0.14	+ 0.11	-0.10	+007
IV .	-0.76	+0.61	-0 .39	+ 0.28	+ 0.11	0.21	-0.28	+0.05	-0.11	+ 0.07	-0.17	+0.13
v	-0.78	+0.58	-0.34	+ 0.36	+0.16	-0.06	-0.1 2	+0.16	-0.10	+ 0.09	-0.03	+0.24
VI .	-0. 59	+0.70	-0.47	+0.36	+0.22	-0.11	-0.03	+0.18	-0.06	+0.10	+ 0.03	+0.35
VII	-0. 52	+0.70	-0.48	+0.18	+ 0.14	-0.04	-0.16	+ 0.1 9	-0.04	+0.15	+0.01	+0.28
vIII	-0 .63	+0.73	-0.38	+ 0.19	+0.05	-0.1 5	-0.19	+ 0.07	-0.02	+0.17	+ 0.05	+0.23
X .	-0.70	+0.65	-0.35	+0.34	+0.03	-0.19	-0.28	+0 09	-0.01	0.00	+0.07	+0.11
x .	-0.77	+0.56	-0.40	+ 0.23	+ 0.04	-0.22	-0.20	+0.07	-0.06	+0.06	0 ·19	+0.13
XΙ .	-0.77	+ 0.53	-0.48	+0.57	+0.37	-0.05	-0.19	+0.14	-0.11	+005	-0.21	+0.12

Diese Differenzen sollten nun mit den in der Tab. HI angegebenen identisch seyn, wenn die gewöhnliche und die von mir befolgte Berechnungs-Methode ganz dieselben Resultate liefern würde. So ist es jedoch nicht. Unterschiede zwischen Herrn Prof. Hällströms und meinen Differenzen sind da; aber diese Unterschiede sind doch sehr unbedeutend, und diese grosse Uebereinstimmung spricht demuach sehr für die Anwendbarkeit meines Verfahrens. Uebrigens sieht man leicht, dass meine Differenzen kleiner sind; welches also beweisen könnte, dass letzt-genauntes Verfahren selbst vorzuziehen sey, wenn man die Uebereinstimmung zwischen den Beobachtungen und den Berechnungen auf das Höchste treiben will.

Zur bessern Uebersicht sind in den Tabb. V. und VI., in den Columnen H und N, die von Herrn Prof. Hällström und mir berechneten Resultate neben einander zusammengestellt.

Ueber eine Undulation der tägl. Temperatur-Curve. 767

Tab. V.

Stide.		Januar	ii	1	Februai	rii		Mars			Apri	2		Maj			Junii	
	П	N.	Diff.	11.	N.	Diff	H.	N.	Diar.	н.	N.	Diff.	II.	N.	Diff.	п.	N.	Diff.
XIX	- 8.1	-8.01	- 0.00	-8,2	- S-23	+0.03	- 6.3	- 6-0 3	- 0.27	-0.7	- 0.7 0	+0.06	6.8	6.98	- 0.18	13.5	13.66	-0-16
XX	-7.7	-7.84	÷0.07	-7.6	- 7.77	+0.17	-5.3	-5.16	-0.14	0.4	0.26	+0-14	7.7	7.88	-0.18	14.6	14.56	+0.04
IXX	-7.4	- 7.74	+0.34	- 7.0	-7.16	+0.16	-4.3	- 4.08	-0.22	1.4	1.31	+0.09	8.5	8.61	-0.11	15.3	15.22	+0.08
ILXX	-7.1	-7.41	+0.31	- 6.3	-6.41	+0.11	-3.3	- 3.07	- 0.23	2.2	2.18	+0.02	9.1	9.18	-0.08	15.8	15.72	+0.12
XXIII	-6.8	-6.97	+0.17	- 5.7	-5.72	+0.02	-2.4	- 2.30	- 0.10	2.7	2.81	- 0.11	9.5	9.64	-0.14	16-1	16.13	- 0.03
o	- 6.5	- 6.57	+0.07	- 5.3	5.20	-0.10	- 1. S	-1.79	~0.01	3.1	. 3.23	- 0.13	99	9.97	-0.07	16.4	16.42	-0.02
ı ;	-63	- 6.32	+0.02	- 5.0	- 4.83	- 0-17	-1.4	-1.44	+0.04	3.3	3.49	- 0.1 9	10.1	10.19	0.09	16.7	16.62	+0.08
11	-6.2	-6.32	÷0.12	- 4.9	-4.79	- 0.11	-13	- 1.35	+0.05	3.4	3.64	-0.24	10.3	10.32	0.02	16.9	16.69	+0.21
ш	-6.3	- 6.50	+0.20	- 5.0	-4.97	- 0.03	- 1.4	-1.50	+0.10	3.4	3.54	-0-14	103	10.30	0.00	16.9	16.67	+0.23
IV	- 6.5	-6.70	+0.20	- 5.4	-5.32	-0.08	-1.8	- 1.89	+0. 69	3.1	3.30	- 0.20	10 0	10.15	- 0.15	16.8	16.47	+0.33
v	- 6.7	- 6.92	+0.22	-5.8	-5.76	-0.04	- 2.4	- 2. 42	+0.02	2.6	2.85	- 0.25	9.6	9.84	- 0.24	16.4	16-15	+0.25
VI	- 7.0	-7.0 3	+0.03	-6.2	-6.11	-0.09	-3.0	- 3.0-	+0.04	2.0	2.18	- 0.18	9.0	9.30	- 0.30	15.9	15.65	+0.25
VII	- 7.2	-7.11	-0.09	-6.4	- 6.36	- 0.04	- 3.6	- 3.63	+0.03	1.4	1.40	0.00	8.4	861	-0.21	15.2	15.01	+0.19
VIII	-7.2	- 7.21	+0.01	-6.6	- 6.53	-0.97	-4.1	-4.03	-0.07	0.7	0.72	- 0.02	77	7.81	- 0.11	14.5	14.21	+0.29
ıx	-7.2	-7.27	+0.07	-6.7	-6.73	+0.03	-4.5	- 4.37	- 0.13	0.1	0.24	- 0.14	7.0	7.10	-0.10	13.6	13.29	+0.31
X	-7.2	- 7.31	+0.11	-6.8	-6.93	+0.13	-4.8	-4.76	-0.04	- 0.4	-0.29	- 0.11	6.4	6.42	- 0.02	12.7	12.44	+0.26
IX	-7.3	-7.41	+0.11	-7.0	- 7-21	- 0.21	-5.1	-5 05	-0.05	- 0.9	- 0.5-1	- 0.36	5.6	5.97	- 0.37	11-6	11.64	- 0.04

J. J. NERTANDER

Tab. VI.

St:de		Julii			August	i	Se	ptemb	er		Octobe	r	N	ovemb	er	I	Decemb	er
	н.	N.	Dia.	11.	N.	Dirr.	н.	N.	Diat.	11.	N.	Diff.	11.	N.	Diff.	11.	N.	Diff
ZIZ	16.0	15.80	+0.50	13.7	13.61	+0.09	9.2	9.57	- 0.37	428	4.87	-0.07	-0.6	- 0.46	-0-14	- 5.5	- 5.30	- 0.2
XX	17.2	16.92	+0.28	14.8	14.78	+0.02	10.2	10.46	- 0.26	5.4	5.40	0.00	- 0-1	- 0.14	+0.01	- 5.2	- 5.11	-00
IZZ	18.1	17.75	+0.35	15-8	15-68	+0.12	11.2	11.18	- 0.02	6.0	5.88	÷0.12	0.2	0.08	+0.12	- 5.0	5-12	+0.1
IIZZ	18-7	18.46	+0.24	16-6	16-58	+0.02	12.0	12.05	- 0 .05	6.5	6.49	+0.01	0.5	0.37	+0.13	-4.8	-4.98	+0.1
XXIII	19.2	18.05	+0.25	17.1	17.16	- 0.0 6	12.6	12.63	- 0.03	6.9	6.95	-0.05	0.6	0.66	- 0.05	-4.7	- 4.72	+0.0
0	194	19.28	+0.12	17.5	17.59	- 0.09	13.1	13.10	0.00	7.1	7.32	- 0.22	0.8	0.89	- 0.09	- 4.5	- 4.48	- 0.0
ı	19.5	19.46	+0.06	17.7	17-77	-0.07	13-3	13.30	0.00	7.3	7.49	-0.19	0.9	1.00	- 0.10	- 4.4	- 4.36	- 0.
11	19.5	19.48	+0.02	17-8	17.79	+0.01	13.4	13-34	+0.0 6	7.3	7.50	- 0.20	1.0	0.97	+0 03	- 4.3	-4.39	+0.0
111	19.4	19-37	+0.03	17.7	17-59	+0.11	13.3	13.12	+0.18	7.1	7.33	-0.23	0.9	0 82	+0.08	-4.3	 -4.55	+0.
LV.	19.1	19.03	+0.07	17-3	17.22	÷0.08	12.9	12.75	+0.15	6.8	6.98	- 0.18	0.7	0.57	+0.13	- 4.5	-4.71	+0.
· ·	18.5	18.63	+0.07	16-7	16.71	- 0.01	12.4	12.25	+0.15	6.4	6.62	-0-22	0.4	0.40	0.00	- 4.7	- 4.80	+0.
11	17.S	18.00	-0.20	16.0	15.99	+0.01	11.7	11.67	+0.03	6.1	6.28	-0.18	0.2	0.25	- 0.05	- 4.9	- 4.85	-0
VII	17.1	17 20	- 0.10	15.2	15.16	+0.04	11.0	11.11	-0.11	5-8	6.04	-0-16	0.1	0.13	- 0.03	- 4.9	-4.94	-0.
VIII	16.3	16.37	- 0.07	14.5	14.34	÷0.16	10.5	10.54	- 0.04	5.6	5.83	~ 0.23	0.0	0.09	-0.00	-4.9	-5.01	+0.
17	15.5	15.45	+0.05	13.8	13.68	+0.12	10.1	10.17	- 0 07	5.6	5.63	- 0.03	0.0	- 0.01	+0.01	- 4.8	-5.04	+0.
X	14.6	14.50	+0.01	13.2	13 00	+0.14	9.8	9.84	- 0.04	5.4	5.46	-006	0.0	- 00. 9	+0.09	-4.8	-5.06	+0.
M	13.8	13-74	+0.00	12.5	12.46	+0.04	9.5	9.49	+0.01	5.2	5.23	-0.03	- 0.1	-0.20	.+0.10	- 4-8	- 5.06	+0.

Man sieht, dass die Differenzen zwischen H und N sich gewöhnlich auf Hunderttheile eines Grades C. beschränken. Die grösste Differenz trifft um Uhr XXI im Januar ein, und erreicht 0,34. Man sieht aber, dass in der Tab. IV. die grösste Differenz zwischen Herr Prof. Hällströms Beobachtungen und Berechnungen auch auf diese Zeit fällt. Diese Differenz steigt bis auf 0,84; während die Tab. III nur einen Unterschied von 0,50 angiebt.

In der Tab. VII findet man die Summen der Quadrate dieser Differenzen für die Tabb. IV, III und V-VI unter den Columnen IV, III und V-VI angeführt.

Tab. VII.

Monat	IV	III	P-VI
Januar	8°38	5°72	0°42
Februar	7.24	7.26	0.23
Marz	3.14	3.84	0.25
April	1.64	0.81	0.49
Maj	0.44	0.05	0.52
Junii	0.41	0.18	0.73
Julii	0.70	0.52	0.54
Augusti	0.33	0.41	0.13
September	0.19	0.21	0.41
October	0.26	0.12	0.40
November	0.33	0.05	0.12
December	0.91	1.54	0.48
Summe	23°97	20.71	5°13.

Alles dies scheint zu beweisen, dass das von mir angewandte Verfahren wenigstens dasselbe Vertrauen verdiene, als das früher gebräuchliche. Wir können also die in den Tabb. V—VI angeführten Resultate etwas näher betrachten. Weun man die in der Columne N eingetragenen Werthe für die gleichnamigen Stunden graphisch zu Curven verbindet, findet man dass diese Curven auffallend regelmässig und einfach sind. Auch sind die Curven einer Stunde denen der übrigen sehr ähnlich. S. Pl. XIV Fig. I.

Wenn man aber die zu denselben Monat gehörigen Stunden graphisch verbindet, werden die Curven den von Herrn Professor Hällström gefundenen, wie man aus dem Obigen schon schliessen kann, im Gauzen sehr ähnlich. So zeigt sich im December das Wärme-Minimum, welches Herr Professor Hällström gefunden hat, geht in den nächsten Monaten in eine Inflexion über und verschwindet gegen die Sommermonate gänzlich.

Jedoch zeigen die nach meinen Berechnungen gefundenen Curven einen sehr auffallenden Umstand, welcher nach dem gewöhnlichen Verfahren nicht bemerkbar ist.

Der Monat December giebt nämlich des Morgens ein der letztgenannten abendlichen Temperatur-Undulation ganz analoges Temperatur-Maximum und Minimum. Das Kälte-Minimum tritt um Uhr XX und das Kälte-Maximum um Uhr XXI hervor. Diese Morgen-Undulation ist also von der abendlichen um etwa 12 Stunden entfernt.

Ganz analog mit der abendlichen Undulation, geht die Morgen-Undulation in den nächsten Monaten in eine Inflexion über und verschwindet gegen den Sommer.

Dass diese Morgen-Undulation sich wirklich in den beobachteten Temperatur-Mitteln vorfinde und also in der Natur begründet sey, beweist sich durch einen Vergleich der graphischen Darstellungen der beobachteten Curven (B), und der von mir berechneten (N); wozu noch die von Herrn Professor Hällström berechneten (H) in der Pl. XIV Fig. 2. hinzugefügt sind.

Da diese Morgen-Undulation jedoch, so viel ich weiss, von Niemand früher dargestellt worden ist, scheint es mir nothwendig Ihr constantes Daseyn so kräftig wie möglich zu heweisen.

Zuerst ist demnach nöthig jeden Gedanken an einen Local-Einfluss zu beseitigen.

Herrn Professor Hällströms Beobachtungen sind in verschiedenen Localen augestellt worden. Die erste Hälfte dieser Beobachtungen ist in einem ganz anderen Hause als die zweite, und diese zweite wiederum in zwei verschiedenen, zu demselben Hose gehörenden, Gebäuden augestellt worden.

Dass kein directer Einstuss der Sonnenstrahlen in Helsingfors im December um Uhr XX und XXI zu befürchten sey, ist gewiss eine sehr überstüssige Anmerkung. Dass diese Undulation auch anderwärts vorkommt, lässt sich aus meinen Untersuchungen über den täglichen Gang der magnetischen Declination entnehmen; denn diese Morgen-Undulation entspricht deutlich der daselbst unter der Benennung D vorkommenden.

Dass Herr Professor Hällström diese so bestimmt ausgeprägte Undulation des Morgens nicht selbst bemerkt hat, lässt
sich sehr leicht dadurch erklären, dass der Herr Professor von
den monatlichen Mitteln jedes einzeln graphisch nicht dargestellt und
vielleicht die graphischen Darstellungen der beobachteten, eilfjährigen monatlichen Mittel selbst nicht auf einmal neben einander
betrachtet und verglichen hat.

Wenn man nämlich die Temperatur-Curven jeden Monats für die eilf Beobachtungs-Jahre in Helsingfors graphisch darstellt und die obengenannte preliminäre Berechnungs-Methode darauf anwendet, kann man kaum das constante Daseyn der fraglichen Undulation bezweifeln; sonst müsste man ja den Beobachtungen eines der umsichtigsten und genauesten Beobachter auch in anderer Hinsicht kein Vertrauen schenken können.

In den folgenden Tabellen VIII—XIX, worin die monatlichen Resultate der preliminären Methode enthalten sind, werden die Stunden XIX und XI vermisst, weil an diesen Stunden, wo die Beobachtungen abgebrochen sind, man nicht wissen und augeben kann, ob ein Biegungs-Scheitel vorhanden sey oder nicht. Eine solche Unsicherheit kann in gewissen Fällen sich auch auf die nächstliegenden Stunden erstrecken und unter solchen Umständen wurde von mir als Regel angenommen, weder M noch m zu berücksichtigen.

Tab. VIII.

Januar.

Stunde	1829	1830	33	1835	583	1834	1835	1836	1837	882	1839	Stunde
XX	_	m	ננו	nı	_	_	_	m		-	-	44
ZXI	_	M	М	М	_	_	_	M	M	_	m	+5 -1 +4
XXII	_	_	113		_	_	-	_	:	-	М	+1-10
XXIII	_	_	m	_	_	_	_	· —	_	_	-	1 -1
О	_	_	М	_	_	-	_	· —	_	_	_	+11 - +1
[_	_	m	m	_	m	m		_	m	_	5 - 5
II	m	m	m	-	m	-	-	m	m	_	. 771	- -7 -7
TII.	_	_		_	_	_	-	_	31	_	_	+1 - +1
IV	—.		_		M	М	М	_	m	-	-	+3 - 1 + 2
V	M	31	_		111	m		-	М		М	+4 -2 +2
VI	_	m	_	М	_		m	_	nı		II)	+1 -4 -3
VII	m	М	_	m	_	М	_		_	_	31	+3 -2 +1
VIII	_	_	JI	_	M	113		11	_		m	+3 -2 +1
17		m	_	M	m	-	_	_	М	-	_	+2 -2 0
X	_	_	m	m		· —	_	<i>m</i>	m			

J. J. NERFANDER

Tab. IX.

Februar.

Stunde	1820	1830	1831	1835	1833	75%	1835	1836	1837	1838	1830	S	'umm c
XX	-	_	נמ	-	_	m		_	m	_	m	-	-4-4
XXI	М		М	_	-	m	-	-	М		M	+4	-1 + 3
XXII	m	_	_	_	_	М	_	_	М	-	_	+2	-1 + 1
XXIII	m	_		-	m	-	_	_	m		-	-	_3 _3
o	М	_	_	_	М	-	-	_	M	-	_	+3	- +3
I	-	m	m	_	m	-	m		m	-	_	-	_5
II .	772	_	_	m	_	m	_	m	M	m	m	+1	_6 _5
III	-	_	_		-	_	М	_	m	-	-	+1	_1 0
IV.	_	-	-	-	31		m	_	-	-	_	+1	_10
\mathbf{v}	_	М	_	-	m	_	_	 	M	-	М	+3	-1 + 2
VI	71	-	31	-	М	_	_	M	m	M	m	+ 5	-2 +3
VII	M	m	m	_	m		M	М	m	M	M	+ 5	_4 + 1
VIII	m	-	-	_	M	-	М	_	М	m		+3	-2 +1
IX	_	М	-	_	m	M	m	m	m		m	+2	_5 -3
X	-	-	-	-		m		-	_	-			_1 _1

Tab. X.

Martii.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	s	'umme
XX		_	_	-	-	-	-	-	-	-		-	_ _
XXI	_	-			-	-	-	_	m	_	-	_	-1 -1
XXII	_	_	_	_	-	-	-		М	m	_	+ 1	-1 0
XXIII	_		· —	_	_		_		-	m	-	_	-1 -1
0	m		_	_	-	1	-	m	_	М	-	+ 1	-2 -1
ı	М	_		m		m	-	М	-	ļ —-	-	+2	2 0
II	m	m	m		m	_	m	m	m	_	m		-8 -8
Ш	_	M	_	_		-	-	m	_	m	_	+1	-2 -1
IV	-	m	_	_	_	_	-	-	_	_	-	-	-1 -1
v	_	_	_	_		_	_	_	-	_	_	-	_ _
VI		_	-	_	_	-		-		_	_	-	_ _
VII	_	_	М	M	_	-	-	М	М	М		+5	- + 5
VIII	_	_		М		M	_	_	m	-		+2	-1 + 1
IX	-	-	m	m	-	_	М	m	M	m	_	+2	-4 -2
X		-	_	m	_	m	m	-	m			-	-4 -4

Tab. XI.

Aprill.

Stande	1820	1830	183	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1830	Stunde
XX	_	_		_	_	_	_	m	_	_		1
IZZI	-		_	_	_	-		М	_		_	-+1+1
HZZ	_	_	-	_	_	_	-	М	_	_	_	-+1+1
XXIII			m	-	m	m	_	-	m	m	_	5 -5
0	-		М	m	M	M	m	_	М	М	_	+5-2+3
I	_	m	m	М	-	-	M	-	_	-		+2 -2 0
11	711	-	-	-	m	m	-	m	_	m	111	- -6 -6
III	-	-	-	m	-	-	m	71	m		М	+2 -3 -1
IV	М		-	-	-	-	-	m	-	-	m	+1 -2 -1
V	m	-	-	-	-	-	_	-	-	-	M	+1 -1 0
7.1	-	-		-	-	-	-	-	-	-	m	1 _1
VII	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
VIII	-	-	-	-	М	-	-	М	M	-	_	+3 - +3
IX	-	-	-	-	m	М	-	m	-	-	-	+1 -2 -1
X	_	-	-	_	_	m	-	-	ın	-	_	2 -2

Tab. XII.

Maj.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	Su	amme
XX		m		m			_,		m	_	_	_	-3 -3
IXXI		М	-	m	-	m		m	M	m	_	+2	-4 -2
XXII	_			M	m	М	_	M	m	M	_	+4	-2 + 2
XXIII	m	_	_	nı	М	M	m	_	M	\mathbf{m}	_	+3	_4 -1
o	M	_		_	-	_	M	-		M	_	+ 3	- + 3
Ĺ	_	_	m	M	nı		_				_	+ 1	_2 _1
II	m		M	m	M	m	m	m	_	_		+2	-5 -3
Ш	_	m	m	_	m	_	m	_	m	m			-6 -6
IV	_		М	_	_	_	_	_	_	M	m	+2	-1 + 1
\mathbf{v}	_	<u> </u>	m		_		_	М	M	נח	_	+2	$-2 \begin{vmatrix} 0 \end{vmatrix}$
VI	_				_	_	_	m			_	_	_1 -1
VII	_		-	_		_	_	nı	m	_	-	-	-2 -2
VIII	_	-		-	_		_	-	_	_	-	-	_
IX		_	_	-		_	_	-	_	-	-	-	_ -
X		_	_	_		-	_	_	-	_	_	-	

J. J. NERVANDER

Tab. XIII.

Junii.

Stunde	1529	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	Stunde
ZZ	_		-	_	М	_	_	m	_		m	+1 -2 -1
IZZ	_	-	_	_	m	m	_	М	_	_	വ	+1 -3 -2
IIXX	_				М	М	-	m	m	-	М	+3 -2 +1
XXIII	_	_	_	_	-	m	-	М	М	-	М	+3-1+2
o	m	-	-	_	_	М	_	М	_	-	_	+2-1+1
ſ	M	_	_	_	_	_	m	m	m	_	_	+1 -3 -2
11	_	m	m	m	m	_	M	11	N	_	_	+3-4-1
111	m	_	_	_	M	m	m	m	m	m	_	+1 -6 -5
IV	-	М	M	-	m	-	M	_	М	_	m	+4-2+2
\mathbf{v}	_	m	m	_	_		m	_	m	_	_	1-4
VI			_	_	M		_	_	M	_	_	+2 - +2
VII	_	_	_	_	-	_	_	_	m	_	_	1 -1
VIII	-	_	_	_	m	_	_	-		_		1 -1
IX	_	_		_	_	-	M	-	_	_	_	+1 - +1
X	_	-	_	-	-	-	m	_		_	_	1-1

Ueber eine Undulation der tägl. Temperatur-Curve. 781

Tab. XIV.

Julii.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1539	S	tunde
XX	_	m	-	m	_	m	ın		_		_	-	-1 -1
XXI	_	M	_			М	_	_	_	_	-	+2	- + 2
IIXX	m			_	_			_	_			-	-1 -1
XXIII		-	111)	М	_	ļ —	М	m	111	m		+2	-4 -2
o	-		М	-	_	-	m	М	М	31	711	+4	-2 + 2
I	_	-	-	m	m	m	М	М	th	m	m	+2	-6 -4
п	М	m	m	_		M	_	m	М	m	_	+3	-4 -1
ш	m	М	_	M	_	m	m	_	m	_	_	+2	-4 -2
IV	М	m	М	М	_	-	-		М		_	+4	-1 + 3
V	m	М	m	m	-	-	_	-	m	-		+1	_4 -3
VI	m	m	_	m		-	-	_	_		-		_3 -3
VII		m	-	М	-		-	-	-	_		+1	_1 0
VIII	М		-	_	-	-	-		-	-		+1	_ +1
IX	m	-	-		M	-	-	-	_	_		+1	-1 0
х ·	-	_	,	-	m	-	-				-		_1 _1

J. J. NERVANDER

Tab. XV.

Augusti.

Stande	655	1830	1831	1832	1833	1834	1535	1836	1837	1838	0380	Stunde
ZZ	m	m	_	m	_	_	_	_	_	m	_	4-4
IZZ	71	М	_	М	-	_	-		-	М	-	+4 - +4
HXX	112	_	-	m	-	-	_	_	-	-	-	2 _2
XXIII	M	-	_	M	-	-	_	-	m	-	m	+2 -2 0
O	-	_	m	_	_	-	_	-	М	· —	זג	+2 -1 +1
I	-	m	71	m	m	_	-	m	_	m	m	+1 -6 -5
п	m	М	m	_	M	-	m	-	m	-	-	+2 -4 -2
Ш	-	m	-	M	m	m	_	-	_	-	-	+1 -3 -2
ıv	-	_	-	-	-	M	М	-	-	-	-	+2 +2
v	-	-	-	m	<u> </u> _	m	m	31		M	-	+2 -3 -1
VI	-	-	-	-	-	-	m	ա	-	nı	-	3 _3
VII	-	-	-	-	М	-	-	-	-	-	-	+1 - +1
VIII	-	-	M	М	-	-	M	-	-	-	-	+3 - +3
IX	-	-	M	-	m	-	-	-	-	-	-	+1 -1 0
X	_	-	m	m	m	-	m	-	-	-	-	- -4 -4

Tab. XVI.
September.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1533	1834	1835	1836	1837	1838	1830	Stunde
XX	_		_	_		-	_	_	-	nı	_	
IXX			m	_	_	m	_	_	-	М	_	+1 -2 -1
XXII			m	m	-	М			_	_	m	+1 -3 -2
IIIZZ	_	_	М	М	m	_	_	_	_	-	M	+3 -1 +2
О	_				М	-	_	_	_	_	m	+1 -1 0
I		m	m		m	-	_	_	m		М	+1 -4 -3
п	m		_	m		m	m	m	m	m	_	7 -7
III		-	_	_	_	_	-	_	_	_	m	1 -1
IV		-	_	_	-		M	_	_	_	_	+1 - +1
V	_			_	-	-	m	-	_	_	_	_ _1 _1
VI	-	-	_	_	-		-	_	-	_	_	
VII			-	_		M	_	-	-	-	_	+1 - +1
VIII	_	_		М	-	m	М	-	-	M	М	+4 -1 +3
IX	-	_	_	nı	-	M	m	_	!	-	m	+1 -3 -2
X	-	_		m	-	m	_	-	;	m	-	_ _3 _3

J. J. NERVANDER

Tab. XVII.

October.

Stunde	1870	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	Summe
XX	m	_	_	-	_	_	_	_	-	-	m	
IXXI	M	_	-	_	-	_	-	_	-	-	m	+1-1 0
XXII;	-	_	-	_	_	-	-	_	_	-	M	+1 - +1
XXIII	-	-	-	-	_	_	-	-	_	_	-	
0	-	_	_	_	_	_	_	m	_	-	_	1_1
I	m	m	-	m	m	_	m	M	-	_	m	+1 -6 -5
II	_	m	m	_	_	m	_	m	m	m	_	6-6
III	-	_		_	_	_	-		_	-	_	- - -
IV	M	-		M	_	-	_	_	_	_	_	+2 -+2
V	m	-	_	М	М	М	_	_	_	_	_	+3 -1 +2
VI	M	-	_	m	m	\mathbf{m}	_	_	_	_		+1 -3 -2
VII	M	_	_	-	m	М	_	M	-	M	_	+4-1+3
VIII	m	-	-	-	М	М	_	m	М	m	М	+4 -3 +1
IX	M	M	_	M	m	m	_	_	m	M	m	+4-4 0
X	m	m	-	m	m	m	-	-	M	ומ	-	+1 -6 -5

Tab. XVIII.

November.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1830	Stunde	
XX	m	m	m	m	_	m	m	m	m	_	131	_	-9-9
1ZZ	М	М	М	М	_	_	M	М	m	m	М	+7	-2 + 5
ZZII	_	_	М	-	-	М	_	_	М	М		+4	- + 4
IIIZZ	_	_	_	-	-	_	-	m	_	-	-	_	-1 -1
o	_	_	_			ın	_	М	m	_	_	+1	$\begin{vmatrix} -2 \\ -1 \end{vmatrix}$
I	m	m	m	m	m	M	m	_	m	m	m	+1	-9 -8
II	_	-		M	-	m	_	m	_	JI	_	+2	-2
ш	_	_	-	m	_	_	_	_		m	_	_	-2 -2
IV	М	М	М	M	М	М	_	_	M		М	+8	- +8
V	M	m	m	m	m	m	_	М	מו	М	М	+4	-6 -2
VI	m	M	m	M	_	_	_	_	М	m	_	+ 3	_3 C
VII	M	_	M	m	M	-	M	m	m	M	m	+5	-4+1
VIII	m	m	m	_	m	_	m	М	M	m	m	+2	-7 - 5
IX	_	_	_	_	_	M	М	เท	m			+2	-2
X		-	_	_	-	m	m	-	_	M	М	+2	-2

99

J. J. NERVANDER

Tab. XIX.

December.

Stunde	1829	1830	1831	1832	1833	1834	1835	1836	1837	1838	1839	Stunde
XX	m	m	_	m	m	m	m	M	113	_	111	+1 -8 -7
XXI	M	_	tn	_	_	M	M	_	М	М	M	+6 -1 +5
IXXII	m	M	М	M	M	m	-	-	_	-	-	+4 -2 +2
XXIII	M	m	m	_	_	M	_	_	-		_	+2 -2 0
0	_	M	m	_	_	_	-	_	m	-	_	+1-2-1
1	_	_		-	-	m	m	m	М	m	m	+1 -5 -4
11	m	m		m	m	_	m		m	_	-	6 - 6
111	-		_	-	_	_		M	_	M	М	+3 - +3
IV	_	М	-	M		М	M	m	М	M	1)1	+ 6 -2 + 4
v	М	m	-	-	М	m	m	garature	_	1))	M	+3 -4 -1
VI	_	_	_	m	-	_	M	-	m	m		+1 -3 -2
VII		_	-	M	m	-	m	M	M	M	m	+4 -3 +1
VIII	H)	М	M	m	M	M	M	m	m	111	_	+5 -5 0
1X	M	_	_	M	-	m	-	m	-	m	M	+3 -3 0
Z	m	-	m	m	-	-	-		M	M	m	+2 -1 -2

Es wäre zu kostspielig, die graphischen Curven, worauf sich diese Tabellen gründen, lithographirt beyzulegen, und dabey wäre es noch sehr schwierig, die Curven hinlänglich treu copirt zu bekommen. Jederman kann übrigens sich leicht von ihrer Zuverlässigkeit, durch das Construiren von einigen solchen auf Gerathewohl gewählten Curven, überzeugen. Als nöthige Anzeige dabey ist es dienlich zu bemerken, dass bey den von mir gezeichneten Curven ein Grad C. einer Höhe von einem Centimeter entspricht.

Als besonders interessant sind jedoch die ersten Beobachtungen des Morgens für die Winter-Monate in der Pl. XIV Fig. 3 graphisch dargestellt. Das constante Vorkommen der fraglichen Undulation ist da augenscheinlich.

Zur leichtern Uebersicht sind in der Tab. XX die monatlichen Resultate neben einander gestellt und endlich in Hauptsummen zusammen-addirt.

Aus dieser Tabelle ersieht man nun deutlich, dass die gefundenen Biegungen der Zeit nach mit denen der Tab. XI, VII der Unters. ib. d. tägl. Veränderung der magn. Declin. im Allgemeinem sehr gut übereinstimmen; nur scheint D der Helsingforser Beobachtungen eine Vereinigung, oder ein Zusammenschmelzen der Undulation D mit der ohnehin sehr precairen D' in der letztgenannten Tabelle zu seyn.

Tab. XX.

Stunde	Januar	Februar	Mars	April	Maj	Junii	Julii	August.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.	+ Summe	- Summe	Differenz	
XX	_4	_4	_	_1	_ 3	_1	_4	_4	-1	_2	_9	-7	0	_40	-40	
IZZ	+4	+ 3	_ 1	+1	-2	-2	+2	+4	-1	0	+5	+5	+24	- 6	+18	D
HXX	0	+ 1	0	+1	+2	+1	_1	-2	_2	+1	+4	+2	+12	_ 5	+ 7	
XXIII	_1	_3	-1	_5	_1	+2	_2	0	+2	_	_1	0	+ 4	-14	_10	Z
0	+ 1	+3	-1	+3	+3	+ 1	十2	+1	0	-1	-1	-1	+14	_ 4	+10	Z
1	_ 5	_5	0	0	-1	_2	_4	- 5	_3	_5	_8	_4	0	_42	_42	
II	_7	_5	-8	-6	_3	_1	_1	-2	— 7	_6	0	-6	o	— 52	_52	d
Ш	+1	0	_1	-1	-6	5	-2	-2	_1	_	_2	+3	+ 4	20	_16	
IV	+2	0	_1	_1	+1	+2	+3	+2	+1	+2	+8	+4	+25	_ 2	+23	X
V	+2	+2		0	0	_4	_3	_1	_1	+2	-2	-1	+ 6	_12	_ 6	
VI	_3	+3	_	_1	_1	+2	-3	_3	_	_2	0	-2	+ 5	_1 5	_10	x
VII	+1	+1	+5	_	-2	-1	0	+1	+ 1	+3	+1	+1	+14	_ 3	+11	Λ
VIII	+1	+1	+1	+3		-1	+1	+3	+3	+1	_5	0	+14	_ 6	+ 8	
IX	0	_3	-2	_1	_	+1	0	0	_2	0	0	0	+ 1	_ 8	_ 7	
X	_4	_1	_4	-2	-	_1	_1	-4	_ 3	_ 5	0	-2	0	_27	-27	a

In der Tab. XXI sind die Resultate der Tab. XX zuerst von drey zu drey Monaten, hernach für den Winter und Sommer für sich zusammenaddirt. Dann sind die Resultate der sechs ersten, und nachher der übrigen fünf Beobachtungs-Jahre für sich summirt und nebeneinander gestellt worden. Die grosse Uebereinstimmung dieser Columnen mit einander braucht nicht weiter auseinander gesetzt zu werden.

Um die wirklich ausgebildeten Temperatur-Maxima und Minima von den blossen Inflexionen zu unterscheiden, sind diese Maxima und Minima in den Tab. VIII—XIX mit eursiven Buchstaben angedeutet und ihre Haupt-Summen für jede Beobachtungs-Stunde in der letzten Columne der Tab. XXI angeführt. Die Uebereinstimmung dieser Columne mit den vorhergehenden ist immer noch bemerkbar.

J. J. NERVANDER

Tab. XXI.

Stande		Zwey tes Quartal	Drittes Quartal	Viertes Quartal	Winter	Sommar	1829-34	1835- 39	Samme der wirkl Max. und Min.
ΔX	- 8 -	- 5 -	- 9 -	-15 _	-26 -	- 14 -	- 23 —	-17 -	- 4 -
IXX	+ 6 D	- 3 -	+ 5 D	+10 D	+16 D	+ 2 D	+10 D	+ 8 D	+ 4 D
ZZH	+ 1 -	+ 4 D	- 5 z	+ 7 -	+ 8 -	- 1 -	+ 2 -	+ 5 -	+ 2 -
XXIII	- 5 z	- 4 z	0 -	- 1 -	- 6 z	- 4 z	- 4 z	- 6 z	- 4 z?
O	+ 3 Z	+ 7 %	+ 3 Z	- 3 —	0 Z	+10 Z	+ 5 %	+ 5 Z	-, 4 Z?
1.	- 10 -	- 3 _	- 12 d	- 17 d	- 27 -	- 15 -	-25 -	- 17 -	-52 —
11	'-20 d	-10 -	- 10 -	-12 —	- 32 d	-20 d	-29 d	-23 d	-55 d
ш	0; —	-12 d	- 5	+ 1 -	+ 1 _	-17 -	- 7 -	- 9 -	- 18 -
IV	+ 1 -	+ 2 X	+ 6 X	+14 X	+15 X	+ 8 X	+19 X	+ 4 X	0 X
V	+ 4 X	- 4 x	- 5 -	- 1 -	+ 3 -	- 9 x	- 10 x	+ 4 X	- 2 x
VI	z 0	0 7.	- 6 x	- 4 x	- 4 x	- 6 -	- 2 -	- 8 x	+ 2 AT
VII	+ 7 A	- 3 a	r 2 _	+ 5 A	+12 A	- 1 -	+ 5 A	+ 6 A	+ 1 a?
7.111	- 3 -	+ 2 1	+ 7 A	- + a'	- 1 —	+ 9 1	+ 5 A	+ 3 -	+ 2 A
7.1	- 5 -	0 -	- 2 -	0 A	- 5 -	- 2 -	+ 1 -	- 8 a	+ 2 A
	- 9 a	- 3 a	- 5 a	- 7 a	- 1 6 a	- 11 a	-21 a	- 6 -	- 5 a

Kaum ist es wohl nöthig zu bemerken, dass ich recht gut einsehe, dass man durch Einführung noch eines Gliedes oder wenigstens einiger Glieder in den Formeln des Herrn Professor Hällström auch die fragliche Undulation dess Morgens darstellen kann Diese Abhandlung kann ja gerade als ein Beweis gelten, dass man zu der Einführung dieser Glieder sowohl berechtigt, als genöthigt sey, wenn die berechnete Curve mit den Beobachtungen hinlanglich genau übereinstimmen soll. Diese Nothwendigkeit beweist sich am deutlichsten, wenn man die Differenzen zwischen den Berechnungen und Beobachtungen mit einander vergleicht. einer andern Gelegenheit werde ich dies näher erörtern und vorläusig nur bemerken, dass, bey der gewöhnlichen Berechnung mit drey Gliedern, die Zeichen der Differenzen an einigen Stunden überwiegend positiv, an andern ebenso überwiegend negativ sich zeigen, und dies zwar übereinstimmend für so verschiedene Oerter wie Helsingfors, Leith, Plymouth, etc.

Was meine Formeln betrifft zeigt sich die Undulation des Morgens selbst deutlicher, wenn man bey dem Gliede $u_2 Sin (30^\circ + U_2)$ stehen bleibt. Jedoch habe ich mich veranlasst gefunden auch das folgende Glied zu berücksichtigen. Bey Vergleichung mehrerer ähnlichen Formeln mit einander, hat man ja das sicherste Criterium wie viele Glieder man anwenden muss in den analogen Grössen der dazu gehörigen Constanten, wenn man sie mit einander vergleicht. Aus den Tabb. I und II ersieht man nun deutlich, dass die Stimmberechtigung der Constanten u_3 und U_3 , wenn

man sie für die verschiedenen Stunden mit einander und selbst mit den Constanten der vorhergehenden Glieder vergleicht, sich noch mehr als hinläuglich erprobt.

Selbst die kleinern Inflexionen dieser Constanten in ihrem abund zunehmenden Gange für die verschiedenen Stunden, entsprechen einander und treffen da ein, wo die Temperatur-Curve auch etwas Besonderes anzeigt. So z. B. um VIII Uhr. S. die Pl. Fig. 4, wo der Gang der u_1 , u_2 , u_3 aus der Tab. I. graphisch dargestellt ist.

Schliesslich mag es erlaubt seyn noch zu bemerken, dass von der kleinen Inflexion X, x sich in den von mir berechneten Curven für Dec. und Jan. Spuren zeigen. S. Pl. XIV Fig. 2.

MINNES-TAL

ÖFVER

PEHR ADOLPH VON BONSDORFF,

Ph. Doctor och AA. LL. Mag., Ordinarie Professor i Chemien vid Keiserl. Alexanders-Universitetet i Finland, Assessor i Collegium Medicum, Riddare af Keiserl. S:t Wladimirs Ordens 4:de Class och Ledamot af flere så väl In- som Utländska Lärda Samfund,

HALLET

på Finska Vetenskaps-Societetens första Årshögtid den 29 April 1839

AF

JOH. JAC. NERVANDER.





- M

Då Finska Vetenskaps-Societeten vid sin första stiftelse uppgjorde sina stadgar, skedde det endast provisoriskt. Societeten ville ei för alltid binda sig vid lagar, om hvilka det var att förutse, att de af erfarenheten, denna enda, stora lagstiftare, skulle snart nog på ett eller annat vis modifieras. Också har den korta tidrymd, hvarunder Societeten varit i verksamhet, utvisat behofvet af åtskilliga tillägg i dess Statuter. Dessa behof hafva i allmänhet varit angenäma att efterkomma. De hafva varit förhoppningsfulla tecken och förebud af Societetens uppblomstrande lif och framåt sträfvande verksamhet. — Ett enda af de beslut Vetenskaps-Societeten under årets lopp tillagt till sina Statuter, har dock varit förestafvadt af en lika så oväntad, som bitter och nedslående nödvändighet. Detta beslut är, att på Societetens årshögtid en kort teckning bör framställa hvarje under det förflutna året hädangången Ledamots lefnadsöden och litterära verksamhet. Det är detta beslut, som i dag föranleder mig att här uppträda. Det blef min lott att första gången uppfylla en så sorglig pligt; jag önskar att det måtte vara länge, innan Finska Vetenskaps-Societeten åter nödgas utse någon, för att fullgöra ett dylikt åliggande.

Jag önskar det — jag ville hoppas det; men när, när vågar man väl öfverlemna sig åt ett sådant hopp, då icke engång denna första årshögtid fick begås af Vetenskaps-Societeten med ren och oblandad glädje. Just den man, hvars tillfredsställelse och fröjd vid detta tillfälle säkert ej varit öfverträffad af någon annans, blef det ej förunnadt att öfverlefva denna betydelsefulla dag, och Vetenskaps-Societeten nödgas redan sakna en af sina Ledamöter. — Vetenskaps-Societeten nödgas sakna — det är ett enkelt uttryck, men i dess enkelhet ligger en tung vigt och en dyster alfvarlighet, då det betecknar en förlust, så vigtig, så oförutsedd, som den af Chemiæ Professoren vid Kejserl. Alexanders-Universitetet i Finland, Assessoren i Collegium Medicum, Ledamoten i flere vetenskapliga Samfund och Riddaren af Kejserl. St. Wladimirs-Ordens Fjerde Class, Philosophiæ-Doctoren Pehr Adolph von Bonsdorff.

En lycklig hand har redan vid det högtidliga tillfälle, då denne i mannaålderns kraftfulla år bortryckte Lärde vigdes vid sin tidiga graf, uppdragit en likaså sann, som rörande talla af hans förtjenster och värde som menniska, medborgare, embetsman och Academisk lärare.

För att ej med en svagare esterklang nödgas upprepa det då sagda, måste jag hänvisa till dessa minnesord, som säkerligen ej äro obekante för de här församlade. Ingen af dem som kände i lisstiden Prosessor von Bonsdorff, skall jäsva teckningens sanning, och denna teckning förklarar orsakerne till den utmärkta högaktning, hvilken den hädangångne åtnjöt hos sin omgisning; såväl hos äldre och jemåriga, som hos ungdomen, hvars omdöme om

sina Lärare någon gång af passionen kan för ögonblicket missledas, men dock alltid slutar med att träffa sanningen. — Äfven mindre förtjenster än Professor von Bonsdorffs skulle äga rättvisa anspråk på samtidens vördnad och de öfverlefvandes saknad.

Och dessa tvenne, samtiden och de närmast öfverlefvande. äro de, som med den enskilde, för hvad han verkat till gagn och föresyn genom sina dygder, sina förtjenster, såsom menniska och medborgare, böra uppgöra räkningen och gälda densamma. Det är en tredje makt, som ej kan belasta sig dermed; som å ena sidan är för rik för att vårda sig att af någon, vare sig hög eller låg, fordra redogörelse för hvad han underlåtit, men å andra sidan, utan att ause sig skyldig att aflägga någon särskild tacksägelse, tar i beslag, som ett henne rättmätigt tillkommande arf, allt det som hvarje individ förmått verka för sina medlefvande och hvaraf några frukter medelbart till henne öfvergå. Denna makt är esterverlden. Huru skulle den besatta sig med den hädangångne enskildes medborgsmanna-verksambet, då den, i rikedomen af hädangångna generationers henne gjorda legater, knappast egnar i Historiens archiver en rad för att uppteckna hvad hela folk och tidsåldrar efterlemnat såsom återstod af hvad dem var vigtigast, kärast och heligast.

Men för den efterverld, som tankfull dröjer på hädangångne seklers grafvar, hvilkas inskrifter tiden bortnött, höja sig, ur djupet af denna de tystas stad, röster, nu tydliga och klara, fastän de kanske under lifvets sorl aldrig kunnat göra sig förstådda eller ens bemärkta. Dessa röster tillhöra vetenskapsmannen, tänkaren, konstnären. Alla, mer eller mindre fremlingar på jorden, lefde de ej med sin samtid; huru kunde de då dö med den! Dem gäller ej efterverldens, om man så får säga, förnäma glömska; den måste ännu lära af dem, och lärjungen glömmer ej så lätt den alfvarliga och öfverlägsna Mästaren, hos hvilken han måste gå i skola.

Men fullmakten på detta Mästerskap inför efterverlden köpes endast genom en sträng pröfniug, hvarvid den enskildes för lifvet och samtiden så vigtiga och aktningsvärda goda vilja och redliga bemödanden ej mera komma i betraktande. I slika detaljer kan denna pröfning ej ingå, den måste bedömma allt summario processu, efter facta och resultater. Endast de fullmognade frukterne blifva räknade; de halftutvecklade förkastas, huru skön än deras blomning må hafva varit, och än mindre ransakar denna pröfning angående en sådan förtvinad frukt, hvad som kunnat hämma den i sin växt, antingen egen bristande lifskraft eller en omild sols långsamma eller en frostnatts korta men häftiga inflytande.

Denna synpunkt skänker en hög betydelse åt Vetenskaps-Societetens beslut, att på dess årsdag en teckning bör framställa hvarje under årets lopp hädangången Ledamots litterära verksamhet. Med denna framställning vidtager nemligen den hädangångnes efterverld och dess pröfning begynner.

Finska Vetenskaps-Societeten kan vara stolt deröfver att dess första hädankallade Ledamot ej behöfver sky en sådan pröfning af Hans anspråk och rätt att hos efterverlden bevara sin persoulighet. Denna pröfning kan endast grunda sig på en enkel framställning af Professor von Bonsdorffs verksamhet såsom författare. Här följer derföre en uppräkning af titlarne på hans utgifna arbeten.

Vid Finlands Universitet har Professor von Bonsdorff utgifvit följande Dissertationer.

- 1816. Tentamen Mineralogico-Chemicum de Pargasite; Resp. Car. Lindewall, Aboëns.
- 1817. Dissert. Chemica, nova experimenta naturam Pargasitæ illustrantia proponens. P. I. Resp. Car. Gust. Bonsdorff, Wil-
- 1818. Dissertatio Chemica, nova exp. nat. Pargas. illustr. prop. Part. II. Resp. Gustavo Idman, Sat.
- 1823. Ad Mineralogiam Fennicam Momenta. P. I, Anal. complectens Albitis Skogbölensis &c. Resp. Fr. Tengström, Ostrob.
 - Ad Mineralogiam &c. P. II, Analysin Pyritæ cupri Orijärvensis &c. Resp. Victor Hartwall, Wib.
- 1827. Ad Mineralogiam &c. P. III, Analysin Sulfureti fossilis stibio-plumbici e Kalvola complectens. Resp. Joh. Fredr. Elfving, Nyl.

- 1827. Periculum novi Systematis Mineralogici, sive dispositionis corporum naturalium anorganicorum, secundum theoriam electro-chemicam, habita insimul characterum externorum ratione. Resp. Joh. Jac. Nervander, Ostrob.
 - Periculum novi Systematis &c. P. II. Resp. Car. Henr. Lindeqvist, Wib.
 - Periculum novi Systematis &c. P. III. Resp. Joh. Gabr. Norring, Wib.
 - Bidrag till närmare kännedom af Finlands Mineral-Källor; Förra Afdeln, innehållande Physiographiska och Chemiska underrättelser om Nådendals Hälsokälla. Resp. Dan. Fr. Walle, Nyl.
 - Bidrag till &c. Sednarc Afdeln. Resp. Nils Reinh. Holstius, Österb.

Af dessa Disputationer kan endast Försöket till ett nytt Mineralogiskt System anses såsom lemnadt ofulländadt; och äfven
orsaken härtill är ganska giltig. Den inträffade branden af Åbo stad
gjorde ett långt afbrott i Prof. v. Bonsdorffs, liksom i alla
andra Finska Academiska Lärares vetenskapliga productivitet, hvarunder interesset för ett äldre ämne hos författaren hann undanträngas af det för sednare undersökningar. Dessutom förstördes för
Professor von Bonsdorff vid nämnde olyckliga tillfälle såväl
hela upplagan af det som hunnit tryckas af arbetet, som äfven
förhanden varande Manuscripter.

I Kongl. Svenska Vetenskaps-Academiens Handlingar förekomma följande Uppsatser af Professor von Bonsdorff.

- 1821. Försök att bestämma sammansättningen af de Mineralier, hvilka christallisera i Amphibolens form.
 - Ny undersökning af Rothguldens Chemiska sammansättning.
- 1828, 1830. Bidrag till afgörande af frågan om Chlor, Jod, m. fl. metalloider, i likhet med Syre, äro syra- och bas-bildande kroppar.
- 1832. Analys af tvenne Brom-salter.
- 1833. Analys af Figur-Labradorn från Ojamo i Finland.
- 1834. Analys of ett nytt of tvenne Chlorider sanimansatt Dubbel-salt.
- 1836. Om Atmosferiska luftens inverkan vid metallernes oxidation.

De i Svenska Vetenskaps-Academiens Handlingar införda Uppsatserne äro dessutom till största antalet öfversatta i Annales de Chimic et de Physique samt uti Poggendorss Annalen d. Physik und Chemic. I sistnämnde Annaler förekomma dessutom följande Original-uppsattser:

- 1828. Beschreibung eines Evaporations-Apparats.
- 1833. Bemerkungen über Thon-Erde Hydrat.
 - Bemerkungen über Chlor Aluminium.

- 1834. Vorläufige Notiz über das Verhalten der Atmosph. Luft und des Wassers bey der Oxidation der Metalle.
 - Bemerkungen über schwefel-saures Eisen-Oxidul und Eisen-Chlorür, besouders in Beziehung auf die Bereitungen dieser Verbindungen.
 - Ueber die Scheidung von Quecksilber und Kupfer mittelst Ameisen-Säure, nehst einigen Aumerkungen über das Verhalten dieser Säure zum Oxyd, Chlorid und Chlorür des Quecksilbers.

Redan första blicken på dessa Afhandlingar utvisar att de alla hafva till ämnen undersökningar i den Oorganiska Chemien.

— Vid Professor v. Bonsdorffs uppträde på den vetenskapliga banan befann sig den Oorganiska Chemien stadd uti sin kraftigaste utveckling. Han kastade sig således naturligtvis åt detta håll och med kännedom om Hans Vetenskapliga Character, var det lätt att förutse, att Han skulle, sedan Han en gång vändt sin håg åt detta håll, ej så lätt sedermera lösrycka sig ifrån det, för att öfvergå till undersökningar inom ett annat område, den Organiska Chemiens, hvilket på sednare tider vunnit så många bearbetare. Basen för Prof. v. Bonsdorffs vetenskapliga kraft och förmåga utgjordes nemligen af Hans grundlighet, noggrannhet och ihärdighet, som å ena sidan, enligt alla kännares enhalliga loford, lemnade ringa eller ingen efterskörd att göra på det fålt der han framgick, och å andra sidan gjorde, att Han sjelf aldrig tyckte sig hafva gjort nog,

samt dref Honom, att återgående till samma ämne, ånyo behandla det från allt allmännare synpunkter.

Undersöker man närmare dessa afhandlingar, så finner man hos dem en förtjenst, som i de raskt framskridande Naturvetenskapernes närvarande förhållande är så vigtig. De aga nemligen den förtjensten att nästan alltid behandla ämnen, som höra till hufvudfrågorne, hvarmed vetenskapen sysselsatte sig på den tidpunkt då de utkommo. De bevisa således att den man, som valde dessa ämnen, höll niveau med sin vetenskaps framsteg. Det kan vara nog, att härpå auföra några exempel.

Då Professor von Bons dorff hade den lyckan att i Baron Berzelii Skola invigas i sin vetenskaps djupaste hemligheter, inträffade Han der på den tidpunkt då kring denne Sveriges celebre Naturforskare från skilda länder de Lärjungar samlat sig, som sedermera mest utmärkt sig inom Chemiens område. Mitscherlich, Bröderne Rose, Wöhler, m. fl. kunna alla anses såsom Professor von Bons dorffs medlärjungar, med hvilka Han äfven sedermera till sin lefnads slut stod i de närmaste vänskapsrelationer. De utvecklade sig, likt strålar spridande sig ur en gemensam brännpunkt, alla åt olika håll; men till en början, innan divergensen blef märkbarare, bevisas deras jemnhöga vetenskapliga ståndpunkt af följande interessanta drag. Då en af dem, Mitscherlich, framställde den så fruktbärande idéen om Isomori hismen, uppfattades densamma genast och användes samt utvecklades vidare af Hans medbröder

Henrie Rose och v. Bonsdorff; af den förre i Hans undersökning om Pyroxen-formerne och af den sednare i Hans forskningar angående de Mineralier som christallisera i Amphibolens form.

En lika klar uppfattning af Vetenskapens tendens röja Professor von Bonsdorffs afhandlingar om huruvida Chlor, Jod och Brom äro analoga med Syret, och således syra- och bas-bildande kroppar. Dessa rechercher sammanfalla nemligen i tiden med Baron Berzeli i aldeles analoga och för Chemien så vigtiga undersökningar om Svaflet och de såkallade Svaflorne.

Då Electro-Chemien genom sistnämnde vidtomfattande Snille på sednaste tider blifvit bragt till sin närvarande höga ståndpnukt, der den berör, ja går in på, Physikens och, närmare bestämdt, Electricitetens och Magnetismens område, se vi Professor von Bonsdorff lemna dertill som bidrag sin interessanta och af Svenska Vetenskaps-Academien prisbelönta Afhandling om Metallernes oxiderbarhet i luft och vatten.

Detta ämne och dermed sammanhängande undersökningar om daggbildningen sysselsatte Professor von Bonsdorff ännu under de sednaste, sjukliga tiderne af Hans lefnad. Döden af bröt Hans forskningar och det är att befara att den i detta, liksom i audra ämnen beröfvat vetenskapen mången vigtig upplysning, så mycket mera, som Professor von Bonsdorff hade den vanan

att ej skriftligen på förhand auteckua mer än några få, knappt af andra än Honom sjelf förstådda notiser och antydningar, innan Han bragt ämnet så vidt, att Han kunde lägga handen vid dess sista uppsättande till tryckning.

Så vet man att Professor von Bonsdorff de seduare åren äfven förehade omfattande, enligt en ny Method auställda undersökningar om hafsvattnets salt-halt, och att Han dervid upptäckt flere hittills der ej bekanta salt-combinationer, men några närmare detaljer har man ej ur Haus efterlemnade manuscripter kunnat utleta.

Genom Baron Berzelii Analyser af åtskilliga Hälso-källors vatten och i synnerhet af Carlsbader-vattnet, samt genom Struves lyckade försök att i Dresden tillreda åtskilliga artificiella Mineralvatten, fästades Professor von Bonsdorffs uppmärksamhet tidigt på detta ämne. Derom bära vittne Hans undersökningar om vattnets Chemiska beståndsdelar i Nådendals brunn och de berednings-anstalter för Artificiella Mineral-vatten, hvilka genom von Bonsdorffs nit och ansträngning Finland sett hos sig uppstå tidigare än de flesta andra länder i Europa.

Så stora vetenskapliga förtjenster måste städse väcka interesse att närmare lära känna den persons lefnadsöden, hvilken ägt dessa förtjenster; ännu mera måste ett sådant interesse stegras, då Han lefvat i ett från den högre vetenskapliga bildningens medelpunkter så aflägset land, som vårt. Det är derfore en skyldighet att gå en sådan önskan till mötes.

Den vetenskapliga Aristokratien består till det mesta af parvenuer. Det är sällsynt att se slere bröder eller slere generationer srån far till son, hvilka med framgång egnat sig åt det lärda kallet. I början af detta sekel såg likväl Finlands Universitet i Åbo ett sådaut sällsynt undantag, då trenne bröder Bonsdorff som Professorer intogo trenne Academiska Lärostolar. Professor von Bonsdorff, född den 27 October 1791, var äldsta son till den äldste af dessa tre bröder, nemligen Professoren i Natural-historien och Veterinär-vetenskapen, sedermera Archiatern och Ridd., Gabriel Bonsdorff, adlad under namn af von Bonsdorff, samt Hans ännu lesvande Maka Anna Adolphina Busch.

Ester begagnad enskild undervisning inskress Sonen som Student vid Universitetet i Åbo den 30 April 1810, samt promoverades Philosophiæ D:r et AA. LL. Mag. d. 13 Oct. 1815. Han utnämndes till Docent i Chemien 1816 och till Adjunct i samma Vetenskap den 13 Martii 1818.

Liksom Fadren öfverreste till Sverige och bildade sig under handledning af den store Linné, fortsatte Adjuncten von Bons-dorff i Stockholm, under ledning af Baron Berzelius, sina Chemiska Studier. Från Sverige reste von Bonsdorff sedermera öfver

Danmark till Tysklaud, Frankrike och England. Efter denna fleråriga resa förestod von Bonsdorff Chemiæ Professionen under höstterminen 1822 och påföljande vårtermin. Utnämndes till Ordinarie Professor i Chemien den 26 Maj 1823, samt till Ledamot af Collegium Medicum samma år. Professor von Bonsdorff hade sedermera äfven en kallelse till Chemiæ Professionen i Dorpat, hvilken kallelse, ehuru æconomiskt fördelaktig, Han dock af patriotiska bevekelsegrunder afslog. Till Riddare af Kejserl. St. Wladimirs Ordens Fjerde Class utnämndes Han i Nåder den 17 Maj 1834. Professor von Bonsdorff var aldrig gift.

Kallades till Corresponderande Ledamot af Philomatiska och Natur-historiska Sällskaperne i Paris, samt af Senkenbergska Naturforskare-Societeten i Frankfurt a. M. 1827. Samma år Heders-Ledamot af Mineralogiska Sällskapet i Jena. Ord. Ledamot af Kejserl. Mineralogiska Sällskapet i St. Petersburg 1831. Corresponderande Ledamot af Kejserl. Vetenskaps-Academien i St. Petersburg 1835. Heders-Ledamot af Apothekare-Föreningen i Norra Tyskland samma år. Belönt af Kongl. Svenska Vetenskaps-Academien med Lindblomska Guldmedaljen för Hans, i Academiens Handlingar för 1836 införda, Afhandling: Om Atmospheriska luftens inverkan vid Metallernes Oxidation.

Utom ofvannämnde längre resa har Professor von Bonsdorff företagit åtskilliga kortare, för att besöka Naturforskarnes sammantraden i Hamburg, Wien, Stuttgard, Bonn, Jena och PragHan assed härstädes den 11 Januarii detta år (1839), samt jordfästes den 18 samma månad i Helsingsors Stads Kyrka, hvarvid ett tal hölls af Herr Lect. Mag. Fr. Cygnæus, hvilket tal sedermera blisvit tryckt, hvarsöre jag med hänvisande till detsamma kunnat ösvergå åtskilligt, som eljest ägt vigt och interesse för att utreda Prosessor von Bonsdorfs personlighet.

Innan jag nu går att sluta, finner jag mig dock uppmanad att vidröra en omständighet, som på det närmaste angår Finska Vetenskaps-Societeten sjelf. En aning om snart instundande hädangång dref säkert Professor von Bonsdorff att vid Societetens inrättning påyrka att den, tidigare än verkligen skett, skulle sammanträda till litterär verksamhet. Omständigheterna tilläto ej detta, och Professor von Bonsdorff fick derigenom ej före sin död deltaga i någon enda af Societetens åt vetenskapliga föredrag egnade sammankomster.

Likväl var ibland Finska Vetenskaps-Societetens Stiftare Professor von Bonsdorff troligen den förste, som uppfattade idéen af dess bildande.

Besinnar man hvilka ansträngningar Regeringarne i länder, såväl i Materielt, som Vetenskapligt hänseende mera rikt begåfvade än vårt, nödgats göra för att grundlägga och vidmakthålla dylika rent vetenskapliga Institutioner: med hvilka, såväl litterära som pecuniära, hjelpemedel och ressourcer dessa Regeringar ansett omndgångligt att utrusta sådane Samfund, måste man verkligen be-

undra den mans djerfhet, som vågade tänka på en dylik inrättning hos oss, utan hopp eller tanke på annat understöd än det, Vetenskaps-Societetens Ledamöter skulle finna inom sig sjelfva.

Denna djershet förutsätter ett nit och en kärlek för Vetenskapen, hvilka ej veta hvad svårigheter och gränsor betyda, och förtjenar att så mycket högre uppskattas i dag, då en återblick på Vetenskaps-Societetens första års-verksamhet säkert visar för alla dess Stiftare, att deras förhoppningar om Societetens nytta och framtida utveckling blisvit på ett lysande sätt ösverträffade.

Societeten kan öfverlemua sig åt den glada öfvertygelse att den genom det interesse, som den för sina bemödanden väckt hos yngre Vetenskaps-idkare, hvilka ej höra till Vetenskaps-Societeten, men ifrigt och talrikt besökt dess sammanträden, kraftigt skall bidraga att inom fäderneslandet sprida väckelse och håg för vetenskap; och hvad dess allmännare syftemål, vetenskapernes eget framskridande, angår, hafva undersökningar, hvilka genom sin vigt och grundlighet skulle hedra hvarje Vetenskaps-Academies Händlingar, blifvit i Vetenskaps-Societetens sammankomster uppläste af dem, hvilkas bidrag den äfven mest borde påräkna, nemligen af dess äldre Ledamöter, bland hvilka den också räknar namn, som städse skola intaga en utmärkt plats i Vetenskapernas häfder.

Jag har i dag börjat med att yttra den önskan, att det måtte vara länge innan någon åter kommer att uppfylla en så sorglig pligt, som jag nu fullgör; måtte det tillåtas mig att, vid blicken på Vetenskaps-Societetens ljusa utsigter för framtiden, numera utvidga denna önskan till den mera oegennyttiga förhoppning, att Vetenskaps-Societeten sjelf länge måtte öfverlefva den sista af Sina Stiftare och att den ännu, då den engång begår Secular-festen af Sin Stiftelse, vid hvilken fest Professor von Bonsdorffs minne säkert ej heller skall förgätas, måtte befinna sig vid ungdomlig tillväxt, samt full och verkande lifskraft!

TABLE

DES

ARTICLES CONTENUS DANS CE VOLUME.

Pages
Rescrits Impériaux sur l'institution de la Société III.
Réglements de la Société
Rescrit Impérial sur la dotation de la Société XI.
Liste des Membres Ordinaires de la Société XIII.
Préface
Variationum pressionis atmosphæræ terrestris in locis longe
a se distantibus concordantium examen, proponit G. G.
Hallsrön. (Avec 4 planches lithographiees) 1.
Mémoire sur les principes fondamentaux de l'Algèbre, par
N. G. de Schultén
Cicadæ tres novæ Fennicæ, descriptæ a C. R. SAHLBERG 85.
Description d'une nouvelle espèce du genre Physodactylus,
par M. le Comte Mannerheim

Mémoire sur la théorie géométrique des angles solides, par	Pages
N. G. DE SCHULTEN. (Avec une planche)	101.
Quelques remarques sur la Tantalite en Finlande, et recherches sur la cristallisation, par N. Nordenskiöld.	
(Avec une planche)	119.
Specimina mutati currente sæculo temporis, quo glacies flu- minum annuæ dissolutæ sunt, proponit G. G. Häll- ström. (Avec une planche)	129.
Note sur la détermination du troisième côté d'un triangle rec- tiligne au moyen des deux autres et de l'angle compris, par N. G. de Schultén. (Avec une planche)	
Deductio tironum usui accommodata formularum commodissimarum ad computandos angulos trianguli rectilinei ex datis ejus lateribus, auctore H. G. Boresto. (Avec une planche)	
Några anmärkningar om Xylophagus Maculatus, af C. R. Sahlberg	163.
Note sur la théorie analytique des maxima et minima, par N. G. DE SCHULTÉN	171.
Clima Helsingforsiæ, ex observationibus undecim annorum e- rutum, exponit G. G. Hallström. (Avec une planche).	177.
Observations relatives aux sexes des Coléoptères Hydrocau- thares en général, et spécialement de l'Hydaticus Verru-	
cifer, par M. le Comte MANNERHEIM	249.

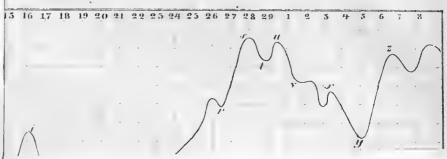
	•
Observationum Thermometricarum in Madras, Rio Janeiro,	Page
Plymouth, Salzuflen, Apenroa, Boothia, Porta Carica et	
Matotschkin-Schar, per omnes fere horas anni instituta-	
rum, computum exhibet G. G. Hallström	263
Description du Xénolite, nouveau minéral, par N. Norden-	
SKIÖLD	373
Description du Gigantholite, par N. Nordenskiöld	377.
Determinatio superficiei, intersectione continua omnium gene-	
ris dati linearum prodeuntis, auctore H. G. BORENIO.	381
De tempore regelationis et congelationis aquarum fluminis	
Kyro, disserit G. G. Hallstrom	387.
Note sur les premiers principes de l'Algèbre, par N. G. DE	
Schultén	395.
Anmärkningar om vattenytans uti Östersjön och Medelhafvet	
tidtals skeende höjningar och sänkningar, framställde af	
G. G. Hällström. (Avec une planche)	401.
Nova species generis Phytocoris (Fallén), ex ordine hemi-	
pterorum, descripta a C. R. SAHLBERG	411.
Considérations sur la manière la plus convenable d'établir les	
principes du Calcul Différentiel, par N. G. DI SCHULTÉN.	413.
Beskrifning af en ovanligt stor Jättegryta, samt några dermed	
sammanhängande phænomener, af N. Nordenskiöld.	477-

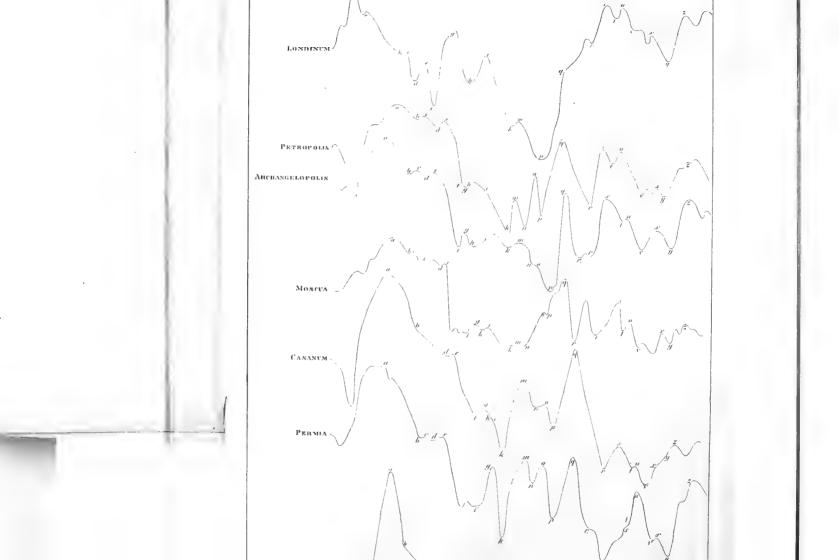
process in the paint to the process of

specific to the second second second second · in the factor

rsis locis observatorum comparatio

rio 1828.

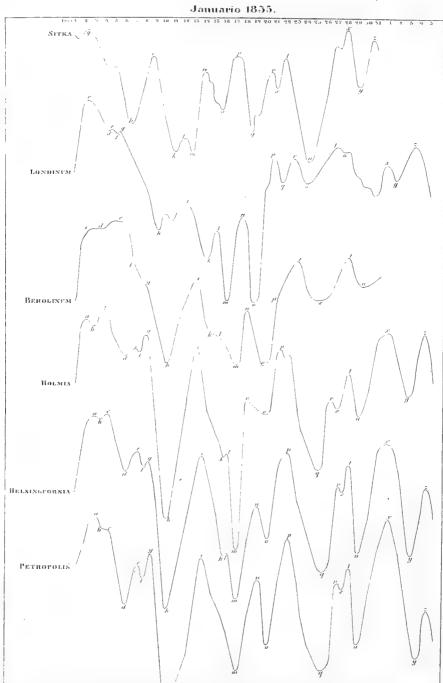




iversis locis ekservati comparationario 1835.

5 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 50 51 1 2 5 4 5

Graphica status baremetrici diversis lecis elsevrati comparata

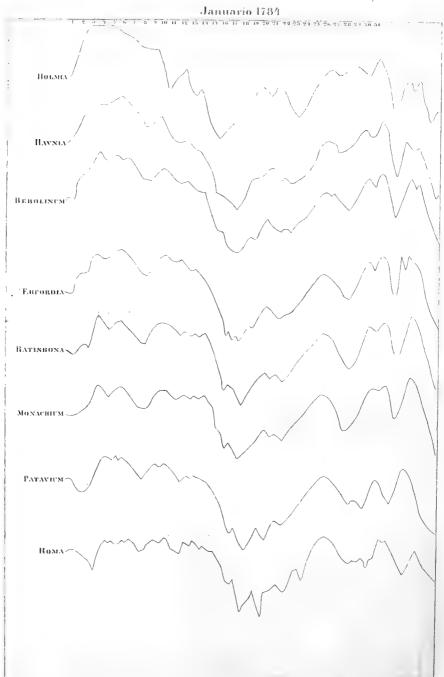


diversorum Coorum comparatio

nuario 1784.

15 16 17 18 19 20 21 22 25 24 25 26 27 28 29 50 51

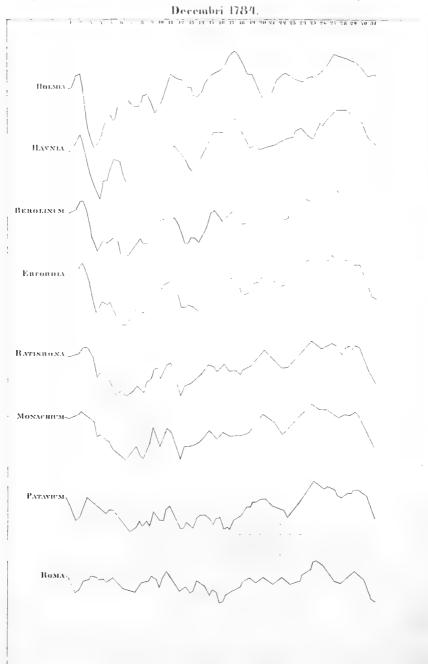
Graphica status barometrico diversorum Cocerum comparatio

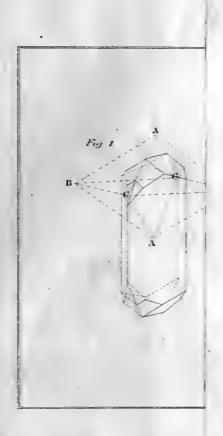


diversirum lecerum comparata vi 1784.

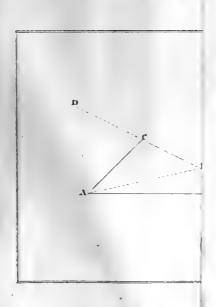
16 17 18 19 20 21 22 23 24 23 26 27 28 29 50 51

Graphica status Caremetrici diverserum lecerum comparata

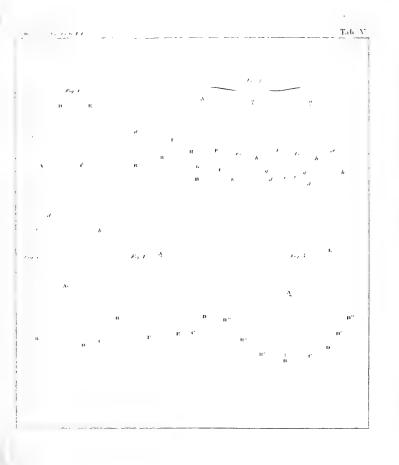


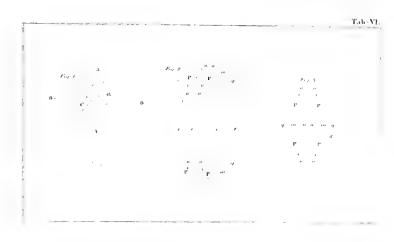


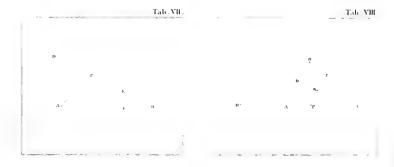


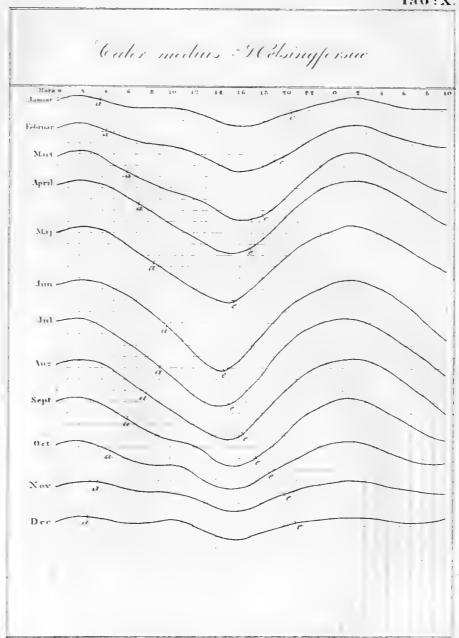


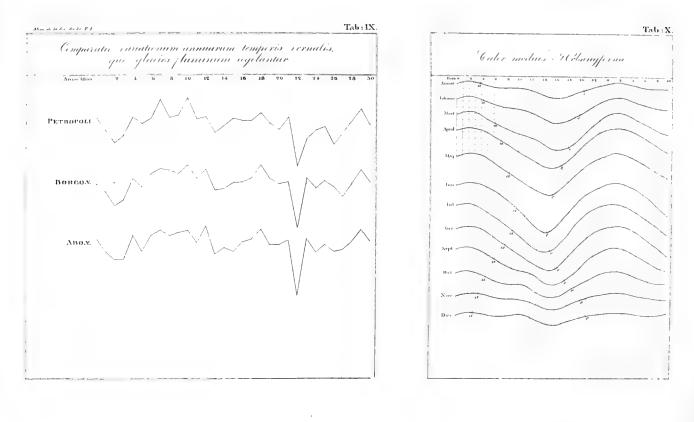
80.9







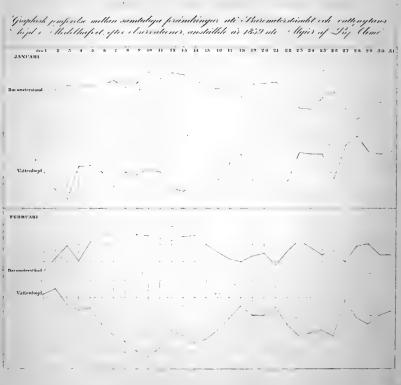




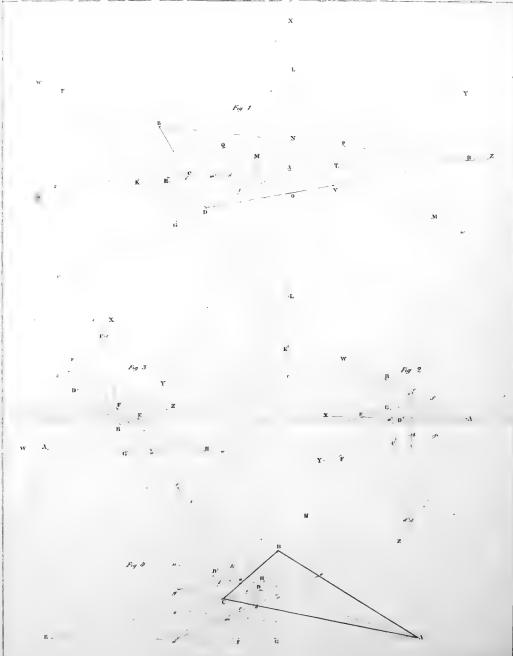
fringar ati Barometerståndet och vattenytans Installde år 1859 uti Algier af Lig Clime's

14 15 16 17 15 19 20 21 22 25 24 25 26 27 28 29 50 51



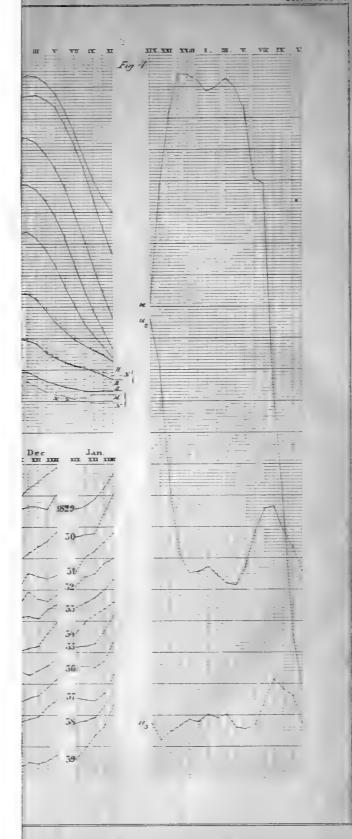


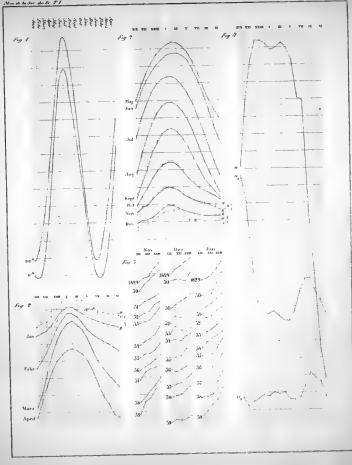
Tab: XII.



		Auz Sopt Oct Nov		•		jus.	Dec	Med
- A				4	4	Ä	,4	A .
	<u> </u>	-9	•		4		*	e !
	in the second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second second se	*		,		•	. 7	7
· · ·	, p	. ,		,	*		•	•
	· /	.*		-	•	,	;	
- A					7	, *		
	- A	. *			•	, 1	<u>*</u>	
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			•	•	1	+	-
	· .		,	:			7	
				÷ '.		•	1	
			•	, ,		X .	1	، ، جمنر
				:			-	1
				,			\··	

	N tan	Fehr	Mart	April	Maj	lutt	lut	Aug	Sopt	0 _{el}	Nus	Dar	у.
ALANDIA		100	, *					•	1	."	, *	. 🕶	
.FMO	1 .	1	, A	,1	•	-	4	*	1	4	A	.4	
lno v	* .	Ţ	*	1	*	r	*	7	1	1	h	•	
Faliko	, ¥	1	- '	. *			. *		,*	,1	*	-	
leikingeorata		100	+	3.	1			,	,*	,*	,*		
seriorous.	1	f	ì	1			,	,	2"	A . P	,*	1	
dosera	-7	1	1	1			-	-		. 7	.'		
PAMMERA	1	1	r	1				*	1	1.	1	4	
Viriois	1	1	,	.,*	,				, *	**	î	N.	
лекая	1	1	•	\ .		į		,	. *	1	7		
LMOLA	A	1	•	7	,				, =	, a	. 1	.*	
STORKYRO	A	1	4	****			4		.~*	1	1	*	
W: no	h,	*	* 1	1				-	1	1	1	`	
ÂMAJORI	*	1	-	1		,	,		1	1	7	`	
ъконинаем	*	4-	>	7	-	-	,	*	1	1	1	>	
ALBAMO	4	1	į.	1	,		,	•	1	1	1	•	
ARCHANGELOPOLIS	†	1		1		į.		,		1	1		





	÷		
	•		









